

【附件三】成果報告(系統端上傳 PDF 檔)

封面 Cover Page

教育部教學實踐研究計畫成果報告

Project Report for MOE Teaching Practice Research Program

計畫編號/Project Number：21M22303

學門專案分類/Division：數理

執行期間/Funding Period：2021.08.01 – 2022.07.31

過程導向引導式探究學習融入微積分教學之行動研究

微積分(一)

計畫主持人(Principal Investigator)：魏傳昇

共同主持人(Co-Principal Investigator)：無

執行機構及系所(Institution/Department/Program)：逢甲大學應用數學系

成果報告公開日期：

立即公開 延後公開(統一於 2024 年 9 月 30 日公開)

繳交報告日期(Report Submission Date)：2022 年 9 月 20 日

## 過程導向引導式探究學習融入微積分教學之行動研究

### 一. 本文 Content (3-15 頁)

#### 1. 研究動機與目的 Research Motive and Purpose

微積分這門課是理工科系大一學生必修的基礎科目，更銜接著後續進階的相關數學課程(工程數學、向量分析、機率與統計等)，可見其所扮演之角色的重要性。微積分的內容不僅牽涉基礎的代數、幾何及分析的知識技能，學習時亦需要具備嚴謹的思考、符合邏輯的推演及一定程度的計算能力。然而，研究者在授課的過程中發現，許多的學生甚至是成績表現不錯的同學，常常僅學會了計算的技巧，卻對於問題的來龍去脈全然不知或是只知其一不知其二。學生往往只記憶了計算的公式及程序性的運算，卻對問題的核心意義渾然不知，對概念的理解往往也是混淆不清，尤其是在計算過程中經常摻雜著邏輯前後不一或自相矛盾的情況。此外，也發現學生基本表達方面的能力不足，不論是口頭或是書面上，皆無法正確、清晰、有邏輯的陳述自己的意見與想法，學習態度通常是消極被動的，遇到問題也鮮少積極向人求助。

因此，本研究嘗試以學生為中心的教學方式，採用「過程導向引導式探究學習」(Process Oriented Guided Inquiry Learning, POGIL)的模式(以下簡稱為 POGIL)融入微積分的課程來改善上述的狀況。POGIL 教學模式主要分成兩部分，一部分是 Process Oriented，具有合作學習的內涵，可讓學生透過分組討論等行為發展出重要的過程技能(Process Skill)，如口頭與書面溝通、團隊合作、問題解決、批判思考、規劃與管理、資訊處理、評價與反思等能力。另一部分則是 Guided Inquiry，教師可透過課程設計發展出合適的學習活動，在授課者適時的引導下，學生將經歷三個階段的學習循環：探索(Exploration)、概念形成(Concept invention)、應用(Application)。因此，本研究之目的有以下三項：

- (1)透過 POGIL 的模式增進學生對微積分的理解層次，而非純粹的計算能力。
- (2)透過 POGIL 的模式提升學生學習微積分的動機與態度。
- (3)透過 POGIL 的模式培養出上述的過程技能，以增進就業的軟實力。

#### 2. 文獻探討 Literature Review

##### 過程導向引導式探究學習(POGIL):

POGIL 教學法源自於生物化學課程(Farrell, Moog, & Spencer, 1999)，之後則廣泛地應用於科學類的教育與學習。此教學的理論基礎建立在皮亞傑的學習模式(Piaget, 1964)，並整合探究式學習的概念及學習經歷的循環過程(Abdulwahed, & Nagy, 2009; Kolb, 2014)，對於科學教育的學習已被驗證是有所效用的(Freeman, Eddy, McDonough, Smith, Okoroafor, Jordt, & Wenderoth, 2014)。POGIL 學習的機制包括兩部分，一個是 Process Oriented，另一部分則為 Guided Inquiry (Straumanis, 2010)，前者是利用分組的方式讓學生互相合作並在過程中發展相關的過程技能，後者是透過精心設計的學習活動讓學生從中經歷探索、概念形成、應用等三個階段的學習循環過程，自行建構課程內容的知識(Hanson, 2005; Hanson, 2006)。近期已有相關文獻應用於微積分的教學(Bénéteau, et. al, 2017)，更用以 POGIL 模式為出發點之微積分專書(Straumanis, et. al, 2013)出版。

##### 合作學習:

合作學習的概念如同字面上的意思，即同儕一起相互合作進行學習活動。關於合作學習的定義有許多學者提出看法，以下我們列舉數則：學者 Slavin (1985) 認為合作學習是種有系統有結構的教學策略，將不同能力、性別、種族的學生進行分組並一起學習。Parker (1985) 表示，提供一個讓學生進行合作學習的環境，可藉由同儕的共同學習，彼此互相支援、批判或分享彼此的觀點，最後共享成果，進一步地相互潛移默化以培養出更多的合作行為。Nijhof 與 Kommers (1985) 提到，透過一起學習的活動方式，能鼓勵學生相互討論，增加彼此的思考和期望，以引導更高層次的認知，更能刺激學生往多元的方向發展。在此學習環境下，透過組織複雜、有趣及開放性作業的合作學習，當學生在此過程中的學習達到完全內化後，所學到的知識與經驗即成為其獨力發展過程中之一部份。Joe Cuseo (1992) 則談到，合作學習是一種有目的地將三至五個學生分為一組並讓他們共同完成某些特定學習活動的教學過程，教學策略主要以學習者為中心，每一個小組成員皆對自己的表現負責，而教師擔任的角色為小組學習的促進者 (facilitator) 與諮詢者 (consultant)。綜合上述，學者們對於合作學的論述皆為正面的方向，然而，近期有學者對於合作學習的模式提出警語，賴光真 (2016) 依據 Brophy (1982) 課程轉化理論指出，在進行合作學習的過程中，學生會產生概念上的學習謬誤的問題並互相影響，不得不慎。此外，國內已有學者(張子貴, 2010)將合作學習運用在微積分課程的實例，對於本計畫的實施將會是重要的參考依據，尤其該文獻中提到學生對於分組討論的活動出現一開始無法適應的問題，因此本研究便針對此點在課程前期採取漸進的方式，引導學生習慣在課堂上討論的氛圍。

### 3. 研究問題 Research Question

- (1) POGIL 模式對學生學習微積分在學習成效的影響
- (2) POGIL 模式對學生學習微積分在學習動機與學習態度的影響
- (3) POGIL 模式對促進學生合作學習的影響
- (4) POGIL 模式對增進學生主動學習的影響

### 4. 研究設計與方法 Research Methodology

#### (1) 課程設計

本研究在課程設計方面採用「重理解的課程設計」(Understanding by Design, UbD) (賴麗珍, 2008)，採取「以終為始」的逆向設計(Backward design)，分為以下三個階段：

##### ■ 階段一：確認期望的學習結果

- 既有目標(Establish Goals): 確認相關的學習目標。
- 理解(Understandings): 確認學生應該理解那些概念。
- 核心問題(Essential Questions): 確認那些問題具啟發性，以增進學生的探究與理解。

##### ■ 階段二：決定可接受的學習結果

- 透過隨堂測驗、考前自評、期中及期末測驗、問卷、課堂討論、活動後之自評及同儕互評等的表現來檢視學生的學習成果。
- 評量的面向包括認知(Cognitive)、社會(Social)、情意(Affective)以及後設認知(Meta-cognitive)等，並根據各面向的評量目標(如表 1)發展評量問卷(如附件二)。
- 制定教與學雙方都能認同的評量標準，讓學生在評量後能有依循及改進的方向。

##### ■ 階段三：設計學習經驗及學習活動(如表 2)

- 確認所需的先備知識為何，提供相關資源讓學生預先準備或事後補救。
- 組織以學生為中心的教學活動，使學生的專注力與學習效能提升並能不斷維持。
- 引導學生小組討論及互助合作，以增進探索概念及解決問題的能力。

- 提供學生機會可以反覆思考及修正概念，以達正確的理解和學習。
- 實施自我評量以及同儕互評，讓學生從中了解自我以促進其反思及修正。

表 1 評量面向與目標

面向	目標
認知	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 熟悉微積分領域的知識與技能</li> <li>• 增進對解題過程的陳述能力(包含口頭與書面)</li> <li>• 增進抽象概念的理解與邏輯推理的能力</li> <li>• 強化批判思考的能力</li> <li>• 連結新知與舊聞的能力</li> <li>• 了解學習內容的整體架構</li> </ul>
社會	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能互助合作</li> <li>• 能傾聽同儕意見，並從中學習</li> <li>• 尊重他人的價值</li> <li>• 能信守對團體的承諾</li> </ul>
情意	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能相信自己具有學習力並運用教材的能力</li> <li>• 能訂定成長目標</li> <li>• 能在必要時尋求協助</li> </ul>
後設認知	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能自我引導:主動規劃學習歷程</li> <li>• 能自我回饋:回顧目標、目的與結果</li> <li>• 能評估自己能力成長與缺失所在，並了解尚須持續改進之處</li> </ul>

註:表格參考並修改自黃淑玲(2013)，原資料來源:Loertscher(2010)

表 2 學習活動之設計

學習活動:(融入 POGIL 教學模式)
<ul style="list-style-type: none"> <li>☑ 課堂中，學生以 3~4 人為單位進行分組，組內每人須輪流擔任不同角色:主持人、發言人、記錄員及反映者。</li> <li>☑ 教師以 1~3 個內容目標設計一個活動學習單(見附件一)，內容包含學習目標、主要概念與核心問題，促進學生經歷探索與思考的過程，進而形成概念。</li> <li>☑ 教師僅須講述相關的預備知識，主要工作著重在引導學生進行小組討論，穿梭於教室觀察學生的討論行為，並適時地介入或提供協助。</li> <li>☑ 各組<b>主持人</b>須控制討論的流程、管理時間、掌控發言的順序。</li> <li>☑ 各組<b>記錄員</b>須紀錄討論的內容，並完成學習單的書寫。</li> <li>☑ 各組<b>發言人</b>負責將討論內容的疑惑向老師提出詢問，並接受老師提問。</li> <li>☑ 各組<b>反映者</b>須熟悉討論內容、負責觀察討論進行的效果，並適時向組員反映。</li> <li>☑ 教師須視學生討論情況，適時暫停活動並提醒應注意的<b>迷思概念</b>，避免產生錯誤的理解。</li> <li>☑ 活動後，針對討論進行狀況，如組內互動、意見交流等進行同儕互評及自評，並填寫學習回饋問卷。</li> <li>☑ 最後，教師針對該次活動的學習狀況進行觀念補強及重點說明，並適時延伸問題的深度及廣度。</li> </ul>

## (2)研究工具與評估方法

本研究的對象為某私立大學修習微積分(一)課程之工科學院三個不同系的班級，有效樣本為 115 人，研究工具則根據上述課程設計的評量目標所發展之問卷來評估成效。整個研究過程如下，首先，於學期初與學期末分別完成問卷前、後測資料的蒐集，後續則使用統計軟體 SPSS 對資料進行因素分析及信度分析，並對各面向所分析出的因素給予適當的名稱以利後續探討。完成初步分析後，進一步則是檢驗相關數據(KMO、Bartlett's Sphericity Test 及 Cronbach's alpha)是否符合標準，並對不合適之題目進行刪除。最後，使用相依樣本 t-檢定分析刪題之後的前、後測變化的顯著性。此外，亦對後測與期末成績之間的相關性(Pearson Correlation)進行檢定，以了解評量面向與學習成效之間是否有顯著關聯，並比對不同教學法在期末成績表現方面有無顯著

差異。

## 5. 教學暨研究成果 Teaching and Research Outcomes

### (1) 教學過程與成果

根據文獻(張子貴, 2010)提到, 學生對於在微積分課程中進行分組討論活動的不適應, 加上考量學期初大一新生彼此並不熟識, 且研究者對於學生程度亦尚未完全掌握, 再者, 學生對於 POGIL 模式的接受度需要長時間磨合方能達到最佳效果。因此, 研究者在期中考前的教學策略上仍採傳統式的教學為主, 即以教師為中心的板書授課, 並以漸進的方式在課堂上融入討論的元素為輔。除了讓學生透過討論增加彼此熟識的機會之外, 同時也讓學生逐漸養成在課堂上獨立思考的習慣並能自主或是透過合作來尋求解決之道, 老師在此時也可透過觀察來掌握學生的個性及特質, 以利後續分組的進行。待期中考成績出來, 則根據學生的分數及前述觀察到的課堂表現來完成分組, 將能力較佳的同學平均分散到各組, 每組約 3~4 人並推選組長一名。此外, 在第一次正式進行 POGIL 活動前, 請組長對組員宣讀「分組討論須知」的規範, 並協助完成所有組員在規範上的簽署, 此舉的目的是讓學生充分了解活動進行時應遵守之事項以及各自擔任角色的工作及任務, 建立學生能對自己以及團體負責的觀念及態度。

在 POGIL 活動的過程中, 學生將分別擔任主持人(即主席)、發言人及記錄員, 若組員人數為 4 人則多一個反映者的角色。每個人所擔任之角色各有其任務, 主持人負責依照學習單(見附件一)的任務組織討論活動的進行, 發言人負責將討論中遭遇的問題向老師提出詢問並接受老師的提問, 記錄員則將討論內容詳加紀錄並完成學習單的撰寫, 反映者的工作則較為彈性, 視討論狀況適時提供意見與協助。整個活動流程可大致分為四個階段, 分別為活動前、活動中、活動後以及結尾(活動實況如圖 1), 各階段的主要工作內容分述如下:

#### 階段一、活動前(約 15~20 分鐘):

老師擔任主角, 對該次討論活動所需具備的先備知識進行複習, 並對學生概略說明學習單上的學習目標及主要概念, 並視情況演示最基礎的例題。上述目的在讓學生於分組討論前, 對於學習的內容能建立大致的印象及輪廓。

#### 階段二、活動中(約 35~40 分鐘):

學生擔任主角, 老師擔任配角。學生依照各自所擔任的角色分工合作完成學習活動, 老師則於各組之間穿梭巡視, 視情況提供諮詢及給予引導。

#### 階段三、活動後(約 10~15 分鐘):

學生須完成學習單的最後修正, 並填寫線上自評、互評及學習問卷。

#### 階段四、結尾(約 20~25 分鐘):

老師根據回收的學習單進行觀念的糾正及補強, 並補充說明相關重點或延伸問題等。



圖 1 實施 POGIL 活動的實況

最後，根據評量問卷前、後測之分析結果得知(詳見附件二)，學生在「批判思考與陳述」、「交流、互助與表達」、「自信心與自我肯定」、「評估、修正與反思」及「回顧、規劃與實踐」等五個向度有顯著的改善(如下表 3)。此外，上述向度除「交流、互助與表達」之外，其餘四個向度的後測結果皆與期末考的成績有顯著的相關性(如下表 4)。

表 3 各評量向度之前、後測資訊

向度	前測		後測		<i>t</i>	<i>p</i>	<i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			
批判思考與陳述	3.36	0.629	3.89	0.673	-7.744	.000	0.827
合群、負責與包容	4.27	0.491	4.34	0.512	-1.312	.096	0.139
交流、互助與表達	3.75	0.701	4.01	0.671	-3.728	.000	0.380
自信心與自我肯定	3.41	0.808	4.13	0.645	-8.871	.000	0.978
評估、修正與反思	3.60	0.618	4.00	0.675	-5.874	.000	0.615
回顧、規劃與實踐	3.25	0.826	3.91	0.741	-8.126	.000	0.849

表 4 各評量向度與期末成績之相關係數 (\*\**p* < .001)

	1	2	3	4	5	6
1. 批判思考與陳述	-					
2. 合群、負責與包容	.44**	-				
3. 表達、互助與交流	.37**	.62**	-			
4. 自信心與自我肯定	.85**	.49**	.46**	-		
5. 自我評估、引導與反思	.83**	.56**	.47**	.81**	-	
6. 回顧、規劃與實踐	.60**	.50**	.43**	.61**	.80**	-
7. 期末成績	.55**	.07	.07	.47**	.42**	.29**

另一方面，我們進一步將期末考的計算題部分分為使用傳統教學的範圍以及實施 POGIL 教學的範圍(各佔 24 分)，並針對學生所得的分數進行比較，結果顯示三個班級在實施 POGIL 教學範圍的成績表現皆顯著優於使用傳統授課的範圍(如下表 5)。因此，運用 POGIL 模式融入微積分教學使學生在學習成效上的改善是顯著的。

表 5 各班在不同教學模式下期末考計算題部分之分數比較

班級	傳統授課		POGIL		<i>t</i>	<i>p</i>	<i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			
A 班(N=36)	17.83	6.16	19.53	4.70	-2.223	.001	0.309
B 班(N=38)	16.89	6.65	18.79	6.26	-2.674	.000	0.293
C 班(N=41)	14.85	8.33	17.98	6.83	-3.328	.000	0.410
整體(N=115)	16.46	7.21	18.73	6.02	-4.803	.000	0.341

## (2) 教師教學反思

研究者以往的教學經驗一直都認為學習成效不佳的原因一定是出在學生的身上，卻未曾深入反思或許是自己沒有盡到正確引導學生的責任，也常常忘記自己是經過千錘百鍊之後才學會並熟悉這些技能。經由這次的計畫實施後發現，只要補強學生足夠的先備知識以及適時的引導，讓學生在學習過程中自行探索及建構知識，而非一味單方向讓學生接受教師所傳遞的資訊，反而較能讓學生理解問題的內涵及意義，更進一步的，學生可以與同儕間藉由合作學習的力量來發展問題解決的能力。雖然以傳統教師為中心的講授方式有一定的優點及益處，例如進度的掌控等，然而，卻容易會讓授課者誤以為學生聽不懂是因為學生能力不足、是學生不用功的錯覺，而忽略了學習本身其實是一件複雜的過程。一個完整的學習歷程不僅僅會牽涉到學生個人的理解能力，授課者能否引發學生的學習動機、創造學生願意主動學習的氛圍亦十分關鍵。因此，透過這次的教學經驗，研究者認為若在課堂上適時搭配 POGIL 模式，放手讓學生擔任自己學習的主角，而教師則從主導教學的角色轉換成從旁協助及提供諮詢的配角，對於學生的學習上所帶來的助益是可以肯定的。

## (3) 學生學習回饋

根據期末教學意見回饋調查的結果(回收 88 份問卷)，有高達 90.9%的學生認為此種學習模式對於學習有幫助(如下表 6)。若進一步釐清上述這些學生覺得帶來那些具體幫助時，有 90%的人覺得可以釐清觀念是否正確，有 70%的人覺得可以幫助自己進行較深入的思考(如下圖 2)。

表 6 學生期末回饋問卷調查結果(N=88)

問卷題目/填答反應	非常同意	同意	不同意	非常不同意
我覺得 POGIL 教學模式對我的學習很有幫助	22 (25.0%)	58 (65.9%)	6 (6.8%)	2 (2.3%)

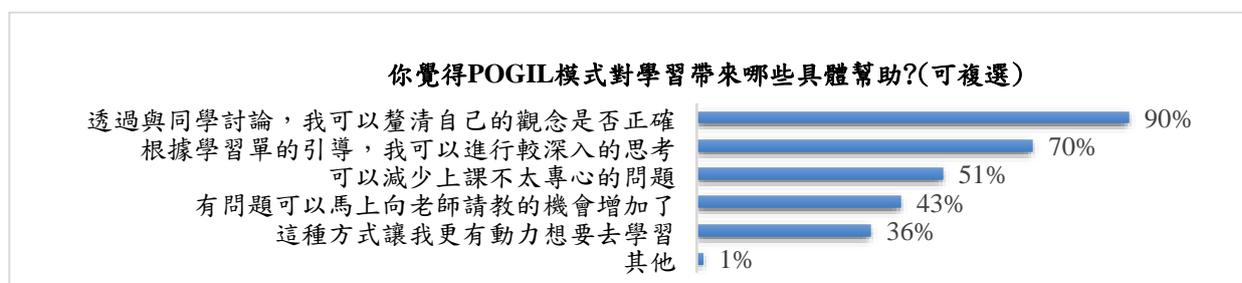


圖 2 學生認為 POGIL 模式帶來的具體幫助調查表(N=80)

此外，從問卷調查的質性資料顯示，學生對於 POGIL 教學模式所帶來的益處大多給予正面的評價及肯定的回饋意見：

請具體說明 POGIL 模式對你帶來甚麼效益

- s：我能在課堂上實際演練，透過同學間的意見交換，來取得解決問題的最佳辦法  
s：原本以為自己會的 結果在教人的時候發現自己觀念不夠清楚  
s：老師一組一組的巡，不懂的可以馬上弄懂  
s：當發言人的時候需要真的完全理解內容，所以讓我改變了原本不會完全弄到懂的個性  
s：當紀錄員的時候，學到了怎麼把算式寫的更完整、精確  
s：只知道算式，不知道怎麼應用，但分組後，分數高的同學會詳細跟我說明  
s：在討論時理解題目速度變快、會讓我想練習題目不想跟不上他們  
s：可以了解自己哪方面比較不懂，再針對那方面多加練習  
s：可以和成績更優異的人多請教與討論，學習他們是如何思考題目的

另一方面，根據每次 POGIL 活動之後填寫的學生學習問卷中，同學對於各單元不同的學習目標之回饋意見(如下表 7)，平均有高達八、九成左右的人認為自己有達到理解內容的程度(即非常同意與同意所佔的比例)，顯示此教學模式在學生的學習方面帶來極大的效益。此外，本研究亦蒐集學生在平時測驗的考前自評(如表 8)，目的在了解進行 POGIL 活動一、兩週後學生對於知識技能的認知與熟悉度之變化，並比對測驗成績與回饋意見之間是否相符，藉此讓學生清楚自己是否高估已習得的專業技能，以及讓學生明白只是課堂上弄懂而不複習會導致的後果。從考前自評問卷中，我們可以發現學生填寫不符合與非常不符合的比例有明顯增加。

表 7 學生於 POGIL 活動後之學習問卷

問卷題目/填答反應	非常同意	同意	普通	不同意	非常不同意
我學會如何判斷函數在那些區間凹向上或凹向下(N=122)	45.1%	45.9%	9.0%	0.0%	0.0%
我學會反曲點的定義以及如何判斷(N=122)	43.4%	45.9%	9.8%	0.8%	0.0%
我學會如何完整的畫出函數圖形(N=124)	44.3%	40.2%	16.4%	0.8%	0.0%
我弄懂反導函數的意思(N=115)	47.4%	38.6%	13.2%	0.9%	0.0%
我學會判斷某個函數是否為另一個的反導函數(N=115)	47.4%	37.7%	13.2%	1.8%	0.0%
我清楚不定積分符號跟反導函數的關係(N=115)	43.0%	38.6%	13.2%	4.4%	0.9%
我學會不定積分的計算(N=115)	43.9%	38.6%	16.7%	0.9%	0.0%
當變數趨近(正或負)無窮大時，我會求極限值(N=31)	45.2%	45.2%	9.7%	0.0%	0.0%
我知道水平漸近線的定義(N=31)	35.5%	51.6%	9.7%	3.2%	0.0%
我學會如何求出函數的水平漸近線(N=31)	38.7%	45.2%	12.9%	3.2%	0.0%
我學會如何判斷函數何時會趨近(正或負)無窮大(N=39)	45.2%	45.2%	9.7%	0.0%	0.0%
我知道垂直漸近線的定義(N=39)	35.5%	51.6%	9.7%	3.2%	0.0%
我學會如何求出函數的垂直漸近線(N=39)	38.7%	45.2%	12.9%	3.2%	0.0%

表 8 學生平時測驗之考前自評問卷

問卷題目/填答反應	非常符合	符合	不符合	非常不符合
我清楚臨界點的定義(N=133)	21.1%	59.4%	15.0%	4.5%
我會使用微分並整理算式，使其易於判斷臨界點(N=133)	16.5%	63.2%	16.5%	3.8%
我熟悉求出絕對極值的步驟(N=133)	13.5%	53.4%	28.6%	4.5%

我了解“絕對極值”與“局部極值”在意義上的不同(N=133)	18.0%	59.4%	18.0%	4.5%
我熟悉解不等式的技巧(直接判斷或測試點皆可)(N=133)	17.3%	60.2%	18.8%	3.8%
我熟悉如何判斷函數遞增及遞減的區間(N=133)	18.0%	62.4%	15.0%	4.5%
我會利用遞增、遞減來判斷臨界點是否發生局部極值(N=133)	17.3%	57.9%	19.5%	5.3%
我熟悉如何判斷函數的凹向性(N=133)	20.3%	53.4%	21.8%	4.5%
我清楚反曲點的定義(N=133)	21.1%	52.6%	20.3%	6.0%
我能利用定義求出反曲點(N=133)	17.3%	53.4%	24.1%	5.3%
當變數 $x$ 趨近正(負)無窮大時，我會求函數的極限值。(N=124)	24.2%	59.7%	12.1%	4.0%
當函數的分母部分趨近於零(且分子部分沒有)時，我能判斷函數是趨近正無窮大?還是趨近負無窮大?(N=124)	23.4%	57.3%	14.5%	4.8%
我清楚水平漸近線的定義(N=124)	19.4%	53.2%	22.6%	4.8%
我能利用定義判斷函數的水平漸近線(N=124)	16.1%	48.4%	30.6%	4.8%
我清楚垂直漸近線的定義(N=124)	18.5%	55.6%	20.2%	5.6%
我能利用定義判斷函數的垂直漸近線(N=124)	17.7%	48.4%	29.0%	4.8%
我清楚“反導函數”的意義(N=124)	21.8%	65.3%	10.5%	2.4%
我清楚反導函數為何最後要加常數 $C$ 的原因。(N=124)	37.9%	54.0%	4.8%	3.2%
我熟悉“不定積分”符號與求反導函數的關係(N=124)	21.8%	56.5%	18.5%	3.2%
我熟悉一般常見的不定積分公式(N=124)	22.6%	58.9%	14.5%	4.0%
我能利用反導函數公式及給定的函數值，求出原本的函數 $f(x)$ 。(N=124)	20.2%	62.9%	11.3%	5.6%

## 6. 建議與省思 Recommendations and Reflections

根據研究者實施 POGIL 教學模式之後，有以下幾點建議事項：

### (1) 進度之掌控與學習單之製作

由於探究性的教學方式需要花時間讓學生經歷摸索及討論的過程，儘管學習成效相當顯著，卻也不得不面對進度壓力的現實層面。因此，實施時應謹慎挑選授課單元並對學習單上的題目設計多費心思，尤其例題的挑選應以最具代表性的問題為首要考量，避免重複性過高以及減少練習後無法延伸至其他類似相關主題的缺失。

### (2) 訂定嚴格的討論規範並確實執行

以學生為中心的教學模式需要確實掌握學生在討論的過程中是否認真專注於討論上，應避免少數同學利用討論之便進行其他不相關之事宜，例如滑手機、聊天等，進而影響其他學生學習的權益。因此建議訂定嚴格的獎懲規範並於活動中確實執行。

### (3) 可搭配即時反饋系統增加小組間的良好競爭

適時的即時測驗可以讓學生在討論過後立即了解自身的學習狀況，同時也讓授課者清楚活動實施的成效。尤其可利用即時測驗成績來增加小組間的良好競爭，提升學生學習的意願及樂趣。

#### (4)留意程度優異的學生之參與意願

學生於 POGIL 活動中需要花費不少心力經歷知識建構的過程。然而，對於程度優異的學生則可能帶來困擾，尤其是對已掌握大部分知識技能的同學而言更是如此，因為他們會覺 POGIL 教學法只會浪費時間，無法對他們帶來益處。因此，應多花時間留意關懷這群學生的心思並適時安撫及溝通，或許可考慮提供較具挑戰性之問題並與之討論來增加其參與之意願。

## 二. 參考文獻 References

- 黃淑玲 (2013)。從知識到可觀察的能力：評估學習成效的策略與建議。《評鑑月刊》，44，16-23。
- 賴麗珍 (2008) (譯)。重理解的課程設計 (原作者：Grant Wiggins & Jay McTighe)。臺北市：心理出版社。
- 賴光真 (2016)。分組合作學習歷程學習謬誤之警覺。《臺灣教育評論月刊》，5(5)，92-96。
- 張子貴 (2010)。合作學習應用在微積分教學之行動研究。《課程與教學季刊》，13(3)，141—162。
- Abdulwahed, M., & Nagy, Z. K. (2009). Applying Kolb's experiential learning cycle for laboratory education. *Journal of engineering education*, 98(3), 283-294.
- Bénéteau, C., Z.Guadarrama, J. E.Guerra, L.Lenz, J. E.Lewis, and A.Straumanis . (2017). POGIL in the calculus classroom. *PRIMUS*. 27: 579–597.
- Bradshaw, L., Izsák, A., Templin, J., & Jacobson, E. (2014). Diagnosing teachers' understanding of rational number: Building a multidimensional test within the diagnostic classification framework. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 33(1), 2-14.
- Brophy, J. E. (1982). How teachers influence what is taught and learned in classrooms. *The Elementary School Journal*, 83(1), 1-13. ◦
- de la Torre, J. (2009a). A cognitive diagnosis model for cognitively based multiple-choice options. *Applied Psychological Measurement*, 33(3), 163-183.
- de la Torre, J. (2009b). DINA model and parameter estimation: A didactic. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 34(1), 115-130.
- Deni, F A, Masrukan. (2018). "The Analysis of Mathematical Literacy Skill and Respect to Local Culture toward Pogil Learning with Ethnomathematics," *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, vol. 7, no. 2, pp. 145-151.
- Farrell, J. J., Moog, R. S., & Spencer, J. N. (1999). A guided-inquiry general chemistry course. *J. Chem. Educ*, 76(4), 570-574.
- Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., & Wenderoth, M. P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(23), 8410-8415. <https://www.pnas.org/content/111/23/8410>
- Hanson, D. M. (2005). *Designing Process Oriented Guided Inquiry Activities*. Lisle, IL: Pacific Crest.
- Hanson, D M. (2006), *Instructor's Guide to Process Oriented Guided Inquiry Learning*. Lisle, IL: Pacific Crest.
- Haertel, E. H. (1989). Using restricted latent class models to map the skill structure of achievement items. *Journal of Educational Measurement*, 26, 301-321.
- Junker, B. W., & Sijtsma, K. (2001). Cognitive assessment models with few assumptions, and connections with nonparametric item response theory. *66 Applied Psychological Measurement*, 25, 258-272.
- J. Piaget. (1964). Part I: cognitive development in children: piaget development and learning *J. Res.*

Sci. Teach., 2 (3), pp. 176-186

Cuseo, J. (1992). Cooperative learning vs. small-group discussions and group projects: The critical differences, *Cooperative Learning and College Teaching*, 2(3), 5-10.

Kolb, D. A. (2014). *Experiential learning: Experience as the source of learning and development*. FT press.

Loertscher, J. (2010). Classroom assessment in support of biochemistry course reform at Seattle University. In J. Ryan, T. Clark, & A. Collier (Eds.), *Assessment of chemistry* (pp. 113–125). Tallahassee, FL: Association for Institutional Research.

Nijhof, W. & Kommers, P. (1985). An analysis of cooperation in relation to cognitive controversy. In R. Slavin, S. Sharan, S. Kagan, R. Hertz-Lazarowitz, C. Webb, & R. Schmuck (Eds.), *Learning to cooperate, cooperating to learn* (pp. 125-145). New York: Plenum.

Parker, R.E. (1985). Small-group cooperative learning--improving academic, social gains in the classroom. *Nass Bulletin*, 69 (479), PP.48-57.

Slavin, R. E. (1985). Cooperative learning : Applying contact theory in desegregated schools. *Journal of Social Issues*, 43-62.

Straumanis, A. (2010). Classroom Implementation of Process Oriented Guided. Inquiry Learning, a Practical Guide for Instructor. USA: POGIL Org.

Straumanis, A., C. Bénéteau, Z. Guadarrama, J. Guerra, and L. Lenz. (2013). *Calculus I: A Guided Inquiry*. New York: Wiley

### 三. 附件 Appendix (請勿超過 10 頁)

#### 附件一之一、學習單樣本(正面)

#### 分組討論學習單：4.4 Concavity and Curve Sketching

第二組 主席:  發言人:  其他出席組員: \_\_\_\_\_ 記錄員:

##### 一、函數凹向性(Concavity)的定義與判斷的方法：

(1) 若  $x$  屬於區間  $(a, b)$  滿足  $f''(x) > 0$  ✓, 則可推得  $f'(x)$  在區間  $(a, b)$  遞增 ✓。因此函數  $f(x)$  在此區間為凹向上(**concave up**)。

(2) 若  $x$  屬於區間  $(a, b)$  滿足  $f''(x) < 0$  ✓, 則可推得  $f'(x)$  在區間  $(a, b)$  遞減 ✓。因此函數  $f(x)$  在此區間為凹向下(**concave down**)。

- 請根據上述判斷函數  $f(x) = x^{1/5}$  在哪些區間凹向上, 在哪些區間凹向下。  
(提示: 對  $f(x)$  微分兩次, 先找出等於零或不存在的點, 即凹向性的分割點, 再透過不等式判斷)

$$f(x) = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}} \quad \begin{array}{c} + \quad + \\ | \quad | \\ 0 \end{array} f' \quad \begin{array}{c} - \quad + \\ | \quad | \\ 0 \end{array} f''$$

$$f'(x) = -\frac{4}{25}x^{-\frac{9}{5}} \quad \begin{array}{c} \wedge \quad \vee \\ | \quad | \\ 0 \end{array} f''$$

Ans:  $f(x)$  is concave up on the interval  $(0, \infty)$  and is concave down on the interval  $(-\infty, 0)$

##### 二、反曲點(inflection point)的定義與判斷的方法：

- 若點  $(c, f(c))$  為反曲點, 則該點須滿足:  $f''(c) = 0$  或  $f''(c)$  d.n.e. 有切線通過C點 ✓
- 以下函數是否有反曲點: (1)  $f(x) = x^{3/5}$ , (2)  $f(x) = x^{4/3}$ . 凹向性改變 ✓

(1) 是否有反曲點, 答案: 是 ✓。以下請說明理由, 若有請寫出座標並畫出圖形(須包含切線)。

$$f(x) = x^{\frac{3}{5}} \quad \begin{array}{c} + \quad + \\ | \quad | \\ 0 \end{array} f' \quad \begin{array}{c} \wedge \quad \vee \\ | \quad | \\ 0 \end{array} f'' \quad \begin{array}{c} \text{垂直線} \\ \text{切線} \\ (0, 0) \end{array}$$

$$f(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{2}{5}} \quad \begin{array}{c} \wedge \quad \vee \\ | \quad | \\ 0 \end{array} f'' \quad \begin{array}{c} \text{d.n.e.} \\ \text{d.n.e.} \\ (0, 0) \end{array}$$

(2) 是否有反曲點, 答案: 否 ✓。以下請說明理由, 若有請寫出座標並畫出圖形(須包含切線)。

$$f(x) = x^{\frac{4}{3}} \quad \begin{array}{c} \vee \quad \wedge \\ | \quad | \\ 0 \end{array} f' \quad \begin{array}{c} \vee \quad \vee \\ | \quad | \\ 0 \end{array} f'' \quad \begin{array}{c} \text{水平線} \\ (0, 0) \end{array}$$

##### 三、利用一階導數與二階導數畫出函數的圖形：

- 請根據步驟, 試著畫出  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$  的圖形, 並標出重要的點(局部極值與反曲點)。

步驟一: 對函數  $f(x)$  微分一次並找出臨界點(critical points)  $f'(x) = 0$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2 \quad \begin{array}{c} + \quad \vee \quad + \\ | \quad | \quad | \\ 1 \quad 3 \end{array} f'$$

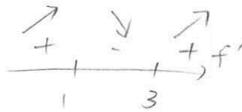
$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3) = 3(x-3)(x-1)$$

$$f''(x) = 6x - 12 = 6(x-2) \quad \begin{array}{c} \wedge \quad \vee \\ | \quad | \\ 2 \end{array} f''$$

ans:  $x = 3, 1$

附件一之二、學習單樣本(反面)

步驟二:判斷函數在區間遞增及遞減的情況。

$$f'(x) = 3(x-3)(x-1)$$


步驟三:確定是否有局部極值。若有,算出極值。

$$f''(x) = 6(x-2)$$

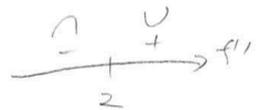

$f(1) = 6 \rightarrow \text{loc max}$   
 $f(3) = 2 \rightarrow \text{loc min}$

步驟四:對函數  $f(x)$  微分第二次並找出凹向性的分割點。

$$f''(x) = 6(x-2)$$

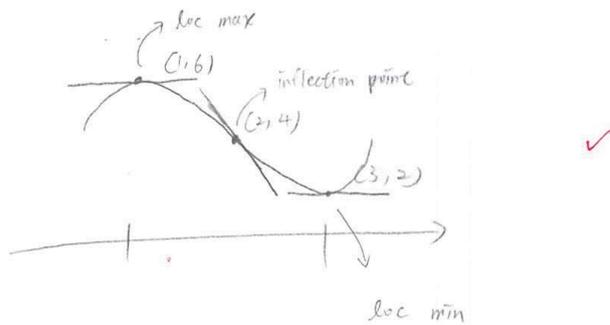
ans =  $x=2$

步驟五:判斷函數在區間凹向上及凹向下的情況。

$$f''(x) = 6(x-2)$$


步驟六:確定是否有反曲點。若有,請找出座標,並畫出反曲點的情況(須包含切線)。

請綜合以上結果在下方畫出圖形:



其他事項記錄: 3個隊員副提早到 good!

\*注意:學習單一組共兩張,一張各組留存,另一張請於討論後拍照上傳並繳回!

附件二、刪題後評量問卷結果(N=115)

面向	題目	前測	後測
批判思考與陳述	與同學討論數學時，我能指出同學解題錯誤的地方	3.36	3.94
	當算出的答案與解答不同時，我有能力判斷哪裡出問題	3.31	4.03
	我能口頭說明自己的解題過程以及用上那些數學知識	3.10	3.67
	我能利用邏輯推理來解決數學問題，而非死背計算過程	3.58	3.95
	我認為自己具有理解抽象的數學概念之能力	3.30	4.02
	在學習數學的經驗中，我能了解學習內容的整體架構	3.50	3.95
	我能將新學到的數學內容與過去的舊知識做成連結	3.55	3.99
	上數學課時，我能發現授課老師講解錯誤的地方	3.15	3.58
	算數學時，我能詳細寫出過程，而非只是算出答案	3.35	3.93
合群、負責與包容	我能遵守對小組的承諾，對自己與大家負責而不擺爛	4.36	4.43
	遇到爭議性問題時，我能就事論事，不進行人身攻擊	4.37	4.48
	在分組活動中，我能認真負責完成小組分派的任務	4.29	4.40
	與同學相處時，我能耐心包容數學程度不如自己的人	4.22	4.26
	當小組活動進行時，我能專注參與，不做其他事情	4.08	4.17
	當小組討論的意見不同時，我能與同學協商，達成共識	4.33	4.32
	我能欣賞數學程度優於自己的同學，並向他們學習	4.48	4.44
表達、互助與交流	我樂於與同學分享自己的想法或蒐集到的資料	3.93	4.10
	在過往的學習活動中，我很願意跟別人互助合作	4.10	4.16
	在學習活動中，我會敢於表達自己的意見。	3.22	3.77
自信心與自我肯定	我已熟悉微積分課程內容的知識與技能	3.43	4.05
	我已有接觸過微積分課程內容的經驗，並有初步概念	3.66	4.32
	過往經驗中，我對自己在數學方面的學習能力有信心	3.16	4.02
自我評估、引導與反思	解題後，我有能力檢驗自己是否獲得正確的數學知識	3.60	3.91
	在學習的過程中，我能清楚每個章節的學習目的	3.34	3.82
	考試結束後，我能評估自己能力的成長與缺失所在	3.91	4.14
	解題後，我會思考在計算過程中運用了那些知識	3.43	3.91
	遇到不會解的題目，我能先找出題目的重要訊息	3.70	4.02
	解題時，我能整合相關的訊息，以規劃解題方向	3.54	4.03
	我有能力運用教師或其他資源所提供的教材學好數學	3.68	4.23

	學習新的單元時，我會弄清楚有哪些學習目標	3.42	3.81
	考試結束後，我能對於缺失之處持續地進行改善	3.78	4.12
回顧、規劃與實踐	準備考試時，我會先擬定複習計畫來進行練習	3.10	3.68
	準備考試時，我會隨時檢視自己的複習進度	3.27	4.07
	在學習的過程中，我會經常回顧範圍內的學習目標	3.37	3.99