個別化多點記分順序理論之程式設計與應用

劉湘川　　　洪宿芬　　　吳世能

亞洲大學生物資訊系　國立台中教育大學　亞洲大學資訊工程系

lhc@asia.edu.tw　教育測驗統計所　wsneng@mail2000.com.tw

csps9988@yahoo.com.tw

摘要

Ramsay(1991)將廣泛使用之核平滑化無參數回歸估計法轉化應用於二點記分之無參數試題反應理論，稱之為『核平滑化無參數試題反應理論』。二點記分於傳統認知測驗上常採用，但容易造成受試者同分之情況發生。某些試題若使用多點記分，也常限於分析方法而只採取同質性試題。劉湘川(2007a)考慮所有可能異質加權系統，兼顧記分之標準化與規格化，提出改進之標準規格化多點記分順序理論。劉湘川(2007b)進一步以多點記分之積差相關加權替代二點記分之點二系列相關加權，提出擴張改進之多點記分核平滑化無參數IRT模式，結合上述的標準規格化多點記分順序理論，發表『多點記分核平滑化無參數IRT之順序理論』。

本文運用多點記分核平滑化無參數IRT之順序理論，開發相關程式並進行實徵研究。

關鍵詞：多點記分、標準規格化得分、核平滑化無參數IRT模式、試題順序理論。

壹、緒論

一、研究動機

測驗理論從早期的「古典測驗理論」(classical test thoery)，演化至「推論性理論」(generalizability theory)，再發展至目前的「試題反應理論」(item response theory)。參數型試題反應理論無論是二點記分或多點記分，都已有優美數理結構之分析模式，但必須滿足局部獨立的限制，不適用於分析試題順序關係。唯目前教師在進行教學活動前，會進行教材地位之分析，教學後亦渴望獲得學習成果的結構圖。所以學生認知結構圖的獲得是目前教育研究的主要趨勢之一，參數型試題反應理論無法滿足這方面所需。Ramsay(1991)將各領域廣泛使用之核平滑化無參數迴歸估計法轉化應用於二點記分之無參數試題反應理論，稱之為「核平滑化無參數試題反應理論」，讓上述需求露出一線曙光。

劉湘川(2000)提出以「點二系列相關鑑別指數」替代Ramsay之「擴張高低鑑別指數」，而得改進之核平滑化試題選項分析能力參數之估計。劉湘川(2000, 2001)更進一步將其改進之「相關加權核平滑化無參

數 IRT」與 Airasian & Bart（1973）提出的 OT 理論、竹谷誠（1980）提出的 IRS 理論整合，分別提出「基於二點記分核平滑化無參數 IRT 之順序係數及關聯順序係數」，至此依照個別受試者能力值分別提出試題順序結構圖的理想得以實現。但美中不足的是只能處理二點記分試卷。

多點記分之順序理論首先由竹谷誠（1987）針對態度問卷之等級記分與對稱記分分別提出專有但不能通用之問題順序係數，歷經劉湘川（2003）；劉湘川、劉東昇（2003）；劉湘川、簡茂發（2004）；劉湘川（2004）先後提出進一步改進之問題順序係數；劉湘川、簡茂發（2006）正式提出認知測驗專有之規格化多點記分試題順序理論，劉湘川（2006）進一步考慮所有可能異質加權記分系統，兼顧記分之標準化與規格化，提出改進之標準規格化多點記分試題順序理論。劉湘川（2007b）以多點記分之積差相關加權替代二點記分之點二系列相關加權，提出擴張改進之多點記分核平滑化無參數 IRT 模式，結合標準規格化多點記分順序理論，發表「多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論」。

運用「多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論」預估能達到以下目的：

1. 突破參數型試題反應理論無法分析試題順序結構的窘境。
2. 透過多點記分可使受試者同分的狀況減少，提升測驗鑑別力。
3. 積差相關加權之無參數試題反應理論，可改善能力參數之估計。
4. 獲得個別受試者的試題順序結構圖。

二、研究目的

基於上述，本文的主要目的如下：

1. 開發「多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論」相關程式。
2. 運用「多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論」進行分數減法實徵研究。

貳、理論探討

一、記分系統、記分向量、m 點記分、二點記分，多點記分

[定義 1]

1、認知測驗之任一試題，因受試之反應類別之不同，測試者事前分別給予一適當之記分，所有可能之記分構成一系統，稱為此試題之「記分系統」。

2、試題記分系統之所有記分以自小至大方式，排成一有序向量稱為此試題之「記分向量」。

3、若試題之「記分向量」之維度為 m，則稱此試題為「m 點記分」。

4、若 m=2 ，則稱 m 點記分為「二點記分」。

5、若 m>2 ，則稱 m 點記分為「多點記分」。

多點記分試題之例如下列各例所示。

「例 1」、計算 $\frac{\sqrt{6^2+8^2}}{5}=?$

解：此題為多步驟計算題，記分系統規定如下：

第一步正確解得 $\frac{\sqrt{6^2+8^2}}{5}=\frac{\sqrt{100}}{5}$ ，

得分記 2 分，否則記 0 分。

第二步正確解得 $\frac{\sqrt{100}}{5}=\frac{10}{5}$ ，

累積得分記 3 分。

第三步正確解得$\frac{10}{5}=2$，

累積得分記 4 分。

則記分向量為$(0,2,3,4)$，且此題為 4 點記分試題。

「例 2」、下列何者為方程式$\frac{\sqrt{x^2-1}}{x+1}=0$之解集？

(A)空集合　(B)$\{1\}$

(C) $\{-1\}$　　(D) $\{-1,1\}$

此題為單選題，記分系統規定答對記 3 分，未答記 0 分，為免猜測，答錯倒扣記 -1 分，則記分向量為$(-1,-1,-1,0,3)$，且此題為 5 點記分試題。

二、同質試題、異質試題、同質測驗、異質測驗

[定義 2]

1、任二試題，若有相同記分向量時，則稱此二試題為「同質試題(homogeneous items)」，否則，稱為「異質試題(heterogeneous items)」。

2、任一測驗，若其中所有試題均為同質試題時，則稱此測驗為「同質測驗(homogeneous test)」，否則，稱為「異質測驗(heterogeneous test)」。

上述二例為異質試題。

三、標準化記分、標準化得分、標準規格化得分

同質試題或同質測驗，可直接提出簡潔方法之同質試題順序係數；至於異質試題或異質測驗測驗，不可直接比較，劉湘川(2007a)提出標準化記分，才可進而提出可比較之異質試題順序係數，標準化記分定義如下：

[定義 3]

令試題i之記分向量(scaling vector)為$(a_{i1},a_{i2},a_{i3},...,a_{im_i})$，則其標準化記分向量(standard scaling vector)為：

$$(b_{i1},b_{i2},b_{i3},...,b_{im_i}) \tag{1}$$

其中，

$$b_{ik}=\frac{a_{ik}-\bar{a}_i}{S_i},k=1,2,...,m_i,\bar{a}_i=\frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i}a_{ik},S_i^2=\frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i}(a_{ik}-\bar{a}_i)^2$$

，由[定義 3]知。

「例1」之原始記分向量為$(0,2,3,4)$，

$$\bar{a}=\frac{0+2+3+4}{4}=\frac{9}{4},$$

$$S_a=\sqrt{\frac{0^2+2^2+3^2+4^2}{4}-\bar{a}^2}=\frac{\sqrt{35}}{4}$$

，$b_k=\frac{a_k-\bar{a}}{S_a}$，$k=1,2,3,4$，

標準化記分向量為

$$(b_1,b_2,b_3,b_4)=\left(\frac{-9}{\sqrt{35}},\frac{-1}{\sqrt{35}},\frac{3}{\sqrt{35}},\frac{7}{\sqrt{35}}\right),$$

「例2」之原始記分向量為

$(-1,-1,-1,0,3)$，

$$\bar{a}=\frac{-1-1-1+0+3}{5}=0,$$

$$S_a=\sqrt{\frac{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2+0^2+3^2}{5}-\bar{a}^2}=\sqrt{\frac{12}{5}}$$

，$b_k = \frac{a_k - \overline{a}}{S_a}$, $k = 1,2,3,4,5$

標準化記分向量為

$$\left(b_1,b_2,b_3,b_4,b_5\right) = \left(-\sqrt{\frac{5}{12}},-\sqrt{\frac{5}{12}},-\sqrt{\frac{5}{12}},0,3\sqrt{\frac{5}{12}}\right)$$

[定義 4]

令 x_{is} 表受試者 s 作答試題 i 之得分，且試題 i 之記分向量為 $\left(a_{i1},a_{i2},a_{i3},...,a_{in_i}\right)$，則受試者得分 x_{is} 之標準化得分(standard score)為

$$z_{is} = \frac{x_{is} - \overline{a}_i}{S_i} \ , i = 1,2,...,n, s = 1,2,...,N,$$

$$\overline{a}_i = \frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i} a_{ik} \ , S_i^2 = \frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i}\left(a_{ik} - \overline{a}_i\right)^2$$

(2)

[定義 5]

若試題 i 之記分向量為 $\left(a_{i1},a_{i2},a_{i3},...,a_{in_i}\right)$，且 x_{is} 表受試者 s 作答試題 i 之得分則受試者得分 x_{is} 之標準化得分為

$$z_{is} = \frac{x_{is} - \overline{a}_j}{S_j} \ , i = 1,2,...,n, s = 1,2,...,N$$

則 x_{is} 之標準規格化得分(standard normalized score) y_{is} 定義如下：

$$y_{is} = \frac{z_{is} - z_m}{z_M - z_m} \ , i = 1,2,...,n, s = 1,2,...,N$$

$$z_M = \max\left\{z_{is} \mid i = 1,2,...,n, s = 1,2,...,N\right\} \quad (3)$$

$$z_m = \min\left\{z_{is} \mid i = 1,2,...,n, s = 1,2,...,N\right\}$$

「性質 1」

$0 \le y_{is} \le 1, i = 1,2,...,n \, , s = 1,2,...,N$

四、二點記分核平滑化無參數試題反應理論

1、 Ramsay 二點記分「核平滑化無參數試題特徵曲線估計法」簡介

無參數迴歸估計法是一種可避免對迴歸函數主觀認定，讓資料自己適當表達之簡明估計法，若以核函數為基礎，則稱之為核平滑化法。由於直觀簡易，核平滑化法已被各領域廣泛使用。而在試題特徵曲線估計中，首先由 Ramsay(1991)轉化應用，Ramsay 引進 logit 轉換高低鑑別指數作為受試者加權總分排序時之加權函數，如(4)式：

$$W_i = \text{logit}[\,p_i^{(75)}\,] - \text{logit}[\,p_i^{(25)}\,] = \ln\left[\frac{p_i^{(75)}}{1 - p_i^{(75)}}\right] - \ln\left[\frac{p_i^{(25)}}{1 - p_i^{(25)}}\right] \qquad (4)$$

其中 $p_i^{(75)}$、$p_i^{(25)}$：分別表原始總分排序前 25%高分組、後 25%低分組受試者中，實際答對第 i 題之答對率。

i＝1, 2, …, n　　j＝1, 2, …, m

$D_i^{(25)} = p_i^{(75)} - p_i^{(25)}$：

第 i 題 25%高低鑑別指數　　　　　（5）

Ramsay(1991)之加權總分 T 統計量定義如

(6)式：

$$T_s = \sum_{i=1}^{n} W_i y_{is} \qquad \text{s=1, 2, ..., N} \quad (6)$$

其中，

T_s：表受試者 s 之鑑別指數加權總分值。

y_{is}：表受試者 s 實際答對第 i 題之指示值。

藉由 T_S 值之排序可估得受試者 s 之秩

(rank): r_s，由下列機率積分轉換(7)，可

得標準常態分配的對應分位數

(quantile)；q_s s＝1, 2, ..., N

$$\int_{-\infty}^{q_s} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = \mathrm{p}(\mathrm{R} \le r_s) = \frac{r_s}{N+1}$$

s = 1, 2, ..., N (7)

因答對率 p 為機率估計值，故 Ramsay(1991)採 Nadaraya & Watson 之 NW 核平滑化估計模式如(8)式：

$$P_i(\theta) = \frac{\sum_{s=1}^{N} k\left(\frac{q_s - \theta}{h}\right) y_{i(s)}}{\sum_{s=1}^{N} k\left(\frac{q_s - \theta}{h}\right)}, i = 1, 2, ..., n, s = 1, 2, ..., N$$

(8)

其中 $y_{i(s)}$ 表加權排序後第 r_s 序位受試者實際答對試題 i 之指示值。

q_s 表第 r_s 序位受試者加權總分經(7)式轉換之分位數。

Ramsay 選(8)式所示之高斯函數(Gaussian function)為專有之核函數

$$k(u) = \exp\{-\frac{u^2}{2}\}，-\infty < u < \infty \qquad (9)$$

h 表帶寬參數(bandwidth parameter)，亦稱平滑參數(smoothing parameter)。

Ramsay(1991)採用；h＝1.1 $N^{-\frac{1}{5}}$

其中 N 為受試者人數 (10)

綜合(8)、(9)、(10)三式，即得核平滑化無參數試題特徵曲線機率，模式如下：

$$\hat{P}_i(\theta) = \frac{\sum_{s=1}^{N} \exp\left[-\frac{N^{\frac{2}{5}}(q_s - \theta)^2}{2.42}\right] y_{i(s)}}{\sum_{s=1}^{N} \exp\left[-\frac{N^{\frac{2}{5}}(q_s - \theta)^2}{2.42}\right]} \qquad (11)$$

其中 s 表受試者： s =1, 2, ..., N，

i 表試題：i= 1, 2, ..., n。

$y_{i(s)}$ 表加權排序後第 r_s 序位受試者實際答對試題 i 之指示值。

q_s 表第 r_s 序位受試者加權總分經(6)式轉換之分位數。

2、劉湘川「相關加權核平滑化無參數試題反應理論」簡介

劉湘川(2000, 2001)指出 Ramsay 模式有下述五項可以改進處：(i) 受試者人數須為四之倍數；(ii)各試題高分組或低分組之答對率為 1 或 0 時均不適用；(iii)總分居中之百分之五十受試者之作答反應未被考慮，損失訊息；(iv)擴張高低鑑別指數並非高低鑑別指數之保序變換，會發生加權總分逆序情況；(v) 總分同分情況未充分加權改善。

並提出以「相關鑑別指數」替代

Ramsay 之「擴張高低鑑別指數」，而得改進之核平滑化試題選項分析能力參數之估計。

假設受試者有 N 人(s =1, 2, …, N)，試題有 n 題($i=1,2,...,n$)，

令 r_i 表 $\left(x_1,x_2,...,x_N\right)$ 與 $\left(y_{i1},y_{i2},...,y_{iN}\right)$ 之積差相關係數，即

$$r_i=\frac{\sum_{s=1}^{N}\left(x_s-\overline{x}\right)\left(y_{is}-\overline{y}_i\right)}{NS_xS_i} \qquad (12)$$

其中 x_s ：受試者 s 之測驗總分，

$$\overline{x}=\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}x_s \quad S_x^2=\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}\left(x_s-\overline{x}\right)^2 \qquad (13)$$

$y_{is}=1$ ：表受試者 s 實際答對試題 i ，

$y_{is}=0$ ：表受試者 s 未答錯試題 i ，

$$\overline{y}_i=\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}y_{is} \quad , \quad S_i^2=\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}\left(y_{is}-\overline{y}_i\right)^2 \qquad (14)$$

受試者 s =1, 2, …, N ， 試題 $i=1,2,...,n$ ，選項 $j=0,1,2,...,m_i$ ，

因 $-1\le r_i\le 1$ 取計分加權值

$$w_i=\frac{1+r_i}{2} \quad 0\le w_{ij}\le 1 \qquad (15)$$

T_s 表相關加權測驗總分，則有

$$T_s=\sum_{i=1}^{n}w_iy_{is} \qquad (16)$$

$s=1, 2, 3, \cdots$ ，

將 T_s 按由小而大之順序重新排列表示如右： $T_{(s)}$ ；即 $T_{(1)},T_{(2)},...,T_{(N)}$ ，再進行下列(17)式之非線性標準常態轉換，可得符合標準常態分配之 N 個對應能力參數估計值： $\hat{\theta}_{(1)},\hat{\theta}_{(2)},...,\hat{\theta}_{(N)}$ ，

$$\int_{-\infty}^{\hat{\theta}_{(s)}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt=\frac{s}{N+1} \qquad (17)$$

藉由「相關加權常態轉換估計法」，可估得兼顧隨機未作答及充分改善加權總分同分情況之能力參數改進估計值；依小而大排序為

$$\hat{\theta}_{(1)},\hat{\theta}_{(2)},...,\hat{\theta}_{(N)} \qquad (18)$$

並令 $y_{i(s)}$ 表能力參數改進估計值為 $\hat{\theta}_{(s)}$ 之受試者實際答對試題 i 之選項 j 之指示值,則以 $\hat{\theta}_{(s)}$ 及 $y_{i(s)}$ 分別取代(11)式中之 q_s 及 $y_{i(s)}$ ，可得試題 i 之答對機率函數如(18)式。

$$\hat{P}_i\left(\theta\right)=\frac{\sum_{s=1}^{N}\exp\left[-\frac{N^{\frac{2}{5}}\left(\hat{\theta}_{(s)}-\theta\right)^2}{2.42}\right]y_{i(s)}}{\sum_{s=1}^{N}\exp\left[-\frac{N^{\frac{2}{5}}\left(\hat{\theta}_{(s)}-\theta\right)^2}{2.42}\right]} \qquad (19)$$

五、多點記分核平滑化無參數試題反應理論

劉湘川(2000, 2001，2001a, b) 在二點記分之考慮下，指出 Ramsay(1991)模式之前述五處缺失。劉湘川(2007)進一步指出

Ramsay 模式中之高低鑑別指數只考慮答對與否之比率，只適用於二點記分之情況，無法據以分析多點記分之測驗與試題，並仿模糊集合隸屬度之發展概念，將明確集合之 0 與 1 之二點隸屬度擴張至[0,1]區間值之多點可能隸屬度，同樣處理異質記分系統，使異質之二點記分系統，經標準規格化後即為 0 與 1 之二點標準規格記分。推廣處理任意異質之多點記分，經標準規格化後，即成為最小值為 0 與最大值為 1 之可比較記分系統。並以多點記分之積差相關鑑別加權取代劉湘川(2000)之「點二系列相關鑑別加權」，發展提出多點記分核平滑化無參數試題反應理論，簡列如下：

令認知測驗中多點記分試題i之記分向量為$\left(a_{i1},a_{i2},a_{i3},...,a_{in_i}\right)$，且$x_{is}$為受試者$s$作答試題$i$之原始得分，其標準規格化得分為$y_{is}$滿足：

$$y_{is}=\frac{z_M-z_{is}}{z_M-z_m}\ ,i=1,2,...,n,s=1,2,...,N \quad (20)$$

其中：

$$z_{is}=\frac{x_{is}-\overline{a}_i}{S_i}\ ,i=1,2,...,n,s=1,2,...,N$$

$$\overline{a}_i=\frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i}a_{ik}\ ,S_i^2=\frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i}\left(a_{ik}-\overline{a}_i\right)^2$$

$$z_M=\max\left\{z_{is}\mid i=1,2,...,n,s=1,2,...,N\right\}$$
$$z_m=\min\left\{z_{is}\mid i=1,2,...,n,s=1,2,...,N\right\}$$

並由「性質 1」 知：

$0\le y_{is}\le 1, i=1,2,...,n\ , s=1,2,...,N$

令r_i表$\left(x_1,x_2,...,x_N\right)$與$\left(y_{i1},y_{i2},...,y_{iN}\right)$之積差相關係數，即

$$r_i=\frac{\sum_{s=1}^{N}\left(x_s-\overline{x}\right)\left(y_{is}-\overline{y}_i\right)}{NS_xS_i} \quad (21)$$

其中 $x_s=\sum_{i=1}^{n}y_{is}$ ：受試者s之測驗總分

$$\overline{x}=\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}x_s \qquad S_x^2=\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}\left(x_s-\overline{x}\right)^2$$

$$\overline{y}_i=\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}y_{is}\ ,\ S_i^2=\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}\left(y_{is}-\overline{y}_i\right)^2 \quad (22)$$

受試者s=1, 2, …, N ， 試題$i=1,2,...,n$ ，

因$-1\le r_i\le 1$取計分加權值$w_i=\frac{1+r_i}{2}$ (23)

$0\le w_i\le 1$ ，

T_s表相關加權測驗總分，則有

$$T_s=\sum_{i=1}^{n}w_iy_{is}\ ,\ s=1,2,...,N \quad (24)$$

將T_s按由小而大之順序重新排列表示如右：$T_{(s)}$；即$T_{(1)},T_{(2)},...,T_{(N)}$ 再進行下列(25)式之非線性標準常態轉換，可得符合標準常態分配之 N 個對應能力參數估計值；$\hat{\theta}_{(1)},\hat{\theta}_{(2)},...,\hat{\theta}_{(N)}$。

$$\int_{-\infty}^{\hat{\theta}_{(s)}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt=\frac{s}{N+1} \quad (25)$$

藉由「積差相關加權常態轉換估計法」，可估得兼顧隨機未作答及充分改善加權總分同分情況之能力參數改進估計值；依小而大排序為

$$\hat{\theta}_{(1)},\hat{\theta}_{(2)},...,\hat{\theta}_{(N)} \quad (26)$$

並令 $y_{i(s)}$ 表能力參數改進估計值為 $\hat{\theta}_{(s)}$ 之受試者實際答對試題 i 之指示值

則以 $\hat{\theta}_{(s)}$ 及 $y_{i(s)}$ 分別取代(11)式中之 q_s 及 $y_{i(s)}$ 可得試題 i 之答對機率函數如(27)式

$$P_i(\theta)=\frac{\sum_{s=1}^{N}\exp\left[-\frac{N^{\frac{2}{5}}\left(\hat{\theta}_{(s)}-\theta\right)^2}{2.42}\right]y_{i(s)}}{\sum_{s=1}^{N}\exp\left[-\frac{N^{\frac{2}{5}}\left(\hat{\theta}_{(s)}-\theta\right)^2}{2.42}\right]}\ ,\ i=1,2,...,n \qquad (27)$$

六、基於多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論

多點記分之順序理論首先由竹谷誠（1987）針對同質態度問卷提出問題順序係數，劉湘川（2003）提出異質態度問卷之問題順序係數，劉湘川、劉東昇（2003）劉湘川、簡茂發（2004）先後提出改進之問題順序係數，劉湘川（2004）指出上述所有態度問卷之問題順序係數，只要順序方向相反即得適用於多點記分認知測驗之試題順序係數。劉湘川、簡茂發（2006）提出規格化多點記分試題順序理論，劉湘川（2006）提出改進之多點記分標準規格化試題順序理論。劉湘川(2007)配合標準規格化多點記分提出基於多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論，稱為第一種多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論。

並推廣劉湘川（2000, 2001)之「二點記分核平滑化無參數 IRT 之兩種順序理論」所得之兩種「多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論」，分別稱為第二種及第三種「多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論」。本文以第二種為基礎，進行程式設計與實徵研究。

上述三種「多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論」簡介如下：

1、多點記分標準規格化試題順序理論

[定義 6]

劉湘川（2006）之多點記分試題順序關係

(i) 令試題 i 與試題 j 之記分向量分別為：

$\left(a_{i1},a_{i2},a_{i3},...,a_{in_i}\right)$，$\left(a_{j1},a_{j2},a_{j3},...,a_{jn_j}\right)$

(ii) 令受試 s 分別作答試題 i 與試題 j 之原始得分為 x_{is} 與 x_{js}，

$s=1,2,...,N,i\neq j,i,j,=1,2,...,n$ 。

(iii) 令受試 s 分別作答試題 i 之標準規格化得分為 y_{is}，且

$$y_{is}=\frac{z_M-z_{is}}{z_M-z_m},i=1,2,...,n,s=1,2,...,N \quad (28)$$

$$z_{is}=\frac{x_{is}-\overline{a}_i}{S_i}\ ,i=1,2,...,n,s=1,2,...,N$$

$$\overline{a}_i=\frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i}a_{ik}\ ,S_i^2=\frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i}\left(a_{ik}-\overline{a}_i\right)^2$$

$$z_M=\max\left\{z_{is}\mid i=1,2,...,n,s=1,2,...,N\right\}$$
$$z_m=\min\left\{z_{is}\mid i=1,2,...,n,s=1,2,...,N\right\}$$

(iv) 定義非負指示函數如下：

$$[x]^+=\begin{cases}x & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases} \qquad (29)$$

(v) 定義「試題 i 至試題 j 順序係數」之公式如下：

$${}_1\gamma_{ij}^+=1-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[y_{js}-y_{is}\right]^+ \qquad (30)$$

(vi) 定義「試題i至試題j之單向順序」；

令I_i, I_j分別表示第i試題與第j試題，則

$$I_i \to I_j \iff {}_1\gamma_{ij}^{+} \geq 0.93 > {}_1\gamma_{ji}^{+} \qquad (31)$$

(vii) 定義「試題i至試題j之雙向順序」；

令I_i, I_j分別表示第i試題與第j試題，則

$$I_i \leftrightarrow I_j \iff {}_1\gamma_{ij}^{+} \geq 0.93，{}_1\gamma_{ji}^{+} \geq 0.93 \quad (32)$$

2、多點記分試題順序理論與二點記分試題順序理論之關係

劉湘川（2006）提出之多點記分試題順序理論可視為二點記分 OT 理論之推廣，反之，二點記分 OT 理論可視為多點記分試題順序理論之特例。簡單說明如下：當所有試題均為二點記分時，其標準規格化得分必為 0 或 1，此時 0 代表答錯，1 代表答對，則$\sum_{s=1}^{N}\left[y_{js}-y_{is}\right]^{+}$即表 N 受試中試題 i 答錯且試題 j 答對之次數，且有$\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}\left[y_{js}-y_{is}\right]^{+}=P\left(I_i=0, I_j=1\right)$，亦即，在所有試題均為二點記分時，

${}_1\gamma_{ij}^{+}=1-\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}\left[y_{js}-y_{is}\right]^{+}$可改寫為

${}_1\gamma_{ij}^{+}=1-P\left(I_i=0, I_j=1\right)$。

3、第二種多點記分核平滑化無參數 IRT 順序理論

第二種多點記分核平滑化無參數 IRT 之順序理論為根據劉湘川(2007)之「多點記分核平滑化無參數 IRT 理論」，推廣劉湘川（2000, 2001）之「二點記分核平滑化無參數 IRT 順序理論」發展而得，簡介如下：

[定義 7]

令${}_2\gamma_{ij}^{+}(\theta)$表「第二種多點記分受試能力為$\theta$之試題$i$至試題$j$之關聯順序係數」，定義第二種多點記分受試能力為$\theta$之試題$i$至試題$j$順序關係如下：

(i)

$${}_2\gamma_{ij}^{+}(\theta)=1-P\left(I_i<0.5, I_j>0.5 \mid \theta\right) \qquad (33)$$

其中：

$$\hat{P}\left(I_i<0.5, I_j>0.5 \mid \theta\right) = \frac{\sum_{s=1}^{N}\exp\left[-\frac{N^{\frac{2}{5}}\left(\hat{\theta}_{(s)}-\theta\right)^2}{2.42}\right]\left[1-2y_{i(s)}\right]^{+}\left[2y_{j(s)}-1\right]^{+}}{\sum_{s=1}^{N}\exp\left[-\frac{N^{\frac{2}{5}}\left(\hat{\theta}_{(s)}-\theta\right)^2}{2.42}\right]} \qquad (34)$$

（ii）定義「第二種多點記分受試能力為θ之試題i至試題j之單向關聯順序關係」；

令$I_i(\theta), I_j(\theta)$分別表示受試能力為θ之第i試題與第j試題，則

$$I_i(\theta) \to I_j(\theta) \iff {}_2\gamma_{ij}^{+}(\theta) \geq 0.96 > {}_2\gamma_{ji}^{+}(\theta) \qquad (35)$$

（iii）定義「第二種多點記分受試能力為θ之試題i至試題j之雙向關聯順序關係」；

$$I_i(\theta) \leftrightarrow I_j(\theta) \iff {}_2\gamma_{ij}^{+}(\theta) \geq 0.96，{}_2\gamma_{ji}^{+}(\theta) \geq 0.96 \qquad (36)$$

參、研究方法

一、研究工具

1、使用 MATLAB 撰寫程式計算試題預試之難度、鑑別度、Cronbach α 信度，以及正式施測之受試者能力值估計、試題解答機率、試題順序結構相關數值的計算。

2、使用 Microsoft Visio 繪製試題順序結構圖。

二、研究步驟

1、試卷預試：本次預試從台中縣新盛國小、台中縣中山國小、台中縣東新國小、台中縣東勢國小四所學校，抽樣 223 名實施預試工作，預試後進行題目分析、刪題後組成正式試卷，如附件一。

2、正式施測:於六月下旬連絡彰化縣新庄國小、台中縣新光國小、台中縣新興國小、台中縣新盛國小四所國小教師，徵得同意後共抽樣 122 名學生進行施測。

3、使用 MATLAB 撰寫程式分析試卷 Cronbach α 信度達.9371，顯示內部一致性良好。

4、使用 MATLAB 撰寫程式估計學生能力值如附件二。

5、選擇欲觀察順序結構之試題，因本研究試題共 35 題，全部繪製於結構圖會顯得過於混亂，所以選擇分數減法相關 11 題進行分析。

6、選擇高、中、低能力值受試者各一名，使用 MATLAB 撰寫程式計算多點記分無參數 IRT 試題順序結構。

7、計算高、中、低能力值之試題解答機率。

8、使用 Microsoft Visio 繪製試題順序結構圖。

9、分析高、中、低能力者所得的試題順序結構圖。

肆、分析與討論

本文主要探討多點記分無參數反應理論與順序理論整合模式程式設計與應用，在此根據受試者能力值上下一個標準差為臨界點，將全體受試者區分為高、中、低能力三組。個別於三組選定一受試者運算繪製出試題順序結構圖，並加以分析討論。選定之三位受試者相關資料如表 4-1 所示。高能力組試題順序結構圖如圖 4-1；中能力組試題順序結構圖如圖 4-2；低能力組試題順序結構圖 4-3。

表 4-1 三種能力值受試者之得分情形

編號	組別	能力值	原始得分	排序
71	高能力組	1.453	33.8	9
6	中能力組	0.01	28.43	61
100	低能力組	-1.514	10.32	115

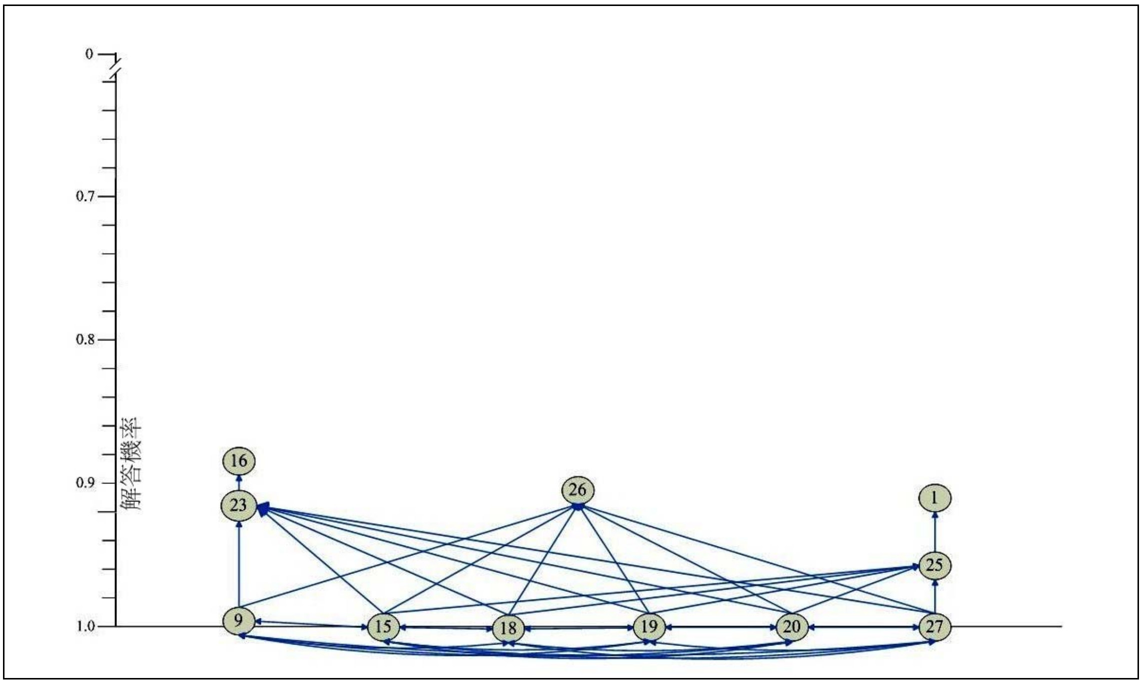

圖 4-1 能力值 1.453 受試者試題順序結構圖

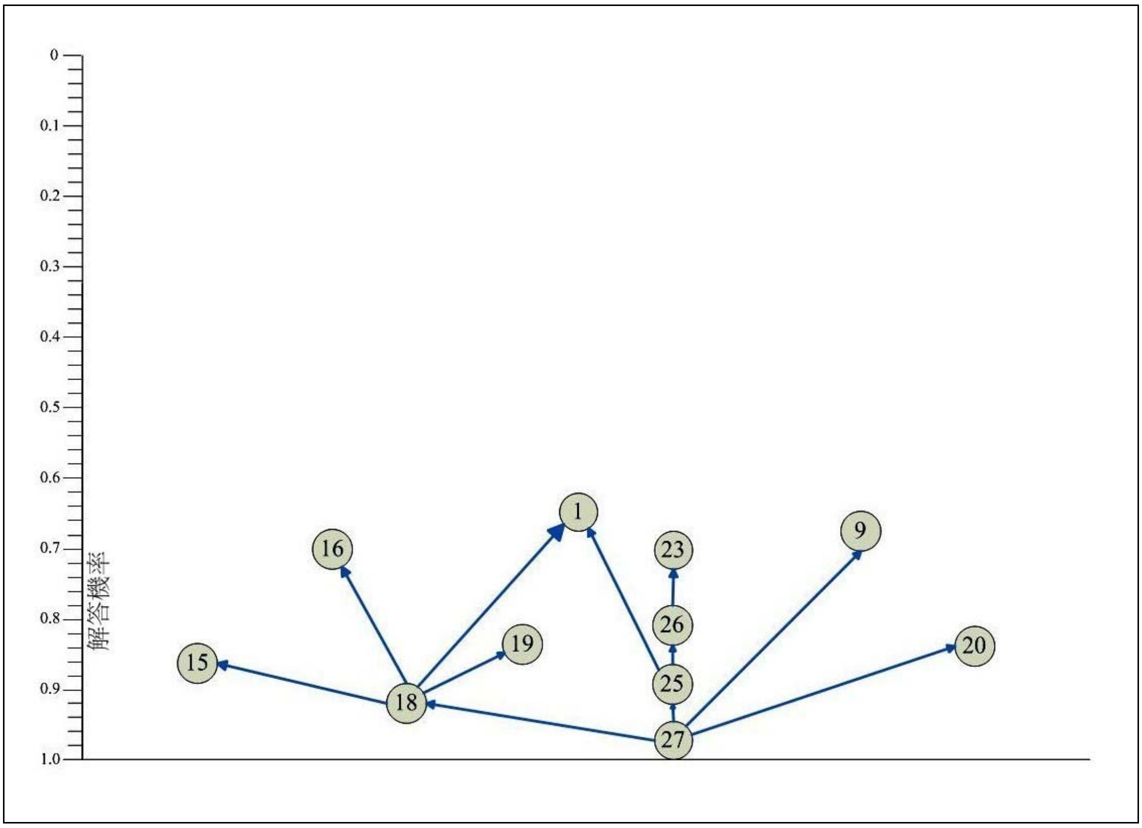

圖 4-2 能力值 0.01 受試者試題順序結構圖

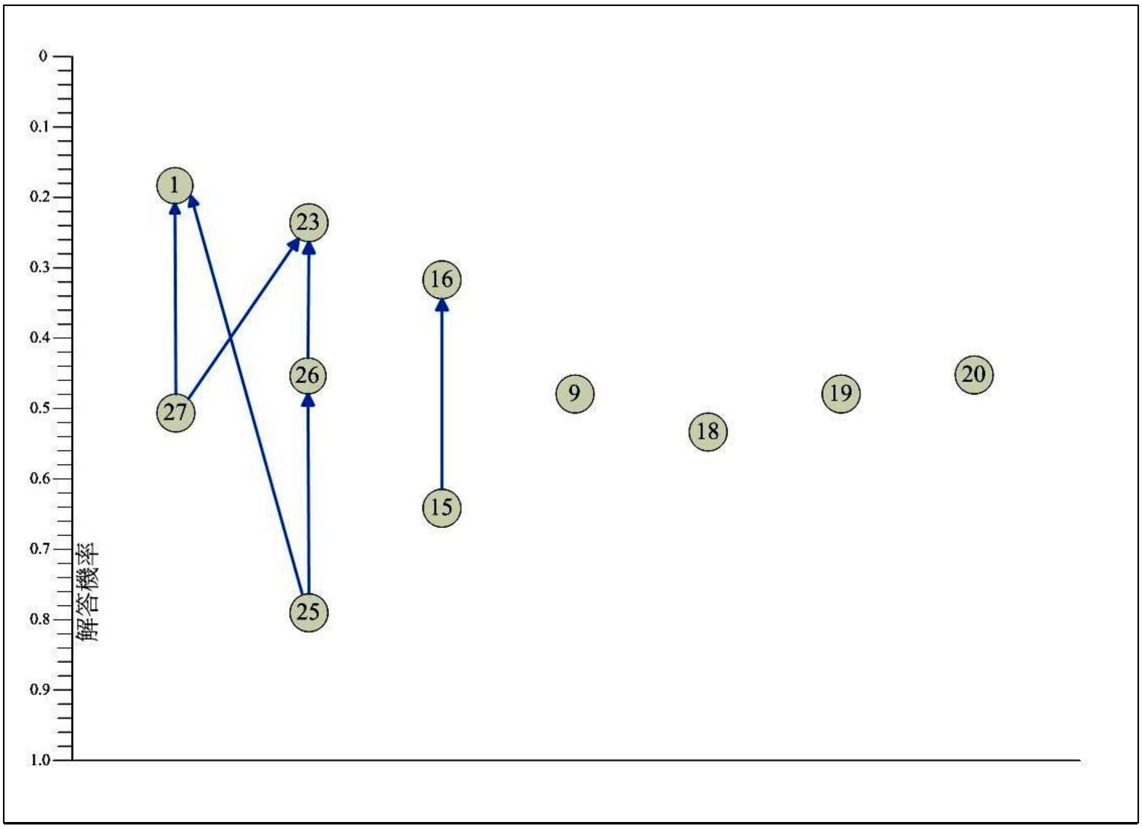

圖 4-3 能力值-1.514 受試者試題順序結構圖

一、個別試題順序結構圖之分析

1、就圖 4-1 而言，試題 9、15、18、19、20、27 具雙向順序關係，於此能力值受試者而言具等價關係。觀察試題內容，其中第 15 題為同分母不退位減法，第 27 題為異分母不退位減法，第 18、19、20 為同分母退位減法，第 9 題為異分母退位減法，答對以上 6 題，需要的解題技巧有「通分」、「退位」。再觀察此一能力受試者的答對機率，介於.9698 至.9999 之間，由此可知對高能力者而言，分數減法的「退位」與「通分」可視為等價，不會造成其解題的困擾。

試題 25 為同分母不退位減法，解答機率為.9597，比上述 6 題困難度稍微提高，推測因計算題降低其答對機率，此點有待後續研究。試題 23 解答機率.8924，顯示分數連減題目，就算是不退位減法也會增加此題的困難度。試題 1、16、26 為整數或帶分數減法，難度介於.8845 至.9177 之間，尤其試題 16 看似簡單的整數減分數讓受試者最感困難，值得教學者注意。

此受試者針對此 11 題有下列試題順序存在：

試題 9、15、18、19、20、27 至試題 23 至試題 16。

試題 9、15、18、19、20、27 至試題 25 至試題 1。

試題 9、15、18、19、20、27 至試題 26。

就此受試者而言，試題解答機率介於.8845 至.9999 之間。

2、就圖 4-2 而言，試題 27 解答機率.9495，就此受試者而言並不困難，且此題到其他試題之間都有試題順序存在，顯示為解答其他試題之基礎。若扣除試題 27，發現此位受試者之試題順序結構可區分為 3 部分。

試題 18 分別至試題 1、15、16、19 有順序結構，試題 18 內涵為 1 減真分數，顯示為整數或帶分數減法之基礎。試題 25 至試題 26 至試題 23 具系列順序結構。試題 25 到試題 1 有順序結構。試題 9、20 與其他試題之間比較不具順序性。

就此受試者而言，試題解答機率介於.6080 至.9495 之間。

3、就圖 4-3 而言，試題順序結構可區分為 3 組。

試題 1、23、25、26、27 一組，試題 15、16 一組，其餘為一組。

第一組中試題 25 至試題 26 至試題 23 具系列順序結構，試題 25 至試題 1 有順序結構，試題 27 至試題 23、1 有順序結構，再觀察試題內容，顯示真分數通分及不通分減法為本組下位概念，帶分數退位減法、分數連減是本組的上位概念。

第二組試題 15 到試題 16 有順序結構。其他題目沒有順序結構關係。

就此受試者而言，試題解答機率介於.1806 至.7815 之間。

二、不同能力試題順序結構圖間之比較分析

1、部分順序結構依能力值不同而有所變化，低能力值與中能力值的順序結構圖較為類似，都具有試題 25 至試題 26 至試題 23 的順序性。在高能力值的圖中此三題雖仍為較上位之概念，但不具順序結構。

2、在低能力值的圖 4-3 中順序性較少，且題目間不具等價關係，在高能力值的圖 4-1 中，順序關係較為顯著，且

因部分題目相對於受試者已顯得容易，所以具等價關係。

3、試題 1、16 在三圖中都是上位概念，顯示整數(大於 1)減真分數、帶分數減帶分數退位減法(須通分)是分數減法較為困難的部分；試題 9、11 在低、中能力值圖中都屬於下位概念，顯示真分數同分母、異分母減法是低、中能力者學習分數減法時應精熟的技巧。

伍、結論與建議

一、 結論

1、本研究採多點記分透過標準規格化得分及無參數 IRT 模式，進行異質測驗之試題分析，對照得分表(如附件二)，透過多點記分及標準規格化之得分，本研究有效樣本 122 人中，只有 18 人有同分情形，再運用積差相關加權之無參數 IRT 模式運算後之得分，則已無同分情形，可有效區隔受試者之得分，增加試券鑑別功能。

2、試題解答機率隨能力提升而遞增，從低能力之.1806~.7815 到中能力的.6080~.9495 到高能力的.8845~.9999。可做為教學者評量時之參考。

3、能力值不同，試題順序結構隨之不同，顯示不同能力值分數減法之概念結構不同，對此單元之學習有不同的路徑，可供教學者規劃教學順序及個別化補救教學之參考。

二、 建議

1、透過本研究可繪製出介於最高能力值至最低能力值之間任一能力值之試題順序結構圖，分析各能力值受試者之試題順序性或等價性。若配合電腦適性化診斷測驗，可在減少試題及時間的情況下，診斷出學生學習困難所在，並依循順序結構圖，進行補救教學。

2、本研究採多點記分，批改試券除選擇題可電腦閱卷外，其餘完全依賴人工，曠日費時且可能因人力疲累產生記分錯誤情形，後續可研發多點記分電腦閱券，加速閱卷速度並減少閱券之錯誤率。

3、此次研究以試題為分析單位，進行順序結構之分析與討論，未來可以概念最為分析單位，得到個別化概念順序結構圖，探討不同能力者的單元概念順序。

參考文獻

[1] 劉湘川，“點二系列相關試題鑑別指數之值譜數分析及其在 IRT 上之應用”，**測驗統計年刊第八輯**，1-22 頁，台中市，國立台中師範學院，2000。

[2] 劉湘川，“相關加權核平滑化無參數試題選項特徵曲線估計法及其 IORS，整合模式”，**第五屆華人社會心理與教育測驗學術研討會**，C5.1-10 頁，台北市，中國測驗學會，國立台灣師範大學，2001a。

[3] 劉湘川，“核平滑化試題選項特徵曲線與選項關聯結構整合擴充模式”，**測驗統計年刊第九輯**，1-18 頁，台中市，國立台中師範學院，2001b。

[4] 劉湘川，“高階相關比累進加權核平滑化試題選項綜合模式”，**測驗統計年刊**

第十輯，197-218 頁，台中市，國立台中師範學院，2002a。

[5] 劉湘川，“多重加權核平滑化試題選項綜合模式及其轉化應用”，**師範學院教育學術論文發表**，嘉義市，國立嘉義大學，(2002b)。

[6] 劉湘川，“混合型語義結構分析之研究”，**測驗統計年刊第十一輯**，1-16 頁，台中市，國立台中師範學院，2003a。

[7] 劉湘川，“核平滑化試題與選項分析模式之條件最大概似數值估計”，**測驗統計年刊第十一輯**，17-40 頁，台中市，國立台中師範學院，2003b。

[8] 劉湘川、劉東昇，“態度問題關聯結構分析方法之研究”，**中華心理學會**，台北市，輔仁大學，2003。

[9] 劉湘川、簡茂發，“混合型態度問題關聯結構分析”，**第六屆兩岸心理與教育測驗學術研討會**，中國測驗學會，陝西師範大學，2004。

[10] 劉湘川，“態度問題與認知試題之關聯結構分析”，**測驗理論講義**，台中健康暨管理學院資訊工程研究所資訊教育組，2004。

[11] 劉湘川、簡茂發，“多點記分順序理論”，**第七屆兩岸心理與教育測驗學術研討會**(2006.10.29)，中國測驗學會，台北市：國立政治大學，2006。

[12] 劉湘川，“標準規格化多點記分順序理論”，**測驗統計年刊第十五輯上期**，1-12 頁，台中市，國立台中教育大學，2007a。

[13] 劉湘川，“多點記分核平滑化無參數 IRT 及其應用”，**測驗統計年刊第十五輯上期**，台中市，國立台中教育大學，2007b。

[14] 竹谷誠，“IRS テスト構造法と活用法，**日本教育工學會雜誌**，5，93~103，1980。

[15] 竹谷誠，“評定尺度デ ータの意味分析法”，**日本行動計量學會誌**，14，2，10-17，1987。

[16] Andrich, D, “ Scaling attitude item constructed and scored in the Lickert tradition”, *Edcational and Psychological Measurement, 38,* 665-680,1978.

[17] Airasian, P. W., & Bart, W. M., “ordering theory: A new and useful measurement model”, *Journal of Education Technology, Vol.5.* pp.56-60,1973.

[18] Hsiang-Chuan Liu, Tian-Wei Sheu, Bor-Chen Kou, Shu-Chuan Shih, Ching-Lin Shiu, “Item Ordering Theories Based on Nonparametric Item Response Theory”, IMPS-2003 International Meeting of the Psychometric Society, Sardinia, Italy,2003.

[19] Masters, G. N.,“ A Rasch model for partial credit scoring”, *Psychometrika,47,* 149-174 ,1982.

[20] Samejima, F, “ Estimation of latent ability using a response pattern of graded scores”, (No. 17), Psychometric Monograph,1969.

[21] Ramsay,J.O.,“ Kernel smoothing approaches to nonparametric item characteristic curve estimation”, *Psychometrika, 56,* 611-630,1991.

[22] Takeya, “New item structure theorem”,Tokyo, Waseda University,1991.

附件一 多點記分無參數試題反應理論與順序理論整合模式程式設計與運用」研究試題

序號	內涵	題號	題目
1	同分母真分數加法	13	請問 $\frac{2}{13}+\frac{5}{13}=$？ ① $\frac{7}{26}$ ② $\frac{10}{26}$ ③ $\frac{7}{13}$ ④ $\frac{10}{13}$
2	同分母帶分數加帶分數計算(分數部分和小於 1)	14	請問 $1\frac{11}{16}+2\frac{3}{16}=$？ ① $3\frac{14}{16}$ ② $2\frac{14}{16}$ ③ $1\frac{11}{16}$ ④ $3\frac{3}{16}$
3	同分母真分數加法(分數部分和大於或等於 1)	21	請問 $\frac{5}{6}+\frac{2}{6}=$？ ① $\frac{10}{36}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{10}{6}$ ④ $\frac{7}{6}$
4	同分母帶分數加帶分數計算(分數部分和大於或等於 1)	17	請問 $3\frac{9}{11}+1\frac{8}{11}=$？ ① $4\frac{7}{11}$ ② $5\frac{9}{11}$ ③ $5\frac{6}{11}$ ④ $4\frac{17}{22}$
5	1 減真分數	18	一卷膠帶有 1 公尺，用去 $\frac{4}{10}$ 公尺，還剩幾公尺？ ① $\frac{3}{10}$ 公尺 ② $\frac{6}{10}$ 公尺 ③ $\frac{3}{9}$ 公尺 ④ $1\frac{4}{10}$ 公尺
6	真分數減真分數	25	$\frac{11}{19}-\frac{3}{19}$
7	同分母帶分數減真分數(分數夠減)	15	請問 $3\frac{14}{15}-\frac{12}{15}=$？ ① $3\frac{2}{15}$ ② $2\frac{2}{15}$ ③ $3\frac{6}{30}$ ④ $3\frac{1}{15}$
8	正整數減真分數	16	請問 $2-\frac{13}{18}=$？ ① $\frac{5}{18}$ ② $1\frac{3}{18}$ ③ $1\frac{5}{18}$ ④ $2\frac{13}{18}$
9	同分母帶分數減真分數(分數不夠減)	19	請問 $3\frac{7}{13}-\frac{9}{13}=$？ ① $3\frac{11}{13}$ ② $2\frac{8}{13}$ ③ $2\frac{7}{13}$ ④ $2\frac{11}{13}$
10	同分母帶分數減帶分數(分數不夠減)	20	請問 $5\frac{4}{13}-3\frac{6}{13}=$？ ① $2\frac{10}{13}$ ② $1\frac{11}{13}$ ③ $2\frac{11}{13}$ ④ $\frac{11}{13}$

11	同分母分數連加、連減	28	$(3\frac{9}{12}+5\frac{7}{12})+2\frac{11}{12}$
12	同分母分數加減混合運算	35	有一枝 $1\frac{2}{5}$公尺的竹竿，和一枝 $1\frac{4}{5}$公尺的竹竿，兩枝竹竿接在一起後全長 $2\frac{3}{5}$公尺，請問接合處是多少公尺？
13	異分母真分數加法(分數部分和小於 1)	11	請問 $\frac{7}{18}+\frac{1}{3}=$？ ① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{13}{18}$ ③ $\frac{8}{18}$ ④ $\frac{8}{54}$
		10	請問 $\frac{3}{7}+\frac{1}{5}=$？ ① $\frac{3}{35}$ ② $\frac{4}{35}$ ③ $\frac{7}{35}$ ④ $\frac{22}{35}$
14	異分母真分數加法(分數部分和大於或等於 1)	8	請問 $\frac{9}{16}+\frac{11}{18}=$？ ① $1\frac{25}{144}$ ② $\frac{99}{288}$ ③ $\frac{20}{288}$ ④ $\frac{20}{34}$
		24	$\frac{9}{14}+\frac{3}{5}$
15	異分母帶分數加帶分數計算(分數部分和小於 1)	4	請問 $2\frac{5}{8}+1\frac{1}{12}=$？① $1\frac{1}{3}$ ② $3\frac{6}{24}$ ③ $2\frac{17}{24}$ ④ $3\frac{17}{24}$
		33	甲、乙杯內的果汁的容量分別是 $1\frac{9}{15}$ 公升和 $2\frac{8}{25}$ 公升，這兩杯果汁共有多少公升？
16	異分母帶分數加帶分數計算(分數部分和大於或等於 1)	5	請問 $4\frac{2}{5}+1\frac{10}{15}=$？① $6\frac{1}{15}$ ② $5\frac{4}{5}$ ③ $5\frac{1}{15}$ ④ $2\frac{4}{15}$
		31	榴連和香蕉分別重 $2\frac{7}{8}$ 公斤和 $1\frac{5}{12}$ 公斤，一共是多少公斤？
17	異分母真分數減真分數	12	請問 $\frac{11}{14}-\frac{3}{7}=$？① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{8}{7}$ ③ $\frac{8}{10}$ ④ $\frac{8}{14}$
		7	請問 $\frac{8}{9}-\frac{5}{6}=$？①1 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{18}$
		27	$\frac{6}{7}-\frac{1}{2}$

18	異分母帶分數減真分數(分數部分夠減)	2	請問$3\frac{17}{24}-\frac{1}{3}=$？ ①$3\frac{16}{21}$ ②$3\frac{9}{24}$ ③$3\frac{16}{24}$ ④$4\frac{1}{24}$
		26	$7\frac{5}{9}-\frac{3}{8}$
19	異分母帶分數減真分數(分數部分不夠減)	9	請問$3\frac{3}{8}-\frac{5}{12}=$？ ①$3\frac{23}{24}$ ②$3\frac{1}{24}$ ③$2\frac{23}{24}$ ④$2\frac{9}{24}$
		34	一桶果汁有$2\frac{1}{4}$公升，昨天喝了$\frac{2}{3}$公升，還剩下多少公升？
20	異分母帶分數減法(分數部分不夠減)	1	請問$7\frac{1}{3}-4\frac{17}{24}=$？①$3\frac{3}{8}$ ②$2\frac{1}{3}$ ③$1\frac{5}{8}$ ④$2\frac{5}{8}$
		32	甲數比乙數多$1\frac{7}{18}$，甲數是$2\frac{2}{15}$，乙數是多少？
21	異分母分數連加、連減	23	$8\frac{3}{7}-(\frac{2}{3}-\frac{2}{5})$
		30	藍色繩子長$4\frac{3}{7}$公尺，白色繩子長$2\frac{1}{5}$公尺，橘色繩子長$3\frac{2}{9}$公尺，三條繩子共長多少公尺？
22	異分母分數加減混合運算	3	請問$2\frac{5}{9}+(2\frac{3}{8}-1\frac{7}{12})=$？ ①$\frac{65}{72}$ ②$3\frac{25}{72}$ ③$3\frac{7}{18}$ ④$3\frac{13}{18}$
		6	請問$2\frac{1}{15}-(\frac{3}{5}+\frac{2}{3})=$？①$1\frac{11}{15}$ ②$1\frac{4}{5}$ ③$\frac{4}{5}$ ④$\frac{1}{5}$
		22	$6\frac{2}{3}+1\frac{4}{7}-3\frac{8}{14}$
		29	罐子裡有$2\frac{5}{6}$公升的水，加入$1\frac{2}{5}$公升，又用去了$3\frac{1}{4}$公升，還剩下多少公升？

附件二　　多點記分無參數反應理論與順序理論整合模式程式設計與應用研究受試者得分、能力值一覽表

編號	多點記分得分	無參數 IRT 得分	能力值	編號	多點記分得分	無參數 IRT 得分	能力值
67	35	27.14341361	2.403	44	30.86667	24.01437	0.522
12	34.5	26.76825681	2.138	81	30.75	24.00971	0.499
8	34.25	26.53085691	1.971	17	30.9	23.95976	0.476
16	34.18333	26.52171126	1.845	105	30.65	23.85491	0.453
83	34.16667	26.48497002	1.743	59	30.8	23.80907	0.431
1	34.1	26.40768762	1.657	91	30.58333	23.75553	0.408
19	34	26.37308772	1.581	82	30.65	23.74077	0.386
29	34	26.35307542	1.514	90	30.4	23.70488	0.365
71	33.8	26.26813212	1.453	79	30.4	23.65074	0.343
28	33.5	26.01686815	1.396	93	30.35	23.5231	0.321
77	33.4	25.94222452	1.344	103	30.25	23.49973	0.3
85	33.33333	25.87868227	1.296	80	30.05	23.4098	0.279
47	33.25	25.83715829	1.25	112	29.88333	23.38015	0.258
14	33	25.62771072	1.206	120	29.9	23.19438	0.237
72	33.03333	25.61711948	1.165	69	29.83333	23.08283	0.216
86	33	25.6098098	1.126	117	29.66667	23.02885	0.195
75	33	25.58620644	1.088	13	29.53333	22.89684	0.174
116	32.83333	25.44300472	1.052	35	29.2	22.79495	0.153
70	32.66667	25.34313778	1.017	104	29	22.6031	0.133
89	32.53333	25.33585678	0.984	122	29.03333	22.5033	0.112
107	32.5	25.24448275	0.951	20	29	22.48989	0.092
48	32.33333	25.1823414	0.92	66	28.75	22.3491	0.071
11	32.25	25.03281322	0.889	30	28.5	22.10947	0.051
118	32.1	24.99677531	0.859	34	28.38333	22.05773	0.031
31	32.16667	24.98566299	0.83	6	28.43333	21.99946	0.01
46	32.05	24.97033733	0.802	62	28.16667	21.85135	-0.01
37	32	24.87618881	0.774	97	28.05	21.63168	-0.031
92	32.08333	24.87355696	0.747	18	27.66667	21.45594	-0.051
68	32	24.81440668	0.72	53	27.53333	21.43701	-0.071
113	32	24.74300998	0.694	108	27.48333	21.4226	-0.092
73	31.83333	24.69787515	0.668	36	27.51667	21.37504	-0.112
21	31.66667	24.60719655	0.643	40	27.41667	21.36028	-0.133
87	31.41667	24.45508849	0.618	101	27.13333	21.11448	-0.153
4	31.5	24.3914499	0.594	76	26.75	20.90644	-0.174

編號	多點記分得分	無參數 IRT 得分	能力值	編號	多點記分得分	無參數 IRT 得分	能力值
26	31.16667	24.15876878	0.569	102	14.23333	11.07747394	-1.052
3	31	24.01655324	0.546	33	13.46667	10.48075467	-1.088
114	26.28333	20.38201795	-0.237	56	12.76667	9.832516328	-1.126
78	26.3	20.28917724	-0.258	119	26.66667	20.77155	-0.195
54	25.75	20.08358794	-0.279	43	12.66667	9.746534521	-1.165
106	25.7	20.04960438	-0.3	2	12.6	9.581263998	-1.206
121	25.5	19.90658889	-0.321	25	26.91667	20.75608	-0.216
60	25.46667	19.79130941	-0.343	111	11.85	8.858968	-1.25
110	25.23333	19.62550474	-0.365	27	11.65	8.856656	-1.296
94	24.48333	18.96401834	-0.386	45	11.11667	8.40891	-1.344
7	24.55	18.94400162	-0.408	9	11	8.384652	-1.396
84	24.16667	18.85034737	-0.431	58	10.56667	7.999722	-1.453
38	24	18.56697032	-0.453	100	10.31667	7.825718	-1.514
65	23.96667	18.56291771	-0.476	99	10.06667	7.621967	-1.581
109	23.75	18.3000095	-0.499	41	9.416667	7.17799	-1.657
57	23	17.86410552	-0.522	15	7.85	5.934709	-1.743
95	22.85	17.57412092	-0.546	39	7.566667	5.719889	-1.845
64	21.83333	16.90757625	-0.569	55	7.7	5.690626	-1.971
22	21.85	16.82742943	-0.594	10	6.816667	5.16312	-2.138
96	21.6	16.75338844	-0.618	63	6.816667	5.130004	-2.403
88	21.55	16.50731217	-0.643				
61	20.75	16.19051661	-0.668				
24	20.5	15.9943068	-0.694				
49	20.31667	15.75634828	-0.72				
42	19.43333	14.98544563	-0.747				
74	19.2	14.8223392	-0.774				
115	18.83333	14.60952606	-0.802				
32	17.5	13.49001443	-0.83				
5	17.15	13.25509377	-0.859				
52	17.11667	13.23113409	-0.889				
23	16.41667	12.74025995	-0.92				
51	16.4	12.70467506	-0.951				
98	15.45	12.0908301	-0.984				
50	14.51667	11.32987493	-1.017				