

設計一個新的遮罩式二維離散小波轉換器

A New Mask-based Algorithm for 2-D Discrete Wavelet Transforms Processor

江正雄 夏至賢 林宗達 李偉銘 黃丁威

Jen-Shiun Chiang, Chih-Hsien Hsia, Tsung-Ta Lin, Wei-Ming Li and Ting-Wei Huang

淡江大學電機工程學系 多媒體 IC 設計實驗室

e-mail: chiang@ee.tku.edu.tw, chhsia@ee.tku.edu.tw, 491350293@s91.tku.edu.tw,

aming91@yahoo.com.tw, monkey_way@yahoo.com.tw

摘要

在本論文中，我們透過目前多媒體技術常用的離散小波轉換 (Discrete Wavelet Transform, DWT) 演算法，提出了一種新式二維離散小波轉換影像處理器—遮罩式 (Mask-based) 結構設計；在演算法設計上，我們特別針對離散小波轉換架構中常用的提昇式 (Lifting-based) 結構去解決它一直存在的臨界路徑 (Critical Path) 與潛在時間 (Latency) 過長之問題為改善目標；此演算法是藉由適當的係數設計與利用空間域 (Spatial Domain) 上影像的相關聯性，使得遮罩式演算法比提昇式演算法在處理完二維影像時的運算上可以更即時且減少資料輸出延遲的時間；它與提昇式 5/3 無失真離散小波轉換器運算出來的影像品質與數值是完全相同的，而且也可很方便的作二維多階的運算。它可適用於 JPEG 2000, MPEG-4 和 SVC 的即時影像/視訊處理。

關鍵詞：離散小波轉換 (Discrete Wavelet Transform)，遮罩式結構 (Mask-based)，提昇式結構 (Lifting-based)，臨界路徑 (Critical Path)，潛在時間 (Latency)

This work presents novel algorithms to

improve the critical issue of 2-D Lifting-based discrete wavelet transform (DWT). The algorithm is based on our proposed 2-D Mask-based DWT algorithm processing to achieve high-speed operation. The proposed 2-D Mask-based DWT algorithm has the advantages of fast computational time, regular signal coding, shorter critical path, and reduced latency time. Meanwhile, our 2-D DWT can also provide embedded symmetric boundary extension function and regular data flow. It can be applied to real-time image/video operating such as JPEG 2000, MPEG-4, and SVC applications.

Index Terms: Discrete Wavelet Transform, Mask-based, Lifting-based, Critical Path, Latency

一、前言

在近年來，隨著網路的普及率不斷的升高，越來越多人使用網路傳輸與多媒體通訊結合，使得聲音與影像讓網路的世界增添了不少的色彩。然而隨著多媒體技術的快速進步，相對地需要即時系統來加速多媒體龐大的資料量，以縮短所需耗費的

運算時間，因此多媒體壓縮技術變得極為重要。在壓縮技術處理上，對於影像訊號的描述，可以利用空間域 (Spatial Domain) 轉成頻率域 (Frequency Domain) 來表示 [1]；在頻率域的部分，所得到的資料重要性是有差異的，換句話說，在將空間域轉成頻率域後產生的資料會分成高低不同之頻率。對人類的視覺來說，低頻是人眼可以接受且敏感度較高的部分，因為低頻的像素與像素之間的變化小，影像較為平滑，故在低頻的部分稍有改變，人類的視覺是可以清楚地發現，而人類的肉眼對於高頻部分的敏感度較低，因為高頻資訊的像素與像素間的差異較大，影像較模糊且粗糙，故在高頻的部分作少許的修改，人的視覺是無法清楚地發現。如此一來，可以根據這些資料的不同重要性分別作處理，以達到最佳的壓縮效果。

離散小波轉換 (Discrete Wavelet Transform, DWT) 在訊號處理上提供了一種有別於傳統富立葉轉換 (Fourier Transform, FT) 的表現方法 [5]，它提供的另一種訊號處理的方法，特別適合用空間及頻譜上區域巨集的分析。另一方面在影像處理上離散小波轉換也比離散餘弦轉換 (Discrete Cosine Transform, DCT) 提供更佳的品質，由於它是可以對影像作整體性的分析，而非把影像分割成小方塊再作分析，因此離散小波轉換已逐漸成為多媒體技術之重心。

本篇論文分為六個章節，我們在第二章將簡單的介紹離散小波轉換中常使用的迴旋積式 (Convolution-based) 與提昇式 (Lifting-based) 離散小波轉換演算法的優、缺點，接著第三章將說明我們所提出的遮罩式演算法，此方法可縮短運算時間且加快處理速度，第四章則是敘述此想法的設計流程及實現後的驗證模擬結果，最

後在第五章中將作此論文的結論。

二、傳統離散小波轉換

離散小波轉換 (Discrete Wavelet Transform, DWT) [1] 是一種很重要的信號處理與分析工具，因其具有極佳能量集中特質及與生俱來多重解析 (Multiresolution) 的特性，可將每一個不同的成分可分開進行處理。在訊號分解的過程中，可以減少取樣來避免重複性，所以在重建訊號時，必須增加取樣 (Up-Sampling)。轉換後的信號亦能夠有效地降低輸入信號的相關性，這使得小波轉換在許多傳統工程問題上得到廣泛的應用空間。近年來，離散小波轉換，已成功地被應用在各種領域，包括數值分析、信號分析、影像編碼、指紋辨識與生物醫學等。

離散小波轉換本身是由一對濾波器和取樣器所組成，如圖1所示，到目前為止已有許多以迴旋積式結構 (Convolution-based) 被提出；另一方面，一種稱為提昇式結構 (Lifting-based) 的有效多相矩陣分解法也被提出，以提昇式結構為基礎的硬體架構通常於乘法器、加法器和暫存器的數目上，比以迴旋積式為基礎之架構來得少，但其通常擁有較長的臨界路徑 (Critical Path) 與潛在時間 (Latency)。有鑑於此，我們在此篇論文提出了一個遮罩式結構來解決提昇式結構在二維影像處理上一直有的先天上所產生之臨界路徑問題。

2.1. 迴旋積式結構

在訊號分析中，低頻資訊通常代表了比較重要的部分，圖2是一個經過離散小波轉換並且作減少取樣 (Down-Sample) 的

訊號，其一維離散小波轉換之公式(1-2)如下；此處 $X(n)$ 為原始訊號， $G(z)$ 和 $H(z)$ 分別為分析濾波器組之高通 (High-Pass) 及低通 (Low-Pass) 濾波器， k 為濾波器長度，高頻資訊表示波形的細微變化，低頻資訊則代表著訊號大略的波形。

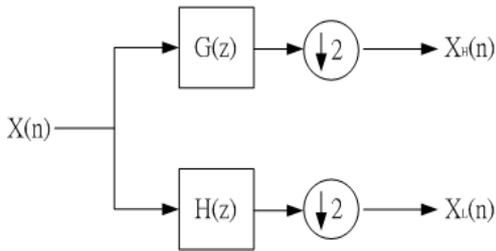


圖 2 經過高通濾波器及低通濾波器的訊號

$$X_H(n) = \sum_{i=0}^{k-1} G(z)X(2n-i) \quad (1)$$

$$X_L(n) = \sum_{i=0}^{k-1} H(z)X(2n-i) \quad (2)$$

然而圖2中帶有次取樣的區塊，使得直接實現上將會造成硬體使用率只有50%的缺點。

2.2. 提昇式結構

近年來，有許多一維離散小波轉換及二維離散小波轉換的硬體架構被提出，雖然有許多學者提出關於離散小波轉換的架構，但基於先天上的限制，它所耗費的計算量仍然過大。在西元1996年時，一種新的離散小波轉換架構—提昇式架構被發表出來 [6]，這種類似於預測編碼的小波架構，所轉換出來的小波係數與傳統濾波器方式相同，但是所使用的硬體資源是原來

濾波器架構的一半，而且具有較高的硬體使用率、較少的儲存單元、及更規則化的架構。

在提昇式離散小波轉換的順向轉換部分，其演算法是利用濾波器的多相矩陣，將其分解成為上三角、下三角與對角矩陣的相乘，其中 $h(z)$ 和 $g(z)$ 分別為低頻與高頻的分解濾波器係數，如(3-5)式所示：

$$P(z) = \begin{bmatrix} h_e(z) & g_e(z) \\ h_o(z) & g_o(z) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$g(z) = g_e(z^2) + z^{-1} g_o(z^2) \quad (4)$$

$$h(z) = h_e(z^2) + z^{-1} h_o(z^2) \quad (5)$$

經由分解和整體運算過程後，最後可以得到提昇式架構的分解式，如(6)式所示：

$$P(z) = \prod_{i=1}^m \begin{bmatrix} 1 & Si(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ ti(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 1/k \end{bmatrix} \quad (6)$$

提昇式離散小波轉換其主要架構如圖3所示。此演算法之預測 (Predict) 模組內有一組乘加器，以5/3無失真濾波器為例，乘法器係數為 $\alpha = -1/2$ ，更新 (Update) 模組內有一組乘加器，乘法器係數為 $\beta = 1/4$ ，及調整 (Scaling) 係數模組為輸出訊號正規化用。該架構主要由三個部分所組成：分離模組 (Split Phase)、預測模組 (Predict Phase)、更新模組 (Update Phase) 及調整模組 (Scaling)。

1. 分離模組 (Split Phase)：此模組是將原始訊號 $X[n]$ 劃分成二個部份，即偶數訊號 $X_e[n]$ 與奇數訊號 $X_o[n]$ 。

2. 預測模組 (Predict Phase)：此模組是利用 $Xe[n]$ 之訊號經過一個預測的單元，來求得預測值和 $Xo[n]$ 的差訊號，繼而產生一個高頻離散小波係數 $d[n]$ ，如(7)式所示。

$$d[n] = Xo[n] + P \times (Xe[n]) \quad (7)$$

3. 更新模組 (Update Phase)：此模組是利用 $d[n]$ 之訊號，經過一個更新的單元，然後再將其結果與 $Xe[n]$ 來相加，產生一個低頻之離散小波係數 $s[n]$ ，如(8)式所示。

$$s[n] = Xe[n] + U \times (d[n]) \quad (8)$$

4. 調整模組 (Scaling)：在這個步驟中，它主要是將產生之高、低頻訊號作一個正規化的動作，即分別將 $d[n]$ 及 $s[n]$ 乘上正規化係數 $K0$ 及 $K1$ ，以求得我們所要的高、低頻離散小波係數，如(9)及(10)式所示。

$$d^*[n] = X(2n+1) - \lfloor X(2n) + X(2n+2)/2 \rfloor \quad (9)$$

$$s^*[n] = X(2n) + \lfloor d(2n-1) + d(2n+1) + 2/4 \rfloor \quad (10)$$

逆向離散小波轉換濾波器組的提昇式架構，也可藉由順向離散小波轉換濾波器組的提昇式結構推導得之。

三、新式遮罩式演算法

離散小波轉換 (Discrete Wavelet Transform, DWT) 與其他的訊號轉換一樣

皆具有龐大的計算量，為了因應高速與即時應用的需求，提供一個快速的二維離散小波轉換演算法是非常重要的。因此，我們需要對目前的二維離散小波轉換作更進一步的改良。我們所設計的新式二維遮罩式離散小波轉換 (2-D Mask-based DWT)，主要考量到提昇式 (Lifting-based) 結構若要處理二維運算中發生的臨界路徑問題，如圖4所示，有鑑於此，我們利用提昇式5/3無失真離散小波轉換之係數來推導出我們所提出的二維遮罩式離散小波轉換演算法係數，以下我們將分別作說明。

我們藉由提昇式結構的概念將其運算方式從暫時域 (Temporal Domain) 的運算方式以空間域 (Spatial Domain) 的運算方式去推導出我們的小波係數，如此一來我們可以將其一層一層的提昇式結構運算轉成藉由平面空間中的相關聯性獲得出與提昇式5/3無失真離散小波轉換一樣的係數結果。遮罩式結構以類似於預測編碼的小波架構，將輸入的原始訊號以四個頻帶矩陣同時計算，所轉換出來的小波係數與傳統濾波器方式相同；在應用上也可以由各個獨立的矩陣分別去運算，若我們僅需要靜態影像壓縮上最重要的低低頻 (Low-Low band) 之資訊，我們也可只啟動低低頻的矩陣去運算以取得我們所需要的係數。與新一代的提昇式結構比較起來，遮罩式結構具有下列幾個優點：

1. 擁有較快的運算時間。
2. 擁有較規則的運算編碼。
3. 擁有較短臨界路徑 (Critical Path) 與潛在時間 (Latency) 的問題。
4. 可作順向與逆向無失真運算。
5. 每個頻帶可同時或獨立去萃取出所需的資訊。

3.1 無失真5/3提昇式結構

提昇式濾波器具有規則而有效的對稱矩陣結構特性，每一個係數經由簡單的乘法運算，即可產生高頻或低頻小波係數輸出，以提昇式 5/3 濾波器而言，只須做作簡單的運算就可得到輸出結果，其架構如圖 5 所示。

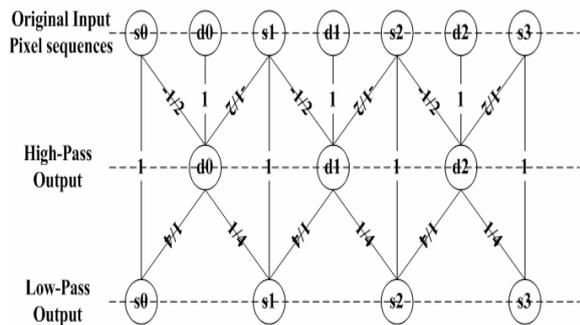


圖 5 提昇式 5/3 離散小波轉換演算法

$$d_i^1 = d_i^0 - 1/2 \times (s_i^0 + s_{i+1}^0) \quad (11)$$

$$s_i^1 = s_i^0 + 1/4 \times (d_{i-1}^1 + d_i^1) \quad (12)$$

$$k_0 = k_1 = 1 \quad (13)$$

我們可以先假設連續的一維原始訊號為 $s_0, d_0, s_1, d_1, \dots, s_8 \dots$ ；若要求出 d_0 的高頻訊號，則 $d_0 = d_0 - 1/2 \times (s_0 + s_1)$ ，如(11)式所示。當然，若我們要求得低頻訊號 s_1 ，則須先將所求得的 d_0 與 d_1 之高頻訊號，將之代入(12)式中，則 k_0 、 k_1 為高頻與低頻小波係數輸出前所要作的調整係數。

3.2 遮罩式結構

為了方便描述，我們將二維提昇式 5/3 離散小波轉換輸出的運算用一個索引 (Index scheme) 的方式，加以解釋，因為我們利用其暫時域的運算方式，用另一個空間域運算及推導之四個子頻帶所需的最

大空間相關聯性的角度，去推導出新的遮罩式結構小波係數，我們將以圖 6 為圖示來說明。

二維離散小波轉換可產生四個子頻帶輸出，分別為高高 (HH) 頻、高低 (HL) 頻、低高 (LH) 頻、與低低 (LL) 頻，配合舉例索引的四個子頻帶可分別整理成 (14-17) 式，從這些式子中，可以很清楚的發現他們的相關聯性，並可以進一步設計其遮罩式演算法架構。

$$\begin{aligned} HH_{(i,j)} &= -1/2 \times (b_{(i,j)} + b_{(i,j+2)}) + b_{(i,j+1)} \\ &= -1/2 \times \{ \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)}) + a_{(i+1,j)} \} + \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(i,j+2)} + a_{(i+2,j+2)}) + a_{(i+1,j+2)} \} \} + \\ &\quad \{ -1/2 \times (a_{(i,j+1)} + a_{(i+2,j+1)}) + a_{(i+1,j+1)} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} HH_{(0,0)} &= -1/2 \times (b_{(0,0)} + b_{(0,2)}) + b_{(0,1)} \\ &= -1/2 \times \{ \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(0,0)} + a_{(2,0)}) + a_{(1,0)} \} + \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(0,2)} + a_{(2,2)}) + a_{(1,2)} \} \} + \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(0,1)} + a_{(2,1)}) + a_{(1,1)} \} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} HL_{(i,j)} &= 1/4 \times (HH_{(i,j)} + HH_{(i,j)}) + b_{(i,j)} \\ &= 1/4 \times \{ -1/2 \times \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)} + a_{(i,j+2)} + a_{(i+2,j+2)}) + a_{(i+1,j)} + \\ &\quad a_{(i+1,j+2)} - (a_{(i,j+1)} + a_{(i+2,j+1)}) \} + a_{(i+1,j+1)} + \\ &\quad (-1/2 \times \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)} + a_{(i,j+2)} + a_{(i+2,j+2)}) + a_{(i+1,j)} + \\ &\quad a_{(i+1,j+2)} - (a_{(i,j+1)} + a_{(i+2,j+1)}) \} \\ &\quad + a_{(i+1,j+1)} \} + \{ -1/2 \times (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)}) \\ &\quad + a_{(i+1,j)} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} HL_{(0,0)} &= 1/4 \times (HH_{(0,0)} + HH_{(0,0)}) + b_{(0,0)} \\ &= 1/4 \times \{ -1/2 \times \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(0,0)} + a_{(2,0)} + a_{(0,2)} + a_{(2,2)}) + a_{(1,0)} + a_{(1,2)} - (a_{(0,1)} + a_{(2,1)}) \} \\ &\quad + a_{(1,1)} + (-1/2 \times \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(0,0)} + a_{(2,0)} + a_{(0,2)} + a_{(2,2)}) + a_{(1,0)} + a_{(1,2)} - (a_{(0,1)} + a_{(2,1)}) \} \\ &\quad + a_{(1,1)} \} + \{ -1/2 \times \\ &\quad (a_{(0,0)} + a_{(2,0)}) + a_{(1,0)} \} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
LH_{(i,j)} &= -1/2 \times (c_{(i,j)} + c_{(i,j+2)}) + c_{(i,j+1)} \\
&= -1/2 \times \{ [1/4 \times (b_{(i,j)} + b_{(i,j)}) + a_{(i,j)}] + \\
&\quad [1/4 \times (b_{(i,j+2)} + b_{(i,j+2)}) + a_{(i,j+2)}] \} \\
&\quad + 1/4 * (b_{(i,j+1)} + b_{(i,j+1)}) + a_{(i,j+1)} \\
&= -1/2 \times \{ [1/4 \times \{ [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)}) + a_{(i+1,j)}] + [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)}) + a_{(i+1,j)}] \} + a_{(i,j)}] + \\
&\quad [1/4 \times \{ [-1/2 \times (a_{(i,j+2)} + a_{(i+2,j+2)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j+2)}] + [-1/2 \times (a_{(i,j+2)} + a_{(i+2,j+2)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j+2)}] \} + a_{(i,j+2)}] \} + 1/4 \times \\
&\quad \{ [-1/2 \times (a_{(i,j+1)} + a_{(i+2,j+1)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j+1)}] + [-1/2 \times (a_{(i,j+1)} + a_{(i+2,j+1)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j+1)}] \} + a_{(i,j+1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
LH_{(0,0)} &= -1/2 \times (c_{(0,0)} + c_{(0,2)}) + c_{(0,1)} \\
&= -1/2 \times \{ [1/4 \times \\
&\quad (b_{(0,0)} + b_{(0,0)}) + a_{(0,0)}] + [1/4 \times \\
&\quad (b_{(0,2)} + b_{(0,2)}) + a_{(0,2)}] \} \\
&\quad + 1/4 * (b_{(0,1)} + b_{(0,1)}) + a_{(0,1)} \\
&= -1/2 \times \{ [1/4 \times \{ [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(0,0)} + a_{(2,0)}) + a_{(1,0)}] + [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(0,0)} + a_{(2,0)}) + a_{(1,0)}] \} + a_{(0,0)}] + \\
&\quad [1/4 \times \{ [-1/2 \times (a_{(0,2)} + a_{(2,2)}) \\
&\quad + a_{(1,2)}] + [-1/2 \times (a_{(0,2)} + a_{(2,2)}) \\
&\quad + a_{(1,2)}] \} + a_{(0,2)}] \} + 1/4 \times \\
&\quad \{ [-1/2 \times (a_{(0,1)} + a_{(2,1)}) + a_{(1,1)}] + \\
&\quad [-1/2 \times (a_{(0,1)} + a_{(2,1)}) + a_{(1,1)}] \} \\
&\quad + a_{(0,1)} \tag{16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
LL_{(i,j)} &= 1/4 \times (LH_{(i,j)} + LH_{(i,j)}) + c_{(i,j+1)} \\
&= 1/4 \times [1/4 \times (-1/2 \times \{ [1/4 \times \\
&\quad \{ [-1/2 \times (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)}) + a_{(i+1,j)}] + \\
&\quad [-1/2 \times (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)}) + a_{(i+1,j)}] \} \\
&\quad + a_{(i,j)}] + [1/4 \times \{ [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(i,j+2)} + a_{(i+2,j+2)}) + a_{(i+1,j+2)}] + [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(i,j+2)} + a_{(i+2,j+2)}) + a_{(i+1,j+2)}] \} \\
&\quad + a_{(i,j+2)}] \} + 1/4 \times \{ [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(i,j+1)} + a_{(i+2,j+1)}) + a_{(i+1,j+1)}] + [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(i,j+1)} + a_{(i+2,j+1)}) + a_{(i+1,j+1)}] \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ a_{(i,j+1)} + LH_{(i,j)} + c_{(i,j+1)}] + [1/4 \times (-1/2 \times \\
&\quad \{ [1/4 \times \{ [-1/2 \times (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j)}] + [-1/2 \times (a_{(i,j)} + a_{(i+2,j)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j)}] \} + a_{(i,j)}] + [1/4 \times \\
&\quad \{ [-1/2 \times (a_{(i,j+2)} + a_{(i+2,j+2)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j+2)}] + [-1/2 \times (a_{(i,j+2)} + a_{(i+2,j+2)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j+2)}] \} + a_{(i,j+2)}] \} + 1/4 \times \\
&\quad \{ [-1/2 \times (a_{(i,j+1)} + a_{(i+2,j+1)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j+1)}] + [-1/2 \times (a_{(i,j+1)} + a_{(i+2,j+1)}) \\
&\quad + a_{(i+1,j+1)}] \} + a_{(i,j+1)} + LH_{(i,j)} + c_{(i,j+1)}] \\
&\quad + c_{(i,j+1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
LL_{(0,0)} &= 1/4 \times (LH_{(0,0)} + LH_{(0,0)}) + c_{(0,1)} \\
&= 1/4 \times [1/4 \times (-1/2 \times \{ [1/4 \times \\
&\quad \{ [-1/2 \times (a_{(0,0)} + a_{(2,0)}) \\
&\quad + a_{(1,0)}] + [-1/2 \times (a_{(0,0)} + a_{(2,0)}) \\
&\quad + a_{(1,0)}] \} + a_{(0,0)}] + [1/4 \times \\
&\quad \{ [-1/2 \times (a_{(0,2)} + a_{(2,2)}) \\
&\quad + a_{(1,2)}] + [-1/2 \times (a_{(0,2)} + a_{(2,2)}) \\
&\quad + a_{(1,2)}] \} + a_{(0,2)}] \} + 1/4 \times \\
&\quad \{ [-1/2 \times (a_{(0,1)} + a_{(2,1)}) \\
&\quad + a_{(1,1)}] + [-1/2 \times (a_{(0,1)} + a_{(2,1)}) \\
&\quad + a_{(1,1)}] \} + a_{(0,1)} + LH_{(0,0)} + c_{(0,1)}] \\
&\quad + [1/4 \times (-1/2 \times \{ [1/4 \times \{ [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(0,0)} + a_{(2,0)}) + a_{(1,0)}] + [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(0,0)} + a_{(2,0)}) + a_{(1,0)}] \} \\
&\quad + a_{(0,0)}] + [1/4 \times \{ [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(0,2)} + a_{(2,2)}) + a_{(1,2)}] + [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(0,2)} + a_{(2,2)}) + a_{(1,2)}] \} \\
&\quad + a_{(0,2)}] \} + 1/4 \times \{ [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(0,1)} + a_{(2,1)}) + a_{(1,1)}] + [-1/2 \times \\
&\quad (a_{(0,1)} + a_{(2,1)}) + a_{(1,1)}] \} \\
&\quad + a_{(0,1)} + LH_{(0,0)} + c_{(0,1)}] + c_{(0,1)} \\
&\quad (17)
\end{aligned}$$

由(14- 17)式，可以觀察若它們以傳統的暫時域運算方式來看，則需要由a(原輸入訊號層)經b(一維的提昇式運算出高頻層)再推導出c(一維的提昇式運算出低頻

層)，之後將其b、c層得到的係數再去以相同的運算方式得到四個子頻帶；由此觀之，我們可利用a (原訊輸入訊號層) 上的影像訊號相關性，以空間域上的係數同乘推導出的係數，再將全部的係數加在一起，見(14-17)式，即可預測出其四個子頻帶，每個子頻帶僅需要作一次的乘加運算動作，可加速一般提昇式上的階層運算時間之耗費。

依傳統的提昇式5/3結構在臨界路徑方面有潛在時間 (Latency) 過長的問題，由舉例的(14-17)式可看出，由於加法器累進的關係及每一個乘法器必須等待上個乘法器計算完後才能動作，會使得臨界路徑等於造成了一種時間累贅效應，其中和分別代表一個乘法器和加法器的臨界路徑，於是圖5的臨界路徑為 $3T_m + 4T_a$ ，這個臨界路徑是相當大且會耗費系統的即時性；因此，這個階層的累進關係可以用圖6 (b)的二維提昇式5/3結構來衍生出一種索引係數的方式，進而推導出類似加法樹解決，我們將其以空間域的方式去表示，即(18-21)式，可輕易看出利用索引小波係數(類似加法樹)的排列能減少提昇式結構之臨界路徑與潛在時間。

$$HH(x, y) = P(2x+1, 2y+1) + (1/4) \sum_{u=0}^1 \sum_{v=0}^1 P(2x+2u, 2y+2v) + (-1/2) \sum_{u=1}^2 P(2x+2|u|, 2y+|1-u|) \quad (18)$$

1/4	-1/2	1/4
-1/2	1	-1/2
1/4	-1/2	1/4

$$HL(x, y) = (3/4) P(2x+1, 2y) + (1/16) \sum_{u=0}^1 \sum_{v=0}^1 P(2x+4u, 2y-2+2v) + (-1/8) \sum_{u=0}^1 P(2x+4u, 2y) + (-1/8) \sum_{u=0}^1 \sum_{v=0}^1 P(2x+2u, 2y-1+2v) + (1/4)$$

$$\sum_{u=0}^1 P(2x+1, 2y-1+2u) + (-3/8) \sum_{u=0}^1 P(2x+2u, 2y) \quad (19)$$

1/16	-1/8	-3/8	-1/8	1/16
-1/8	1/4	3/4	1/4	-1/8
1/16	-1/8	-3/8	-1/8	1/16

$$LH(x, y) = (3/4) P(2x, 2y+1) + (1/16) \sum_{u=0}^1 \sum_{v=0}^1 P(2x-2+2u, 2y+4v) + (-1/8) \sum_{u=0}^1 P(2x, 2y+4u) + (-1/8) \sum_{u=0}^1 \sum_{v=0}^1 P(2x-1+2u, 2y+2v) + (1/4) \sum_{u=0}^1 P(2x-1+2u, 2y+1) + (-3/8) \sum_{u=0}^1 P(2x, 2y+2u) \quad (20)$$

1/16	-1/8	1/16
-1/8	1/4	-1/8
-3/8	3/4	-3/8
-1/8	1/4	-1/8
1/16	-1/8	1/16

1/64	-1/32	-3/32	-1/32	1/64
-1/32	1/16	3/16	1/16	-1/32
-3/32	3/16	-9/16	3/16	-3/32
-1/32	1/16	3/16	1/16	-1/32
1/64	-1/32	-3/32	-1/32	1/64

$$LL(x, y) = (9/16) P(2x, 2y) + (1/64) \sum_{u=0}^1 \sum_{v=0}^1 P(2x-2+4u, 2y-2+4v) + (1/16) \sum_{u=0}^1 \sum_{v=0}^1 P(2x-1+2u, 2y-1+2v) + (-1/32) \sum_{u=0}^1 \sum_{v=0}^1 P(2x-1+2u, 2y-2+4v) + (-1/32) \sum_{u=0}^1 \sum_{v=0}^1 P(2x-2+4u, 2y-1+2v) + (3/16)$$

$$\sum_{u=0}^1 [P(2x-1+2u, 2y)+P(2x, 2y-1+2u)]+ (-3/32) \sum_{u=0}^1 [P(2x-2+4u, 2y)+ P(2x, 2y-2+4u)]$$

(21)

四、實驗結果與分析

在這節中，我們希望透過介紹遮罩式 (Mask-based) 結構的流程圖 (Flow chart) 圖 7 來說明我們所提出的新式二維離散小波轉換影像處理器的設計演算法流程及研究結果，在實驗的過程中，我們先利用遮罩式結構的演算法作 Visual C++軟體模擬 (Software Simulation)，並與提昇式 (Lifting-based) 結構的係數與效能作之間的比較。

在演算法之驗證過程中，我們使用的原始資料為 512x 512 之 Lena 影像，在經過我們提出的二維遮罩式離散小波轉換演算法後，分別得到低低頻 (LL band)、低高頻 (LH band)、高高頻 (HH band)、高低頻 (HL band) 的資料；四個子頻帶的小波係數與二維提昇式離散小波轉換核對後為正確，即完成模擬。而我們利用提供的遮罩式演算法在二維一階且位元率 (bit/pixel) 為 1.0 下執行的 PSNR 之結果為 35.15 db, 也與提昇式離散小波轉換有著相同的影像品質。

五、結論

離散小波轉換是從連續的小波函數衍生出來的，保留了原始小波函數所具有的多重時間—頻率精確度分析，使它們成為多媒體訊號分析的強力工具；因此，本篇論文是以二維離散小波轉換處理為研究中心，從演算法介紹與分析至最後的模擬均有完整的介紹；我們認為離散小波轉換在未來的影像/視訊壓縮的應用上，將會扮演

一個不可或缺的角色，甚至將取代離散餘弦轉換 (Discrete Cosine Transform, DCT)，並且將被用於各種不同之領域。有鑑於此，我們提出了遮罩式二維離散小波轉換—遮罩式 (Mask-based) 結構設計；在演算法設計上，我們改善了提昇式結構一直存在之臨界路徑 (Critical Path) 太長的問題；此演算法是藉由適當的係數設計與空間域上的影像相關聯之特性，即可預測出其四個子頻帶，可加速一般階層上運算時間，使得遮罩式演算法與提昇式演算法在處理完二維影像時的運算上可以更即時且減少資料輸出延遲的時間。

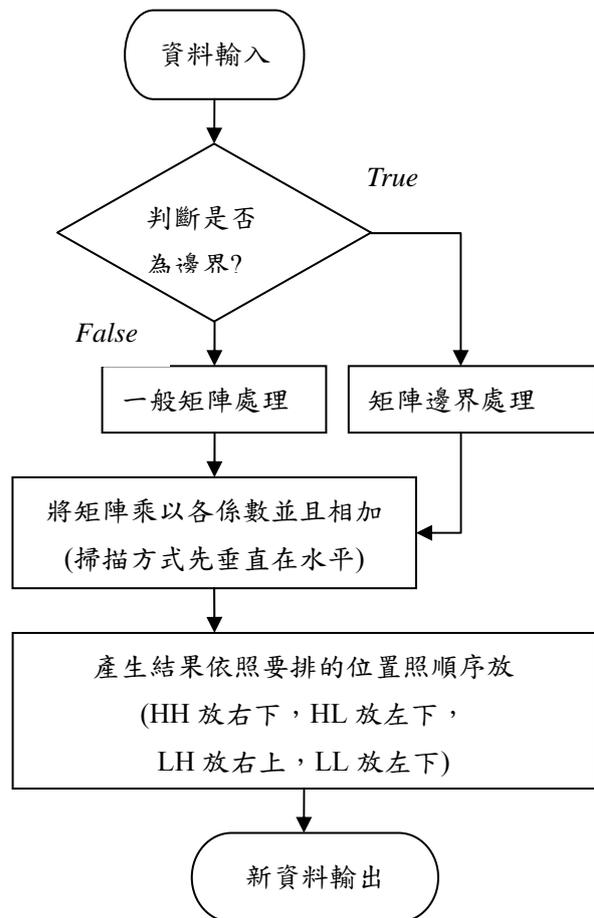


圖7 提出之遮罩式結構的流程圖

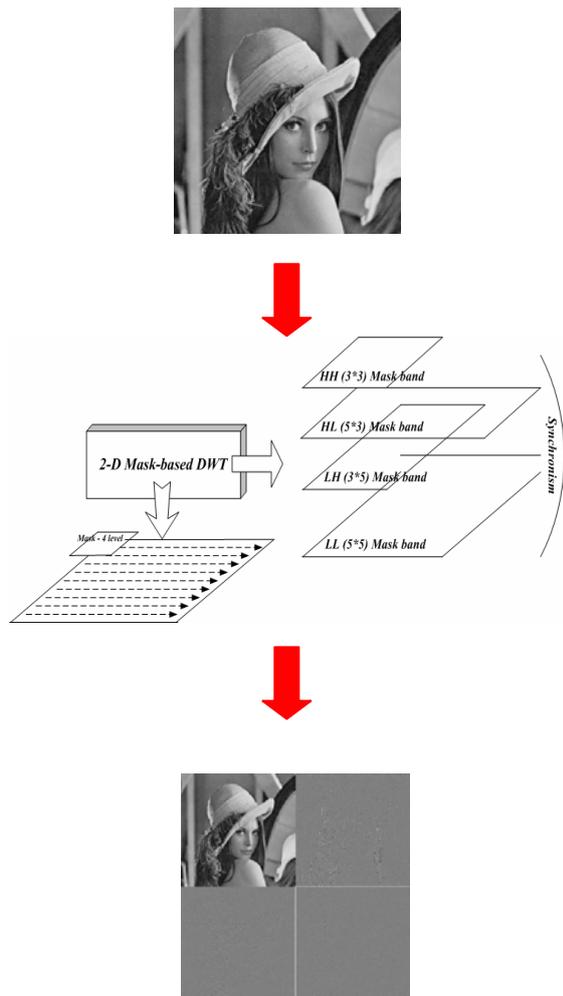


圖 8 提出之遮罩式結構的二維一階運算結果

六、參考文獻

- 247- 269, 1998.
- [4] Jen-Shiun Chiang, Chih-Hsien Hsia, Hsin-Jung Chen, and Te-Jung Lo, "VLSI Architecture of Low Memory and High Speed 2-D Lifting-Based Discrete Wavelet Transform for JPEG2000 Applications," IEEE International Symposium on Circuits and Systems Conference, pp. 4554-4557, May 2005.
- [5] S. G. Mallat, "A theory for multi-resolution signal decomposition: The wavelet representation," IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 11, no. 7, pp. 674-693, July 1989.
- [6] W. Sweldens, "The lifting scheme: A custom-design construction of biorthogonal wavelets," Applied and Computation Harmonic Analysis, vol. 3, no. 0015, pp.186- 200, 1996.
- [1] 黃朝宗與陳良基, "離散小波轉換之原理、應用及架構 (上)," IC Design Magazine, Vol. 31, pp. 50- 60, November 2002.
- [2] 黃朝宗與陳良基, "離散小波轉換之原理、應用及架構 (下)," IC Design Magazine, Vol. 32, pp. 1- 9, December 2002.
- [3] I. Daubechies and W. Sweldens, "Factoring wavelet transforms into lifting scheme," The Journal of Fourier Analysis and Applications, Vol. 4, pp.

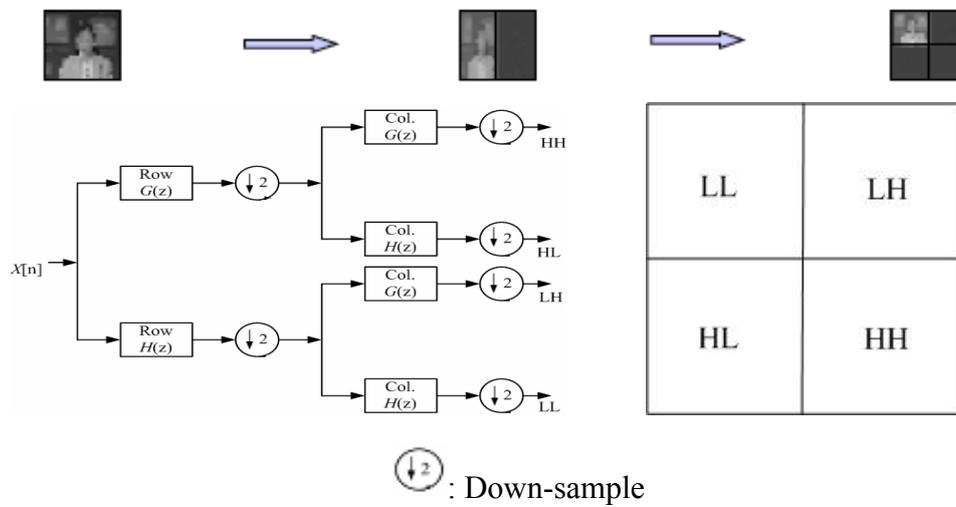


圖 1 二維離散小波轉換子頻帶分解

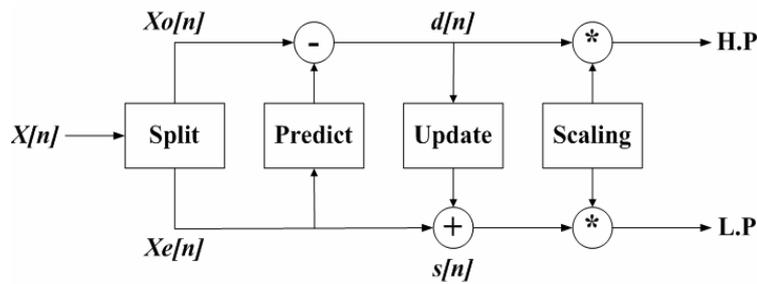


圖 3 提昇式架構

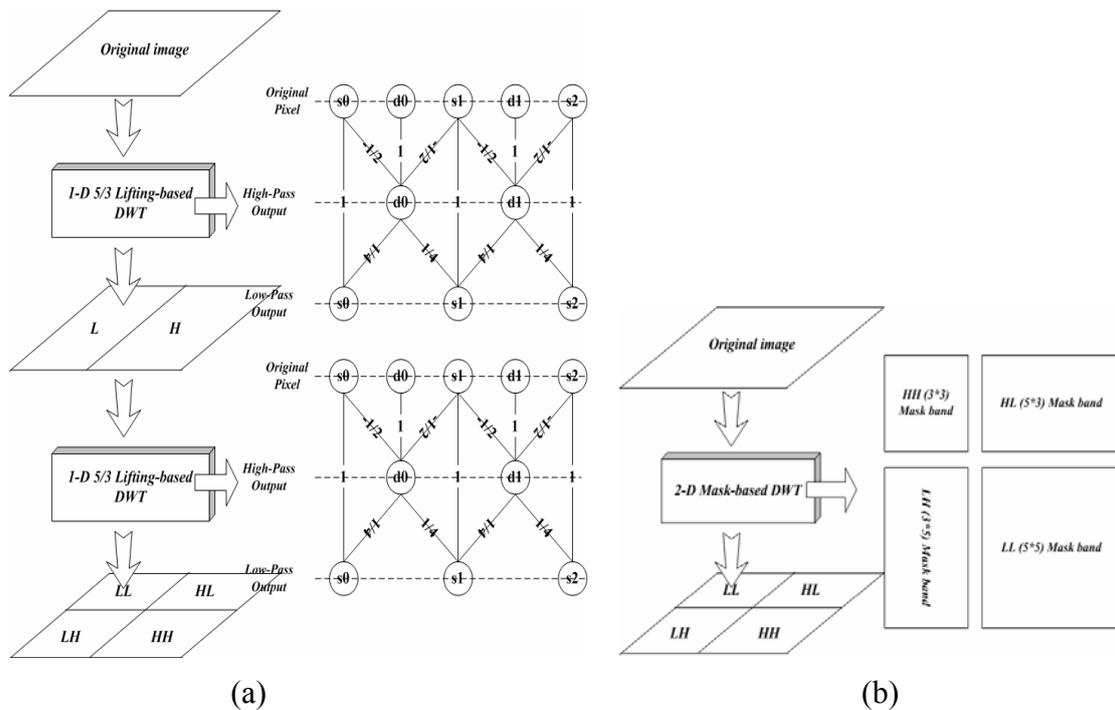


圖 4 (a) 提昇式結構 與 (b) 遮罩式結構之訊號處理視意圖

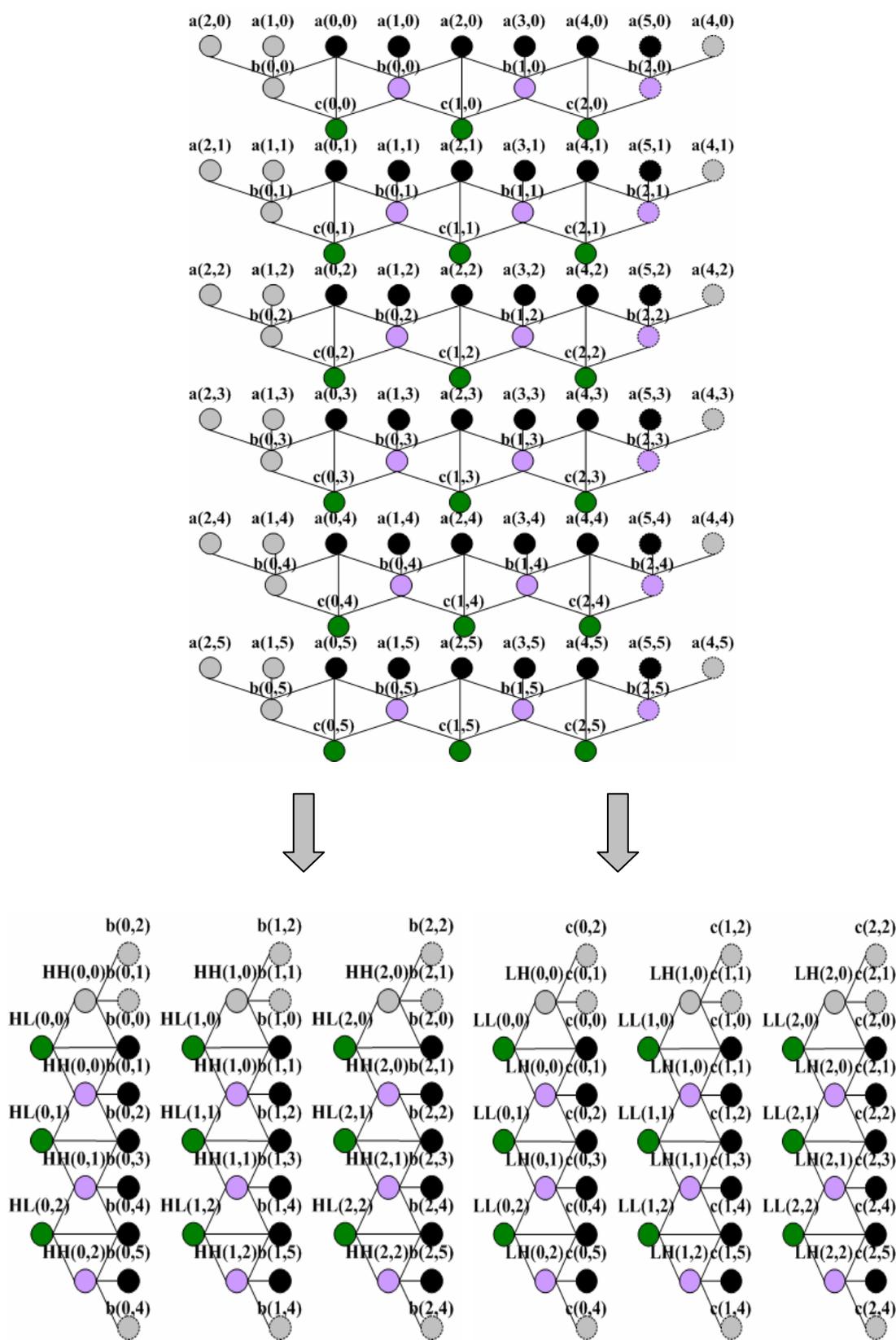


圖 6 舉例以 $N=6$ ， $N \times N$ 影像階層的方式