



逢甲大學學生報告 ePaper

新加坡模型估計與風險值比較

作者：林璉君

系級：統計系四年乙班

學號：D9136624

開課老師：陳婉淑 教授

課程名稱：財務時間序列

開課系所：統計精算研究所

開課學年：九十四 學年度 第一 學期

摘要

此篇報告是在探討對新加坡的大盤指數配適其模型與預測每日的波動，資料屬於 out of sample 求出在 GARCH 不同模型下其預測結果的比較。Engle (1982) 提出自我迴歸異質條件變異數(ARCH)模型，允許條件變異數受到過去 p 期殘差項平方的影響。而後 Bollerslev (1986)將落後期的條件變異數納入 ARCH 模型中，成為一般化自我迴歸異質條件變異數(GARCH)模型。ARCH 與 GARCH 模型皆允許殘差項的變異數可以隨時間經過而改變，以解決迴歸模型中將殘差項的變異數假設為固定常數之不合理情形。

隨著世界景氣的復甦，對於未來的股市我們有所期待！藉由過去的資料我們想對新加坡的大盤指數有所了解與預測，由 Datastream SINGAPORE STRAITS TIMES 擷取，資料期間為 1999 年 1 月 1 日至 2005 年 9 月 1 日的日報酬率。共 1441 筆資料，保留 250 筆做預測並求其 VaR(Value of Risk)值，實際配模筆數為 1191 筆，經由常態檢定看出資料並非常態，又由 ARCH 檢定得知資料具有異質變異，因此配適 GARCH、EGARCH、TGARCH GJR-GARCH、STARGARCH 模型，並由 VaR 值比較其模式之優劣得知 EGARCH 的模式較能捕捉資料的波動其風險值 VaR(Value at Risk)也有較高的準確率。

目次

一、前言	2
二、風險值相關文獻.....	3
三、資料分析.....	4
四、新加坡大盤指數的應用及評估	7
1.模型配適概述	7
2. GARCH 模型	7
3. EGARCH 模型	8
4. GJR-GARCH 模型.....	9
5. TGARCH 模型.....	10
6.STAR-GARCH 模型.....	10
7.IGARCH without drift 模型	11
五、風險值的比較.....	12
六、結論	12
參考文獻	13

表附錄

表一 報酬率敘述統計量.....	14
表二 ARCH 檢定.....	14
表三 參數估計.....	15
表四 Engle and Ng 不對稱檢定.....	15
表五 Ljung-Box檢定標準化殘差、殘差平方以及殘差絕對值.....	16
表六 風險值穿透率的比較.....	17
表七 穿透率評比標準.....	17

圖附錄

圖一 新加坡原始股價指數時間序列圖	18
圖二 新加坡報酬率時間序列圖.....	18
圖三 GARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖	19
圖四 EGARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖	19
圖五 GJR-GARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖	20
圖六 TGARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖	20
圖七 STGARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖	21
圖八 GARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖.....	21
圖九 EGARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖.....	22
圖十 GJR-GARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖.....	22
圖十一 TGARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖	23
圖十二 STGARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖	23
圖十三 IGARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖.....	24
圖十三 IGARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖.....	24

一、前言

一國股市的起伏象徵一個國家的經濟命脈，若能準確的預測未來的走向或趨勢，勢必帶給投資人很大的信心，而股市的價跟量也會因而提升對國家的經濟一定有所幫助。相反的若股市在衰退時若能及時的脫手將損失降到最低，使投資人在翻身時也較為容易，不至於被套牢或損失龐大，皆有賴於我們對它的估計。

近年來，由於金融商品的創新與金融市場的快速成長，使得大多數的金融機構在投資策略上都做了一些改變，亦即主動地在證券和外匯等市場上進行交易以獲取利潤。但是，由於在證券和外匯市場的交易，很有可能因為操作者對資金的操作不當，使得金融機構所面臨的風險會因此而快速增加。當遇到了有極端虧損的事件發生時，則很可能就會產生金融機構宣布破產和倒閉的現象，甚至引發連鎖反應而造成區域性或全球性的金融危機。

VaR代表風險值，風險值的提出是在1988年時，國際清算銀行(Bank of International Settlements；簡稱BIS)在巴賽爾會議中訂立了巴賽爾協定(Baslen Accord)，贊成將風險因素加入銀行資本適足率的測量。而在1993年時30人集團(Group of Thirty)提出以風險值(Value-at-Risk；簡稱VaR)作為衡量市場風險的標準後，風險值常做為衡量金融機構的資本適足率之基礎，因此風險值是否能準確的計算，便成了能否避免金融機構面臨破產危機的一項重要關鍵。

在此我們以新加坡海峽指數為例，對他進行配適模型並求出其個別的VaR值以辨識GARCH、EGARCH、GJR-GARCH、TGARCH及STARGARCH何種模型解釋較佳較準確。本文第二節介紹風險值的重要性及研究動機。第三節將對資料作描述及檢定，而所使用的檢定方法有常態檢定、ARCH檢定是利用Engle(1982)所發展出來ARCH模型為基礎而檢定是利用LM(Lagrange Multiplier)檢定判斷是否存在ARCH的效果即資料不是來自常態，及Engle and Ng檢定。第四節配適各種可能模型及其殘差檢定而配適的模型有GARCH、EGARCH、GJR-GARCH、TGARCH及STARGARCH。第五節為計算各風險值比較其模型之優劣。第六節為結論。

二、風險值相關文獻

風險值是當前最廣受運用且有效的風險控管工具，投資人所考慮的不只是投資標的報酬的高低，還有其伴隨而來的風險。風險值最早提出者為J.P.Morgan Riskmetrics，所謂風險值係指在特定之信賴水準下，未來一段期間內可能發生的最大損失期望值。常見的風險值估算方法有變異數-共變異數法 (Variance-Covariance Method)、歷史模擬法(Historical Simulation Method)、以及蒙地卡羅模擬法(Monte Carlo Simulation Method)等，Chance, Don (1998), Jorion, P. (1997), Wilmott, P.(1998),和John Wiley & Sons. 皆對風險值提出具有代表性的理論與介紹。

大多數的金融機構在其投資策略上放棄了原先單純以借貸資本為主業的策略，而改採行多樣化的投資，並主動地在證券市場和外匯市場上進行交易以獲取利潤。但在證券和外匯市場上的交易會使銀行所面臨的風險增加，因此，若對風險沒有加以好好控管，當遇上了極端虧損的事件發生，則很可能會產生金融機構倒閉的現象，甚至造成金融危機。如1995年初，有233年歷史的英國霸菱(Barings)銀行，因為一名交易員不當的操作日經225指數，而將銀行的百年基業付之一炬。美國的橘郡(Orange county)也是因為其基金經理人錯估了市場的情況，而使原本極為富裕的橘郡也走向了破產之路。這些都是因為忽略了操作金融商品上風險估計的重要，所以導致破產而發生倒閉的情況。因此風險管理對金融機構來說是相當重要的。

1987年美國股市崩盤，促使1988年十大工業國家(G10)中央銀行總裁制定巴塞爾資本協定(Basel Accord)，要求G10國家的國際性大型銀行均應該保留最低相當於銀行所持有一籃子風險性資產8%的資本，但前述協定並沒有考慮到市場風險，如利率風險、外匯風險及衍生性商品等部位。為了有效地控管金融機構的風險，所以於1996年加入風險值方法(VaR)來衡量市場風險，以求得一個在既定風險之下，金融機構所須提撥的最小資本。

三、資料分析

1. 資料描述

資料來源是從Datastream資料庫取得SINGAPORE STRAITS TIMES(NEW) – PRICE INDEX擷取時間為 1999 年 1 月 1 日至 2005 年 9 月 1 日的日報酬率。樣本數共 1441 筆，因保留 250 筆做預測因此實際配模型筆數為 1192 筆。由於各國幣值不同，爲了避免一些比例換算的問題。所以使用各國各自的股票指數計算報酬率 R_t 來避免這個問題。 $R_t = (\ln p_t - \ln p_{t-1}) \times 100\%$ ，式中 P_t 爲時間 t 的股票指數。於是我們以 R_t 數列來分析探討，圖一、二分別爲原始價格時間序列圖及報酬率之時間序列圖。原始時間序列圖可以明顯看出變異數及平均數均不平穩，經轉換後得圖二得知平均數平穩但變異數依然不平穩。表一爲報酬率一些敘述統計量，偏態係數估計值 0.0103 看出報酬率分配趨近於對稱，峰度係數 3.2057 看出其資料可爲厚尾分配，由Normal檢定看出資料非來自常態，因此後續之計量模式將假設誤差項服從非常態分配。報酬率其平均報酬爲正值但不顯著有別於 0，長期下報酬會趨近於零，因此我們需要了解其波動(volatility)，並個別配適由Bollerslev (1986)提出generalized ARCH(GARCH)、由Nelson (1991)提出exponential GARCH(EGARCH)、由Glosten, Jagannathan, and Runkle (1993) 提出GJR – GARCH、採用Zakoian(1994) 所提出TGARCH、由Chan and Tong (1986) 以及Terasvirta (1994)提出STGARCH。本文利用國外證券市場普遍使用的風險值方法來對現券市場的風險進行量化，以便投資者清楚自身面臨的潛在市場風險值。風險價值定義與模型有效性檢驗。風險值主要反映了在一定信賴度下投資者的最大經濟損失上限是多少。該指標可以使投資者很清楚地看到潛在損失數額以及發生這種損失的可能性是多大。因爲債券價格最終受製於利率水準的波動，故此處我們選取基於久期的VaR方法來測度現券的風險水準。利用RiskMetrics方法，信心水準分別取 95%和 99%，將 VaR值並與實際值跌幅進行對比，如果實際值跌幅超過 VaR 值則說明預測失敗；否則預測成功。算出個

別模型之穿透率並做比較，因文獻上指出 IGARCH 通常與真實質最為接近因此以 IGARCH 作為基準與其他模型做比較。

資料擷取後先做基本的敘述統計，擬配適 GARCH、EGARCH、GJR-GARCH、TGARCH 及 STARGARCH 模式之前，先做 ARCH 檢定以確定資料是有 ARCH 效應，方法敘述如下。檢定結果在表二，由表二得知資料並非來自常態因此配適非常態模式 GARCH、EGARCH、GJR-GARCH、TGARCH 及 STARGARCH，所得參數估計匯整於表三，並以 Engle and Ng test 檢定模型的對稱性，Engle 與 Ng (1993)的研究指出波動的行爲尚具有正向規模偏誤效果 (positive size bias effect)與負向規模偏誤效果(negative size bias effect)，方法描述如下，方法檢定結果在表四，以 Q 統計量檢定模式是否合適，檢定結果在表五，並討論其各模型之優劣最後求出其 VaR。

3.檢定方法

(1)Anderson-Darling test (Normal test)：

其虛無假設及對立假設為 H_0 : 資料來自常態， H_a :資料非來自常態；

其檢定統計量為

$$A^2 = -N - S$$

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)}{N} [\ln F(Y_i) + \ln (1 - F(Y_{N+1-i}))]$$

F是指常態的累積機率分配函數， Y_i 是排序的資料，當 A^2 的P-value值小於 0.05 時拒絕虛無假設，即資料不是來自常態。

(2)ARCH檢定

首先我們先求出一個迴歸式假設為 $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \dots + u_t$ ，記錄其殘差 \hat{u}_t 在使用其殘差平方做迴歸式為 $\hat{u}_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \dots + \gamma_q \hat{u}_{t-q}^2 + v_t$ ， v_t 服從獨立且具有相同之分配從上式求出 R^2 ，檢定統計量 $TR^2 \sim \chi^2(q)$ 其中T為樣本數，檢定假設為：

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_q = 0$; H_1 : 至少一個 ρ 不為0。

當p-value很小時，拒絕虛無假設。表示有ARCH effect所以配適ARCH模型
ARCH 模型具有高狹峰，所以對資料假設厚尾巴的分配會比假設為常態分配好。因為財務上的資料較容易出現離群值，若假設為常態較不容易捕捉離群值。

(3)Engle and Ng test

一般在實務上人們想瞭解負面衝擊與正面的衝擊反應是否一致，利用 Engle and Ng (1993) 所發展的診斷方法，包括符號偏誤定(sign bias test, SBT)、負向偏誤檢定(negative size bias test, NSBT)、正向偏誤檢定(positive size bias test, PSBT)與聯合檢定(joint test, JT) 。聯合檢定迴歸式為：

$$\text{SBT} : \hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + v_t$$

$$\text{NSBT} : \hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_2 S_{t-1}^- u_{t-1} + v_t$$

$$\text{PSBT} : \hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_3 S_{t-1}^+ u_{t-1} + v_t$$

$$\text{JT} : \hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + \phi_2 S_{t-1}^- u_{t-1} + \phi_3 S_{t-1}^+ u_{t-1} + v_t$$

其中 v_t 為回歸式的誤差項， \hat{u}_t 為模型的標準化殘差， $s_t^- = \begin{cases} 1, & u_t < 0 \\ 0, & \text{o.w} \end{cases}$ ， $s_t^+ = 1 - s_t^-$ ，

SBT、NSBT與PSBT主要分別以t檢定 ϕ_1 、 ϕ_2 與 ϕ_3 是否顯著。換句話說，JT test在檢定 $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 0$ 。JT檢定統計量為 $T \cdot R^2$ ，其中T為樣本數，檢定統計量 $TR^2 \sim \chi^2(3)$ ；當p-value很小時，拒絕虛無假設，表示有非對稱的效應。

根據（表四）的t統計值顯示，正向與負向的報酬衝擊(SBT)對於條件波動的影響效果沒有顯著的差異。在NSBT與PSBT檢定結果也呈現不顯著，表示不同程度的正向與負向未期望報酬對於波動並不具有不同影響效果。在聯合檢定結果並不顯著(0.9688)，顯示正負向報酬衝擊、不同程度的正向與負向衝擊對波動也不具有影響效果。經由上述檢定而得知資料沒有顯著的不對稱性，故配適對稱模式 (simple GARCH)即可捕捉訊息到達對波動的影響效果。儘管如此我們仍想嘗試以不對稱模型來解釋波動，因此配適以下不對稱模型。

四、新加坡大盤指數的應用及評估

1. 模型配適概述

關於模型的配適將其分為對稱模型與非對稱模型，其中對稱模型以 Bollerslev (1986)提出 generalized ARCH(GARCH)為例，而非對稱模型以 Nelson (1991)提出 exponential GARCH(EGARCH)、Glosten, Jagannathan, and Runkle (1993) 提出 GJR-GARCH、Zakoian(1994) 所提出，門檻式自我迴歸異質條件變異數模式 (Threshold GARCH 或 TGARCH) 及由 Chan and Tong (1986)以及 Terasvirta (1994) 提出 Smooth Transition GARCH model 為例。本文主要目的為新加坡模型估計及其最佳模式之比較因此需加入其比較基準，由過去文獻得知 IGARCH 沒有 drift 所求出之風險估計值和穿透率與實際值最為接近，因此我們加入 IGARCH 模式作為比較基準。

(一) 對稱模型

從 ARCH 檢定得知資料具有變異數異質性因此我們配適 ARCH 模型，又由最基本的模式配適。並以殘差檢定檢驗模式是否合適。

2. GARCH model

由 Bollerslev (1986)提出 generalized ARCH(GARCH)，GARCH 模式又稱為一般化的 ARCH 模式，或中文翻譯成「一般化的條件變異數異質性模式」

首先配適具有 AR 項 AR(1)-GARCH(1,1)，AR 部分似乎並不顯著，所以試著把 AR 部分拿掉，只配適 GARCH。發現截距項參數不顯著，所以又將截距項拿掉後配適 GARCH(1,1)得知(表三)中所有參數皆顯著，其標準化殘差、殘差平方及殘差絕對值(表五)的 p-value 皆不顯著，所以 GARCH(1,1)配適是恰當的。模型如下：

$$r_t = a_t$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad a_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t).$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

限制式： α_0 α_1 β_1 皆大於零， $\alpha_1 + \beta_1 < 1$

其中 α_0 α_1 β_1 皆大於零限制式是爲了要有正的變異數，而 $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ 限制式是模式平穩的限制式。

(二)不對稱模型

一般在實務上人們對於負面的衝擊較正面的衝擊反應較大，因此我們想加入不對稱的模型來比較是否較適合資料型態，因此我們先做 Engle and Ng test 來檢定資料是否具有不對稱。

3. EGARCH model

由 Nelson (1991) 提出 exponential GARCH(EGARCH)，配適 EGARCH(1,1)，表三中發現參數皆顯著，所以配適 EGARCH(1,1)。標準化殘差檢定是否具有自我相關，殘差平方及殘差絕對值是用來檢定是否爲條件變異數異質。以 EGARCH(1,1)配適，其標準化殘差、殘差平方及殘差絕對值（表五）的 P-value 皆不顯著，所以以 EGARCH(1,1)配適是恰當的。模型如下：

$$r_t = a_t$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad a_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t).$$

$$(1 - \alpha_1 B) \ln(h_t) = \begin{cases} \alpha_* + (\theta + \gamma) \varepsilon_{t-1} & \text{if } \varepsilon_{t-1} \geq 0, \\ \alpha_* + (\theta - \gamma) \varepsilon_{t-1} & \text{if } \varepsilon_{t-1} < 0, \end{cases}$$

$$\text{where } \alpha_* = (1 - \alpha_1) \alpha_0 - \gamma \sqrt{\frac{2}{\pi}}.$$

在這參數估計中，可以發現沒有很明顯的不對稱反應

$$\therefore \ln(h_t) = 0.9090 \ln(h_{t-1}) + \begin{cases} -0.1516 + 0.2106\varepsilon_{t-1} & \text{if } \varepsilon_{t-1} \geq 0 \\ -0.1516 - 0.3488\varepsilon_{t-1} & \text{if } \varepsilon_{t-1} < 0 \end{cases}$$

$$h_t = h_{t-1}^{0.9090} \times \begin{cases} \exp[-0.1516 + 0.2106\varepsilon_{t-1}] & \text{if } \varepsilon_{t-1} \geq 0 \\ \exp[-0.1516 - 0.3488\varepsilon_{t-1}] & \text{if } \varepsilon_{t-1} < 0 \end{cases}$$

$$\frac{h_t(\varepsilon_{t-1} = -2)}{h_t(\varepsilon_{t-1} = 2)} = \frac{\exp[-0.1516 + 0.2106 \times (-2)]}{\exp[-0.1516 - 0.3488 \times (2)]} \approx 1.318375$$

亦即在相同條件下，負的衝擊比正的衝擊僅僅高出約 31.84%。換句話說，壞消息面所帶來的波動會比較大但沒有高出很多，表示對稱模型就足以解釋新加坡市場。

4.GJR-GARCH model

在金融市場上好消息與壞消息對於波動的影響是不相同的(波動不對稱性)，亦即，好消息與壞消息對於未來波動的預測是不相同的。要能捕捉波動行為的不是固定的特性與不對稱的效果，一些學者修改 ARCH 和 GARCH 模型，提出可捕捉訊息到達對波動有不同影響效果的 GARCH 模型。Engle and Ng (1993) 研究日本股票市場波動不對稱性的行為，並比較 EGARCH、AGARCH、GARCH、VGARCH 與 GJR-GARCH 等五個模型的配適性，實證顯示日本股票市場的條件波動具有不對稱性，並且指出 GJR-GARCH 模型是一個最好的不對稱參數波動模型。因此本報告擬採用 GJR-GARCH 模型並求其風險值。

GJR-GARCH 模型由 Glosten, Jagannathan, and Runkle (1993) 提出，是利用過去報酬衝擊的符號與前期殘差項平方的乘積 (即 \times) 來表現不對稱性，許多文獻指出，股票的報酬衝擊與未來報酬波動之間呈現負相關：對壞消息的反應是波動變化較大，對好消息的反應是波動變化較小，亦即 GJR 模型是藉由不對稱性的參數來捕捉金融資產時間序列資料。

配適 GJR-GARCH model，發現參數已顯著(表三)，所以只配適 GJR-GARCH(1,1)。標準化殘差檢定是否具有自我相關，殘差平方及殘差絕對值是用來檢定是否條件變異數異質性。以 GJR-GARCH(1,1) 配適，其標準化殘

差、殘差平方及殘差絕對值(表五)的 P-value 皆不顯著，所以 GJR-GARCH(1,1) 配適模型是恰當的。模型如下：

$$\begin{aligned} r_t &= a_t \\ a_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad a_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t). \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \gamma I_{t-1} a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \\ I_t &= I_{(a_t \leq 0)} \end{aligned}$$

$$\text{限制式： } \alpha_1 + \beta_1 + \frac{\gamma}{2} < 1 \quad \text{Ling and McAleer (2002)}$$

5. Threshold GARCH model

本報告擬採用 Zakoian(1994) 所提出，門檻式自我迴歸異質條件變異數模式 (Threshold GARCH 或 TGARCH)，其模式具有不對稱性報酬率波動之原理，對於現有的股價資訊有更好的解釋能力，配適 Threshold-GARCH(1,1) 模型，表中發現參數皆顯著。標準化殘差檢定是否具有自我相關，殘差平方及殘差絕對值是用來檢定是否條件變異數異質性。以 Thershold-GARCH 配適，其標準化殘差、殘差平方及殘差絕對值(表五)的 P-value 皆不顯著，所以 Thershold-GARCH 配適模型是恰當的。模型如下：

$$\begin{aligned} r_t &= a_t \\ a_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad a_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t). \\ h_t &= \begin{cases} \alpha_0^{(1)} + \alpha_1^{(1)} a_{t-1}^2 + \beta_1^{(1)} h_{t-1} & \text{if } a_{t-1} \leq 0 \\ \alpha_0^{(2)} + \alpha_1^{(2)} a_{t-1}^2 + \beta_1^{(2)} h_{t-1} & \text{if } a_{t-1} > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

6. Smooth Transition GARCH model

與TGARCH、GJR模型一樣，都是以條件變異模式來描述波動性存在不對稱的反應現象。比其他不對稱的GARCH模型在處於較平滑的狀態下，以更有彈性的方式去捕獲不對稱的波動性反應。

由Chan and Tong (1986)以及Terasvirta (1994)提出，波動性不對稱的現象可由模式中來衡量，即在前期為負的報酬率衝擊時 $F(a_{t-1}) \cong 0$ ，波動性以參數

$\alpha_1^{(1)} + \beta_1^{(1)}$ 來衡量，當前期為正的報酬率衝擊時 $F(a_{t-1}) \cong 1$ ，波動性以參數 $\alpha_1^{(1)} + \beta_1^{(1)} + \alpha_1^{(2)}$ 來衡量；因此，可獲取在正或負的報酬率衝擊之下具有不對稱的波動性反應。配適STGARCH，加入估計 γ 時，發現參數有些不顯著，所以試著將不顯著的參數忽略及固定 $\gamma = 3$ ，表三中發現參數皆顯著。標準化殘差檢定是否具有自我相關，殘差平方及殘差絕對值是用來檢定是否 conditional heteroscedasticity。以STGARCH配適，其標準化殘差、殘差平方及殘差絕對值 p-value皆不顯著（表五），表示用STGARCH 解釋此資料合適。模型如下：

$$\begin{aligned} r_t &= a_t \\ a_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad a_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t). \\ h_t &= \alpha_0^{(1)} + \alpha_1^{(1)} a_{t-1}^2 + \beta_1^{(1)} h_{t-1} + F(a_{t-1}) [\alpha_1^{(2)} a_{t-1}^2] \\ F(a_{t-1}) &= \frac{1}{1 + \exp\{-3 \times a_{t-1}\}} \end{aligned}$$

$$\text{限制式： } 0 < \alpha_1^{(1)} + \beta_1^{(1)} + \frac{1}{2}(\alpha_1^{(2)}) < 1$$

$$\alpha_0^{(1)} > 0, \quad \alpha_1^{(1)} + \alpha_1^{(2)} \geq 0 \quad \text{and} \quad \beta_1^{(1)} \geq 0 \quad \text{Lubrano (1998)}$$

7.IGARCH without drift model

由於需要有比較的基準且在過去文獻上指出在 RiskMetrics 方法下以 IGARCH without drift model 與真實值最為接近因此加入此模式作為比較基準。對 alpha 估計，表三中發現參數顯著。標準化殘差檢定是否具有自我相關，殘差平方及殘差絕對值是用來檢定是否 conditional heteroscedasticity。以 IGARCH 配適，其標準化殘差、殘差平方及殘差絕對值（表五）的 p-value 皆不顯著，因此以 IGARCH 配適是恰當的。模型如下：

$$\begin{aligned} r_t &= a_t \\ a_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad a_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t). \\ h_t &= (1 - \alpha_1) a_{t-1}^2 + \alpha_1 h_{t-1} \end{aligned}$$

$$\text{限制式： } 1 > \alpha_1 > 0$$

五、風險值的比較

穿透率 (Violation Rate) 是最常被使用來衡量風險值模型的準則。是指在一定的期間內，利用回顧測試，計算此一期間真實報酬率損失大於估計風險值的比例。

$$\text{亦即 穿透率} = \frac{\text{真實報酬率損失大於估計風險值的累積次數}}{\text{觀察樣本次數}}$$

已知在 $r_t | F_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$ ，令 $\text{VaR} = -\sigma_h(\ell) \times Z_\alpha$ ，假設 $\alpha = 0.05$ 時 $Z_\alpha = 1.645$ ，與假設 $\alpha = 0.01$ 時 $Z_\alpha = 2.323$ ，使用移動樣本的方法即用第1筆至第1192筆的資料估計第1192筆的值，再用第2筆至第1192筆的資料預測第1193筆的資料，以此類推其風險值共250筆，評比的準則以穿透率在百分之一和百分之五的比例下（表六）的比較。本文參考Allen, McAleer and Veiga (2005)，由於巴塞爾協議在1995年4月允許金融機構自行使用內部規模確定他們的風險值。但仍需給定一個標準因此產生（表七）的評比標準，在百分之一情況下的評比得知GARCH、GJR-GARCH、TGARCH及STARGARCH模型是在綠色標準下而EGARCH是在黃色標準下。也就是說在綠色標準下，所承擔的風險值較小較安全，但相對的若保留太多會使得資金無法充分運作，因此若能剛好準確抓到資料的走向，將不會有資金保留太多或不足之處。因此我們說黃色標準是較能剛好準確的抓到資料的趨勢，也就是說EGARCH的模型較符合此資料型態。另外，JP Morgan發展出 RiskMetrics來估計VaR的估計值時，所配適的模式就是IGARCH without drift即因此，我們也加入IGARCH模式作為基準模式與其他模式比較。其所求出之VaR的估計值在表六，與其他模型相比之下，仍為EGARCH模型與基準值較相近，再次驗證EGARCH最能表現資料型態捕捉其波動。

六、結論

由殘差檢定看出對稱模型中的 GARCH model、和非對稱模型中的 EGARCH、GJR-GARCH 及 T-GARCH 解釋能力較佳。再由 VaR 值與實際值的比較即穿透率看出 EGARCH 解釋能力較能捕捉新加坡市場的趨勢，進而將 IGARCH 沒

有 drift 作為基準與其他模型求出的穿透率比較下，再次驗證其所代表是與實際風險值的差異較小，使投資者能在預期範圍內減少損失或剛好達到停損點。

參考文獻

Allen, D.E., M. McAleer and B. da Veiga (2005) Modelling and Forecasting Dynamic VaR Thresholds for Risk Management and Regulation, to appear in *Risk Letters*.

Bollerslev, T. (1986) Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327.

Chan, K. S. and Tong, H. (1986) On estimating thresholds in autoregressive models. *Journal of Time Series Analysis*, **7**, 179-190.

Engle, R. (1982) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, **50**, 987-1007.

Engle, R. and Ng, V. (1993) Measuring and testing the impact of news in volatility. *Journal of Finance*, **43**, 1749-1778.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993) On the relation between the Expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, **48**, 1779-1801.

Ling, S. and McAleer, M. (2002) Stationarity and the existence of moments of a family of GARCH processes. *Journal of Econometrics*, **106**, 109-117.

Lubrano, M. (1998) Smooth Transition GARCH Models: a Bayesian perspective, CORE Discussion Paper 9866.

Nelson, D. B. (1991) Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, **59**, 347-370.

Tsay, R. S. (1998) Testing and modeling multivariate threshold models, *Journal of the American Statistical Association*, **93**, 1188-1202.

Terasvirta, T. (1994) Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive

models. *Journal of the American Statistical Association*, **89**, 208-218 Zakoian, J. M. (1994) Threshold

heteroscedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, **18**, 931-995.

表附錄

表一：報酬率敘述統計量

Statistics	報酬率
Mean	0.0225
Std Deviation	1.4623
Skewness	0.0103
Kurtosis	3.2057
Anderson-Darling statistics	6.0291*
N	1191

*Significance at least at the 5% level.

表二：ARCH檢定Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	P-value	LM	P-value
1	12.603	0.0004	12.5908	0.0004
2	28.2978	<.0001	25.1073	<.0001
3	31.4439	<.0001	26.0253	<.0001
4	40.773	<.0001	31.4653	<.0001
5	42.2467	<.0001	31.6083	<.0001
6	54.4709	<.0001	39.0221	<.0001
7	55.9403	<.0001	39.095	<.0001
8	60.9824	<.0001	40.5878	<.0001
9	63.4666	<.0001	41.2171	<.0001
10	69.3042	<.0001	42.7397	<.0001
11	69.3288	<.0001	43.4461	<.0001
12	74.6824	<.0001	45.1709	<.0001

表三 參數估計

	GARCH	EGARCH	GJR-GARCH	TGARCH	STGARCH	IGARCH
$\alpha_0^{(1)}$	0.2007* (0.0409)	0.7863* (0.0693)	0.4341* (0.0418)	0.0637 (0.0595)	0.1936* (0.0445)	
$\alpha_1^{(1)}$	0.1306* (0.0217)	0.9091* (0.0150)	0.1092* (0.0215)	0.0443* (0.0084)	0.2132* (0.0411)	0.9050 (0.01339)
$\beta_1^{(1)}$	0.7796* (0.0361)		0.6073* (0.0199)	0.8498* (0.0549)	0.7704* (0.0344)	
$\alpha_0^{(2)}$				0.4444* (0.0548)		
$\alpha_1^{(2)}$				0.0789* (0.0173)	-0.1255* (0.0380)	
$\beta_1^{(2)}$				0.6100* (0.0460)		
θ		-0.0691* (0.0131)				
γ		0.2798* (0.0302)	0.2361* (0.0365)			

Notes. The numbers in parentheses are standard deviations.

*Significance at least at the 5% level.

**Significance at least at the 1% level.

表四 Engle and Ng 不對稱檢定

JT	SBT	NSBT	PSBT
0.252(0.96879)	-0.0613(0.7571)	0.0201(0.8857)	-0.0197(0.8883)

Notes. The numbers in parentheses are P-values

表五 Ljung-Box檢定標準化殘差、殘差平方以及殘差絕對值.

	GARCH	EGARCH	GJRGARCH	TGARCH	STGARCH	IGARCH
Q(5)	7.6436 (0.1770)	11.6761 (0.0395)	8.6291 (0.1248)	7.6437 (0.1770)	9.1696 (0.1025)	11.3904(0.0442)
Q(10)	12.0919 (0.2790)	14.2920 (0.1601)	16.1257 (0.0961)	12.0920 (0.2789)	13.3298 (0.2058)	14.0565(0.1704)
Q(15)	13.2277 (0.5847)	16.5263 (0.3480)	18.8806 (0.2192)	13.2278 (0.5847)	14.4792 (0.4895)	15.8959(0.3890)
Q(20)	16.0065 (0.7162)	20.1174 (0.4506)	21.5404 (0.3660)	16.0066 (0.7162)	16.9236 (0.6579)	19.7784(0.4719)
Q ² (5)	1.6541 (0.8946)	11.5532 (0.0415)	2.7043 (0.7455)	1.6541 (0.8946)	2.2897 (0.8078)	2.5274 (0.7724)
Q ² (10)	3.4514 (0.9687)	18.0503 (0.0541)	17.9246 (0.0562)	3.4512 (0.9687)	4.0792 (0.9437)	3.2696(0.9743)
Q ² (15)	5.8016 (0.9829)	19.6650 (0.1852)	18.9943 (0.2140)	5.8013 (0.9829)	6.1341 (0.9774)	4.2456(0.9968)
Q ² (20)	8.3274 (0.9895)	20.7909 (0.4095)	25.5510 (0.1812)	8.3270 (0.9895)	9.6486 (0.9741)	5.2959(0.9996)
Q (5)	3.1549 (0.6761)	4.6692 (0.4576)	6.7110 (0.2430)	3.1550 (0.6761)	3.5471 (0.6163)	3.8706(0.5682)
Q (10)	10.9952 (0.3579)	14.1586 (0.1659)	21.9341 (0.0154)	10.9949 (0.3579)	11.4444 (0.3240)	9.0619(0.5262)
Q (15)	17.5913 (0.2848)	19.0840 (0.2100)	29.4342 (0.0141)	17.5907 (0.2848)	18.4182 (0.2413)	12.5868(0.634)
Q (20)	22.2652 (0.3263)	22.3125 (0.3238)	43.0907 (0.0020)	22.2644 (0.3263)	23.6594 (0.2576)	17.9400(0.591)

Notes. The numbers in parentheses are P-values.

表六 風險值穿透率的比較

	GARCH	EGARCH	GJRGARCH	TGARCH	STGARCH	IGARCH
On 5%	0.8%	0.8%	0.8%	0.8%	0.4%	2.4%
On 1%	0.0%	0.4%	0.0%	0.0%	0.0%	0.8%

表七 穿透率評比標準

Base1 Accord Penalty Zones

Zone	Number of Violations	Increase in k
Green	0to4	0.00
Yellow	5	0.40
	6	0.50
	7	0.65
	8	0.75
	9	0.85
Red	10+	1.00

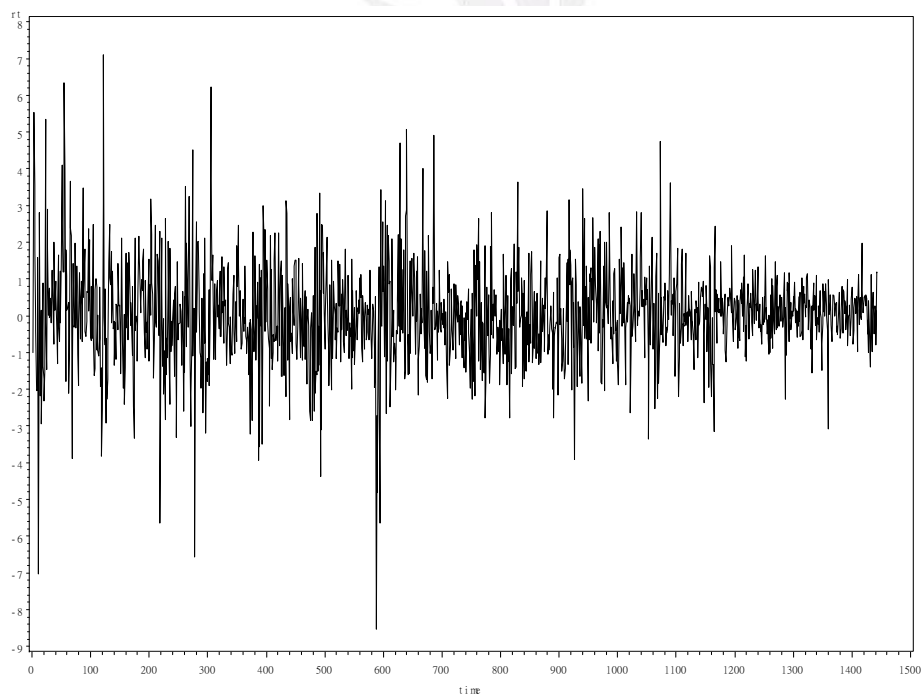
Note: The number of violations is calculated on basis of 250 business days.

圖附錄

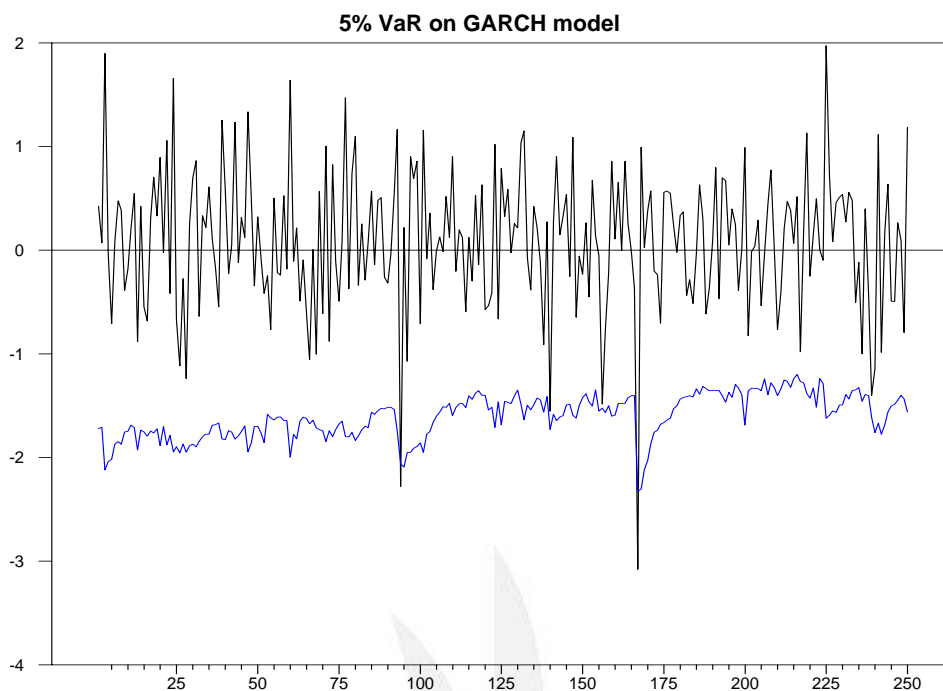
圖一：原始股價指數時間序列圖



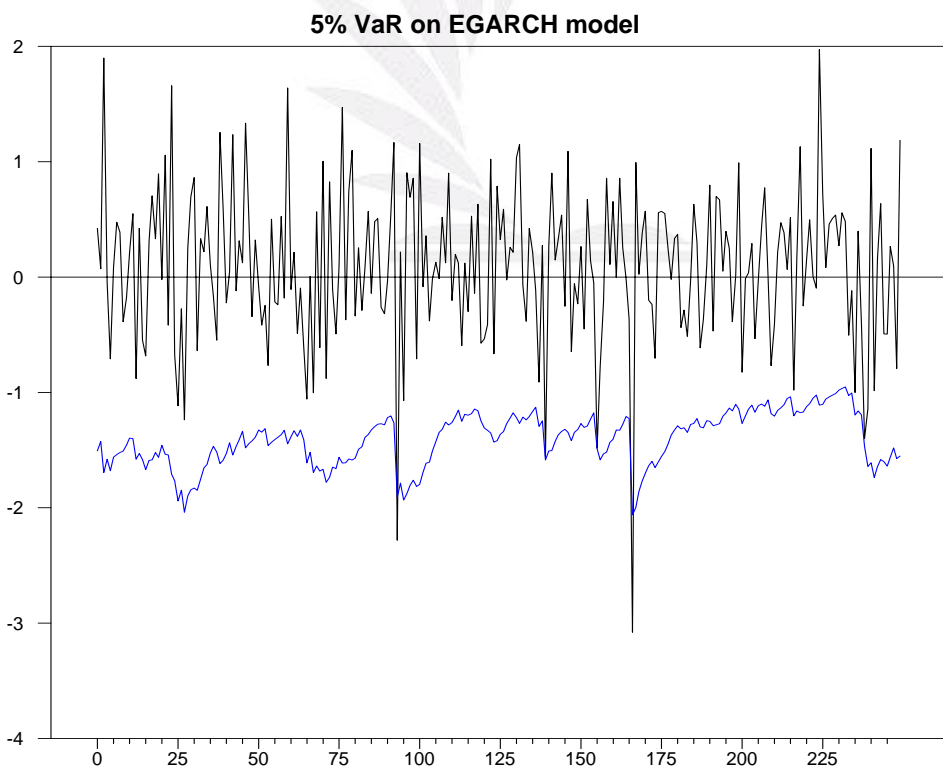
圖二：報酬率時間序列圖



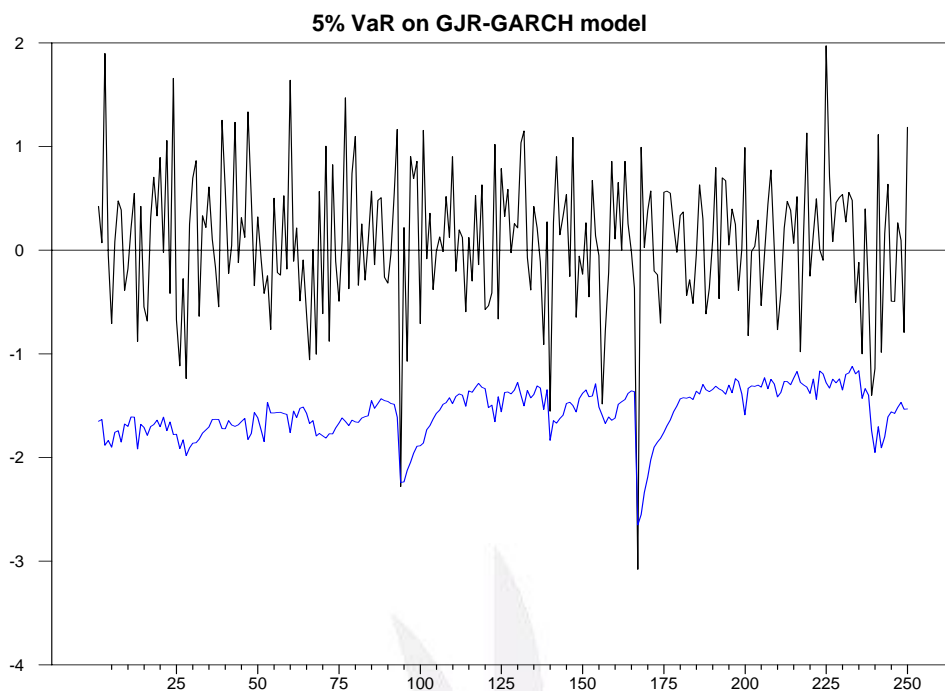
圖三：GARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖



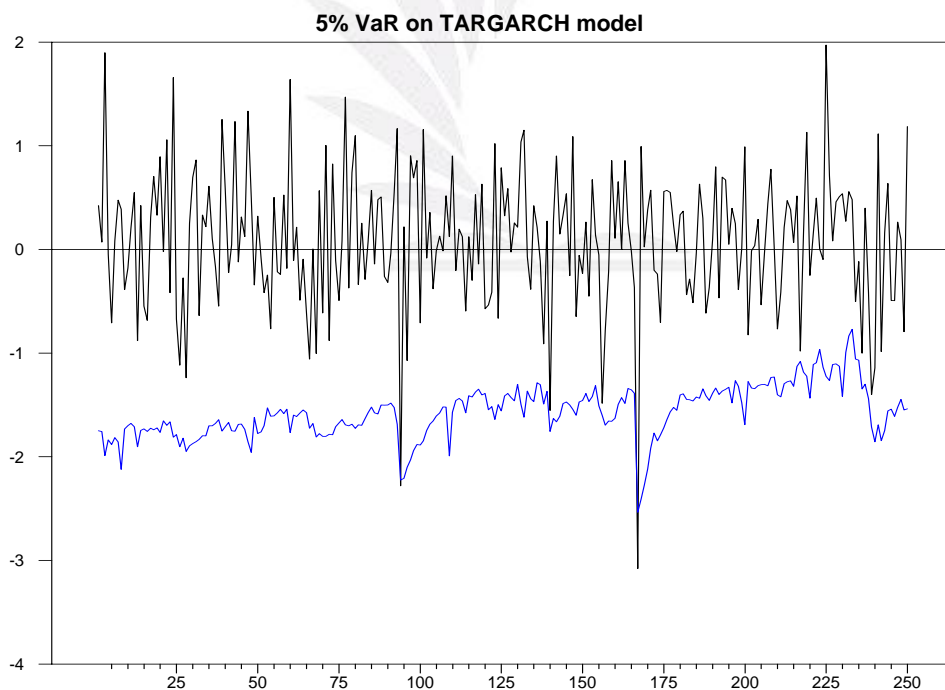
圖四：EGARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖



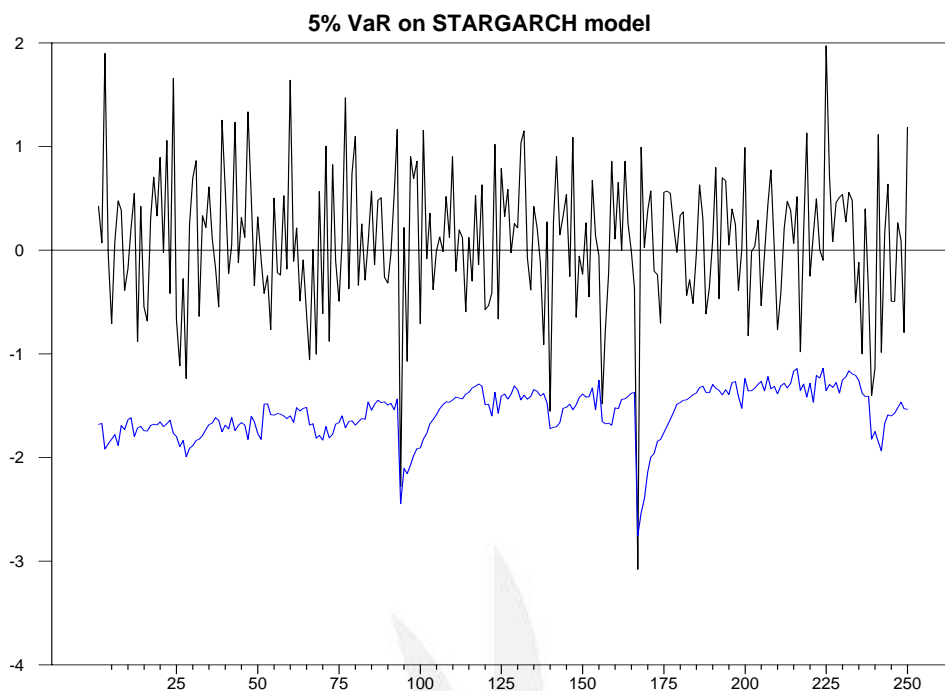
圖五： GJR-GARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖



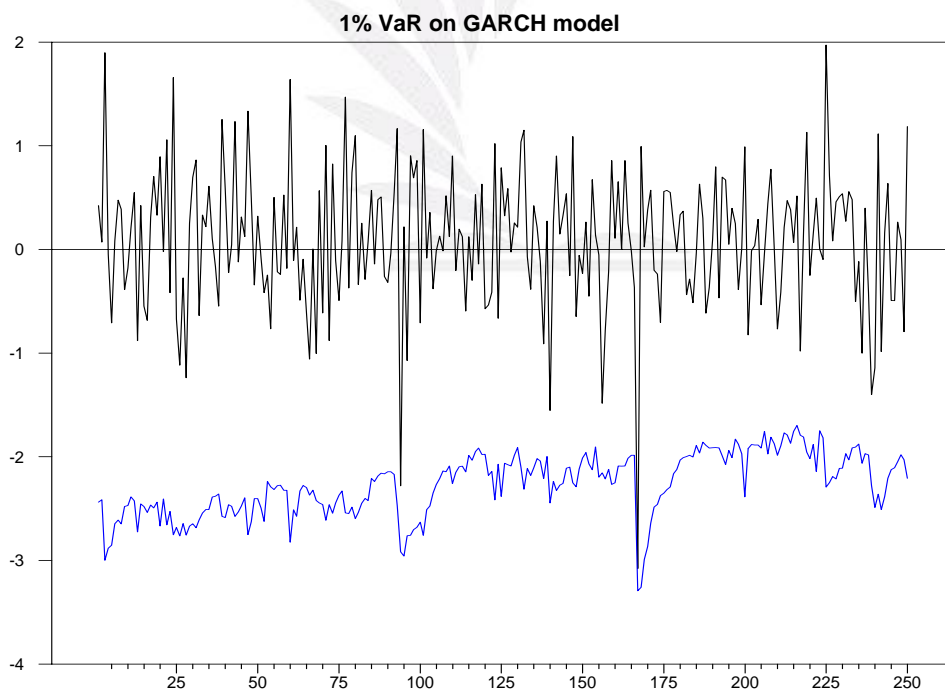
圖六： TGARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖



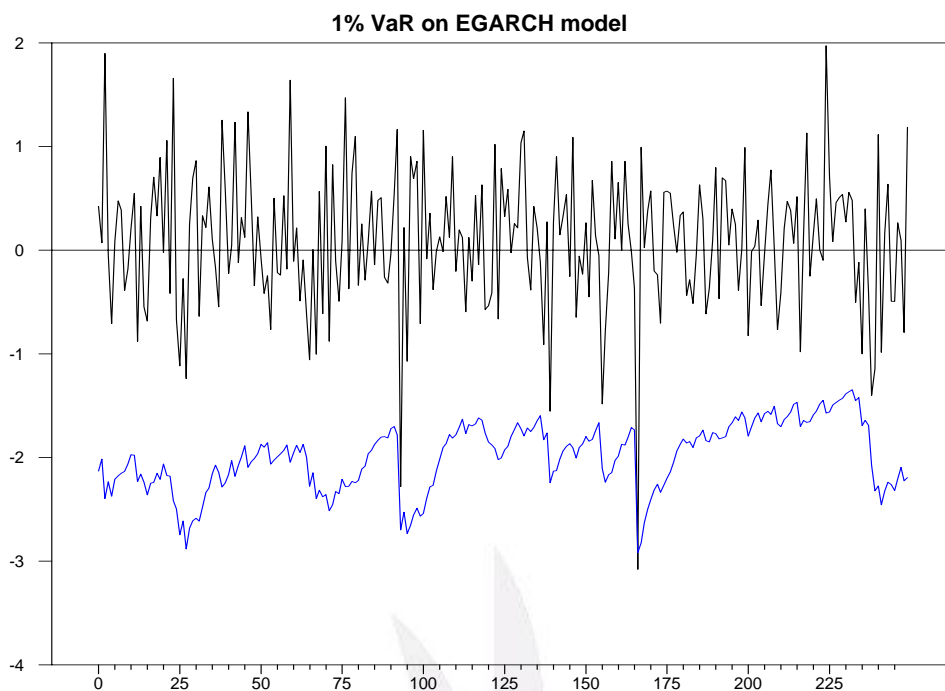
圖七： STGARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖



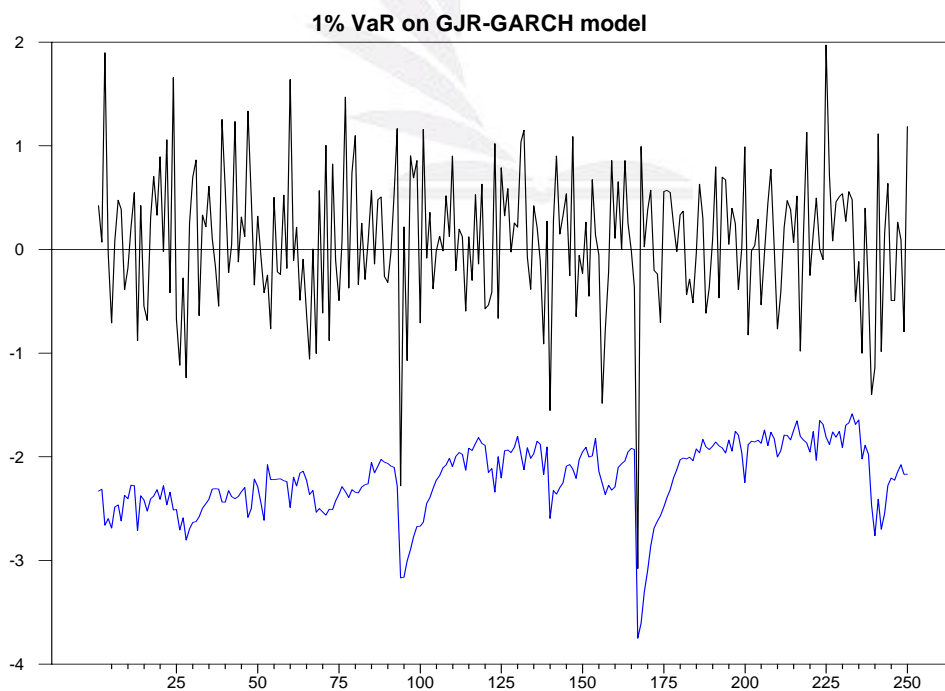
圖八： GARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖



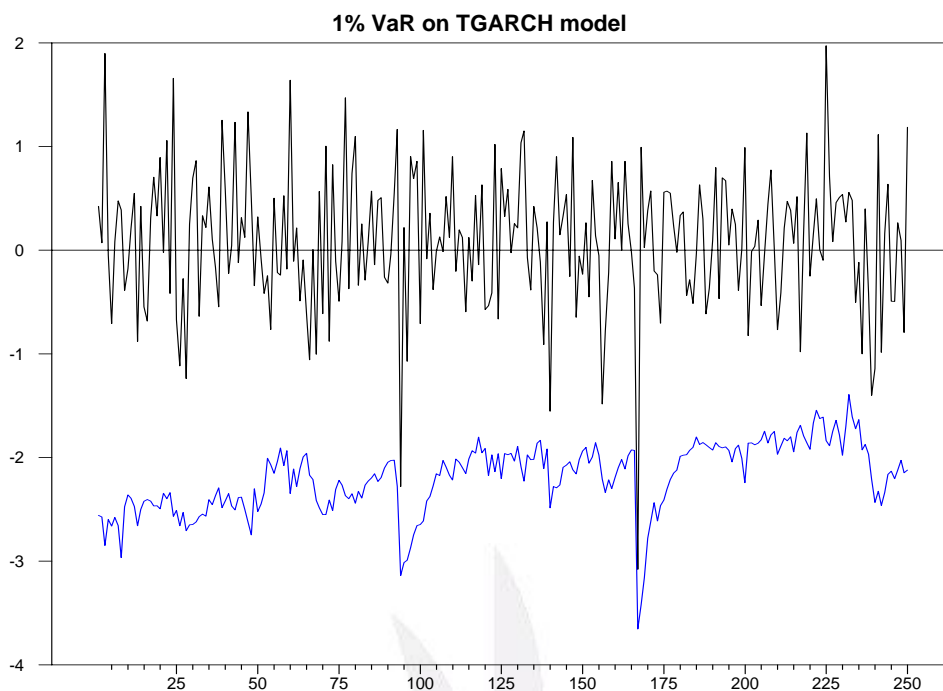
圖九：EGARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖



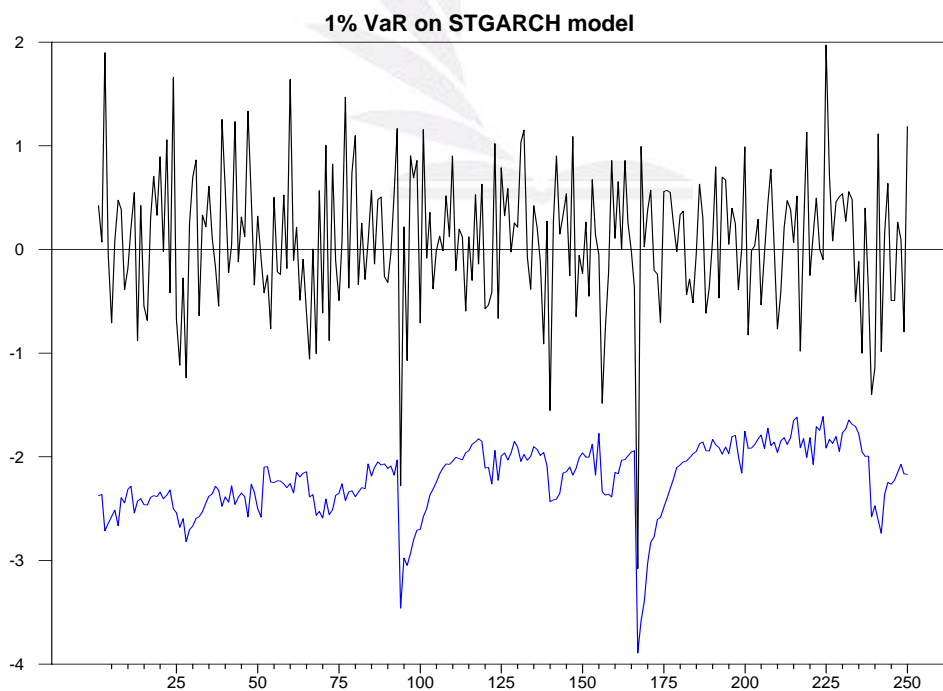
圖十：GJR-GARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖



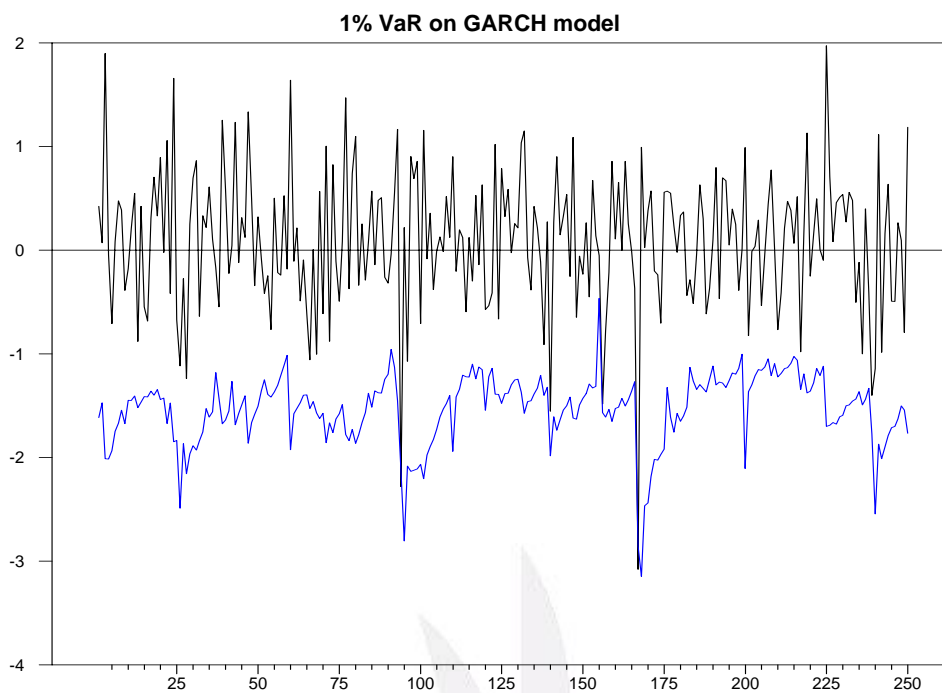
圖十一：TGARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖



圖十二：STGARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖



圖十三：IGARCH 模型 99% 保留值與 VaR 時間序列圖



圖十四：IGARCH 模型 95% 保留值與 VaR 時間序列圖

