

變動輸入項之乏確類神經系統

劉虎城

淡江大學資訊工程研究所
台北縣淡水鎮(251)英專路 151 號

蔣定安

淡江大學資訊工程研究所
台北縣淡水鎮(251)英專路 151 號

陳木華

淡江大學資訊工程研究所博士班
台北縣淡水鎮(251)英專路 151 號

簡肇胤

淡江大學資訊工程研究所博士班
台北縣淡水鎮(251)英專路 151 號

chaoyin@ms6.url.com.tw

摘要

類神經網路(NeuralNet)推論模式一般是以輸入個體表現或環境因素利用其設計之模式來推論預測值，但對於新的輸入項目則需要利用原設計之模式來重新建構新的模式。本文利用則是乏確(Fuzzy)之分析模式、類神經網路架構與學習的方式，提出一個全新的乏確類神經網路。當有新的個體加入或個體的移除時，不需全部重新建構新的模式即可推測。我們的推論預測方式，可利用部份個體表現之變動推測其他個體表現之潛在變動方向；亦可輸入新的預測環境因素來觀察個體表現之變化，以了解潛在因素對個體表現之影響，以幫助決策之判斷。本文以一般投資大眾投資債券型基金之行為，推測潛在未投資而可能投資行為。對於歷史行資料經學習調整後，準確度達 99.2%，由此證明本文設計模式之可行性。

Key Word : Artificial intelligence , Data Mining , Fuzzy Neural Networks , Fuzzy Set theor , Neural Networks

1 簡介

資訊化與資料庫之高度發展使資料量快速地膨脹，使得各企業團體擁有大量之資料。資料大量的產生並不意味智識快速成長，而是資料垃圾的危機。資料內含資訊之發掘，使這些資料垃圾重現生命。資料挖掘之概念即是以各種方法挖掘潛藏在大量資料內的智識與資訊[10]，使存在於資料庫之資料能更有效應用。資料挖掘的技術有許多種其中符合現實不確定性之乏確系統與模擬腦神經架構之可調性類神經網路受到廣泛應用。

乏確邏輯在 1960 年代由 Dr. Lotfi Zadeh of UC/Berkeley 提出[14,15]。其擴充傳統邏輯理論，能解決介於完全真與完全假之間的部份真值。Dr. Lotfi Zadeh 利用此來建立其不確定自然語言模式。乏確集合與邏輯為處理不確定因素之數學模式，而不確定性又是現實之重要特性。乏確專家系統即是使用成員關係函數與乏確邏輯操作取代布寧邏輯來推論。而這些乏確邏輯操作法則即為乏確專家系統之規則資料庫或稱知識資料庫。規則資料庫建立成功與否取決於專家智慧的解析程度。

一個類神經網路(neural network)，或稱平行分散式處理(parallel distributed processing, PDD)、人工神經網路(artificial neural network, ANN)，為模擬人類腦神經連結方式與平行處理之架構。人工神經網路之運作結合模擬生物神經系統之數學模式與可調式學習方式。其結合大量細胞元(Cell)與之間高度的連結而成。細胞元在類神經網路中為一基本簡單計算單元，其接受其他細胞元之輸出與彼此之權重(Weight)為其輸入，權重代表影響程度。細胞元則收集所有輸入經簡單計算與輸出函數將結果輸出。單純一個細胞元不具任何意義，但整體而言接受輸入資料饋入並以有意義之資訊輸出。類神經網路依學習方式分為：監督式學習、無監督式學習。類神經網路之學習由調整細胞元之間之影響程度即權重而達成。學習經由輸入資料彼此之關係(非監督式學習)或目標輸出資料(監督式學習)，以調整法則調整彼此權重達成。細胞元之間權重即儲存建構此類神經網路之相關智識。今日類神經網路應用於大量的應用系統，尤其在模糊輸

入之樣式認知與分類。例如工程方面的電子電路診斷、生產排程，在經濟方面的市場預測、財務分析，及在資訊科學方面的語音辨識、字型辨認、電腦輔助教學等，皆有優良的表現。

在功能上一個多層之類神經網路可模擬任何 續函數 (Continue Function)[7,8]，而乏確系統(Fuzzy System)也具有同樣功能[1]。在應用方式上一個乏確系統以資料間明確之關係，選擇適當法則與成員函數(Membership Function)建立，而類神經網路以歷史資料調整、學習彼此關係。近來的研究與應用則結合兩者之優點來建立乏確-類神經(Fuzz -Neuron)系統[2,3,5,6]，其原因如下：

1. 乏確系統以語言推論法則(Linguistic Inference Rules)來模擬專家智慧。
2. 類神經網路在應用上可借助樣本資料建立網路。
3. 乏確系統在現實上如何將專家知識轉換成知識資料庫，是非常艱巨之工程。
4. 類神經網路各細胞元間的權重 未學習前使用隨機初值，使學習後輸出非預期，而且使學習需要大量資料與時間。

因此利用乏確理論描述現實智識定義智識資料庫初值，並以類神經網路學習法則調整將使系統之建立更方便。乏確理論與類神經網路之結合應用大致分為兩大類：

1. 以類神經網路之學習邏輯方便專家知識轉換成知識資料庫[4]。
2. 以環境物件間關係建立權重初值，縮短學習時間與訓練資饋入資料[9,11]。

乏確理論與類神經網路之結合使知識資料庫更方便也使類神經網路縮短學習時間，但至今乏確類神經系統對於新加入個體仍需重新建立或重新學習。本文設計之模式除了結合乏確與類神經網路之優點外，並透過模式建立方式提出使新個體之加入與移除因模式的功能函數與利用現有相似個體表現關係不必重新建立與學習之變動輸入項乏確類神經模式。

本文利用變動輸入項乏確類神經模式，應用於投資於債券型基金之客戶管理，推測潛在未投資而可能投資行為。本文使用客戶每月平均餘額為個體表現行為，以債券金融各相關財經因素為環境因素來建立推測模式。本文經本實驗得到所設計之模式對歷史資料有高達 99.2%

之準確度，實證本模式之可行性。

2 變動輸入項乏確類神經模式

變動輸入項乏確類神經模式以乏確理論的方式抽取專家智識，利用類神經網路的學習法則與不具意義之神經元調整系統內不確定因素，而且使個體之加入與移除更加方便，其具有以下特性：

1. 本模式保留不具定義細胞元，使對不確定之環境物件能經由類神經網路學習法則定義出乏確規則。
2. 有意義之細胞元之間以主觀定義彼此關係建立權重，並經由類神經網路學習法則定義出 客觀乏確規則。
3. 本模式可隨時增加或減少輸入項而不影響系統功能。

由於變動輸入項乏確類神經模式具有以上特性，使系統透過個體與因素的關係建立，並可依現狀狀況加入與移除個體。本文建立之變動輸入項乏確類神經模式，由環境因素與個體表現構成，其架構如 Figure 1 所示。本模式中環境因素以 $E = \langle E_1, E_2, \dots, E_i \rangle$ 表示，個體表現以 $P = \langle P_1, P_2, \dots, P_j \rangle$ 表示。環境因素 E_i 對個體表現 P_j 之影響以 W_{ji} 表示。個體表現 P_j 對環境因素 E_i 之關係以 V_{ij} 表示。

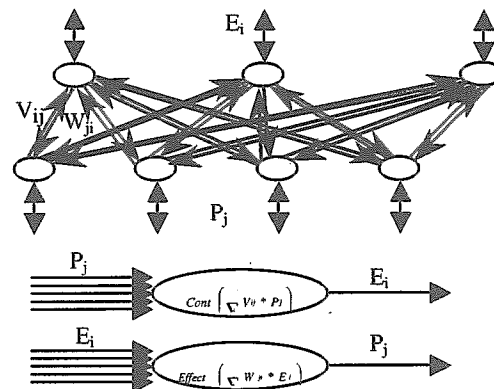


Figure 1. 變動輸入項乏確類神經模式

定義1：環境因素空間 U ，為本模式所曝露之相關環境資訊。環境因素 $E = \langle E_1, E_2, \dots, E_i \rangle \in U$ ，環境因素元素 E_i 定義介於(0,1)之間。

定義2：個體表現空間 S ，為我們感興趣之個體與行為資訊。個體表現 $P = \langle P_1, P_2, \dots, P_j \rangle \in S$ ，個體表現元素 P_j 定義介於(0,1)之間。

定義3：個體表現元素 P_j 對環境因素元素 E_i 之關係 V_{ij} 定義介於(0,1)之間，當為 0 時代表此個體表現對環境因素毫無關係。當為 1 時代表此個體表現對環境因素有絕對的關係。

定義4：環境因素元素 E_i 對個體表現元素 P_j 之影響 W_{ji} 定義介於(0,1)之間，當為 0 時代表此環境因素對個體表現毫無影響。當為 1 時代表此環境因素對個體表現有絕對的影響。

定義5：個體貢獻函數 $Cont() : \rightarrow U$ 。為環境因素評量函數，個體的增減不影響評量結果。

環境因素 $E_i = Cont\left(\sum_j V_{ij} * P_j\right)$ ，為由個體表現 P 貢獻，經過個體貢獻函數 $Cont()$ 來評量環境因素之狀態。此函數的選擇非常重要，個體的加入移除不能使個體貢獻函數 $Cont()$ 產生太大之變化。例如台灣加權股價指數的計算方式，當股票上市或下市時對台灣加權股價指數不會產生變化。

定義6：環境影響函數 $Effect() : \rightarrow S$ 。為個體表現評量函數，環境因素的影響符合邊際效應。

個體表現元素 $P_j = Effect\left(\sum_i W_{ji} * E_i\right)$ ，為由環境因素 E 影響，經過環境影響函數 $Effect()$ 來評量個體表現之狀態。此函數之特性為在正常狀況環境因素與個體表現成正比，但到達某一程度時則不會持續增加而是趨向定值。例如，某家公司受三種不同因素影響，公司整體表現可由此三種因素之總和影響。但因為公司本身資源之限制，其整體表現只能達到某種程度。

如 Figure 1 所示，變動輸入項乏確類神經模式之環境因素與個體表現間為雙向連結。以此方式連結的主要原因有：

1. 當環境因素非常明確時，變動輸入項乏確類神經模式可看成兩個獨立的乏確類神經模式，個別建立與學習上下兩層之關係。
2. 學習時環境因素明確但推測時不明，可在學習時建立彼此關係，推測時可借由個體表現還原。於學習過程中輸入個體表現與環境因素之值，主要目的求出環境

因素對個體表現之影響 W_{ji} 與個體表現對環境因素之關係 V_{ij} 。

在實際運作中，常有環境因素不明或獲得資訊困難，可在環境因素層增加一個不明環境因素元素 E_i 。其作用與一般的環境因素元素一樣。只是在學習時只能借助歷史資料學習，無法給予初值。學習時也無資料輸入，以個體表現層饋入之輸出值為其輸入值。在學習過程中，有時會因為環境因素層元素數目太少，會使整體模式誤差值太高。也就是其收斂值在兩組輸入值之間振盪，加入新的不明環境因素元素可加速收斂。

如 Figure 2 所示，當加入新的個體表現時，可選擇性質相似之個體，複製其對所有環境因素之貢獻與所有環境因素對此新個體表現之影響的所有資訊為其初值。新的個體表現對環境因素之貢獻程度由個體貢獻函數 $Cont()$ 之定義知不影響輸出。而環境因素對新個體表現，因其初值使用性質相近個體，環境因素對其影響亦類似性質相似之個體。當個體移除時由個體貢獻函數 $Cont()$ 之定義知不影響輸出，整個模式不受影響。

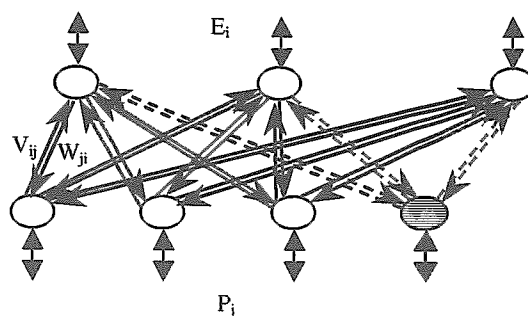


Figure 2. 輸入項之變動

本模式建立完成後，對歷史性之資料能達到一平衡狀態。於推測時即利用部份資訊變化而使變動輸入項乏確類神經模式處於不平衡狀態並經由彼此關係達到平衡狀態來推測個體表現之平衡狀態值。所謂平衡狀態對所有歷史性之資料皆能同時滿足個體貢獻函數 $Cont()$ 與環境影響函數 $Effect()$ 。也就是對所有輸入環境因素值與由個體表現輸入值經由 V_{ij} 之推論輸出值之誤差能達到最小。以下列誤差函數來表示歷史資料整體誤差衡量。

$$\left\{ \begin{array}{l} Error_of_E = \left(\frac{1}{2} \right) \sum_k (E_k - E_k^{out})^2 \\ Error_of_P = \left(\frac{1}{2} \right) \sum_k (P_k - P_k^{out})^2 \end{array} \right.$$

由上式變動輸入項之確類神經模式學習法則如下：

對於明確知悉之環境因素時，其互相之間關係的異動如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta V_{ij} = \eta * \left[(E_i - E_i^{out}) * \frac{\partial Cont \left(\sum_j V_{ij} * P_j \right)}{\partial V_{ij}} \right] \\ \Delta W_{ji} = \eta * \left[(P_j - P_j^{out}) * \frac{\partial Effect \left(\sum_i W_{ji} * E_i \right)}{\partial W_{ji}} \right] \end{array} \right.$$

對於未發佈與不明環境因素時，其互相之間關係的異動如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta W_{ji} = \eta * \left[(P_j - P_j^{out}) * \frac{\partial Effect \left(\sum_i W_{ji} * E_i \right)}{\partial \left(\sum_i W_{ji} * E_i \right)} * \frac{\partial \left(\sum_i W_{ji} * E_i \right)}{\partial W_{ji}} \right] \end{array} \right.$$

變動輸入項之確類神經模式學習步驟如下：

- Step i. 準備環境因素 E_k^{in} 、個體表現 P_k^{in} 學習資料，依個別資料範圍調整於(0,1)之間。
- Step ii. 設定個體表現對環境因素之關係 V 、環境因素對個體表現之影響 W 之初值。
- Step iii. 輸入個體表現 P_k^{in} 求出環境因素 E_k^{out} 。由個體表現 P_k^{in} 求出之環境因素 E_k^{out} ，包含明確知悉之環境因素。在此時學習，主要利用環境因素資訊充足時建立起與個體表現互相之間的關係，在推測時，環境因素會因發佈時間不同而變成未發佈環境因素，此時即可利用此關係重建未發佈環境因素資訊。
- Step iv. 輸入明確知悉之環境因素 E_k^{in} 加上前面求出之 E_k^{out} 求出個體表現推測值 P_k^{out} 。
- Step v. 求出個體表現實際值與推測值之差異 $(P_k^{in} - P_k^{out})$ 。
- Step vi. 求出個體表現對環境因素關係之修正量 ΔV 。

Step vii. 求出環境因素實際值與推測值之差異 $(E_k^{in} - E_k^{out})$ 。

Step viii. 求出環境因素對個體表現影響之修正量 ΔW 。

Step ix. 跳至 Step iii，重複所有歷史資料此為一個輪迴，重複此輪迴至收斂。

對於本模式之推測方式，本文分兩部份加以討論。於推測過程中改變輸入個體表現之現值，使本模式進入不穩定狀態。於不穩定狀態時其他個體表現會產生變動，其變動方向即為該個體未來可能變動。另一方面可改變環境因素，則會使個體產生變動，其變動方向即為該個體未來可能變動。變動輸入項之確類神經模式個體表現變動之預測過程如下：

Step i. 準備資料環境因素 $E^{current}$ 、個體表現 $P^{current}$ 。其中環境因素 $E^{current}$ 為已發佈或可取得之資訊，其他以未發佈環境因素處理。

Step ii. 輸入個體表現 $P^{current}$ 求出不明環境因素 E^{out} 、未發佈環境因素 E^{out} 。利用個體表現 $P^{current}$ 之現值補足不明之環境因素。

Step iii. 輸入環境因素 $E^{current}$ (明確知悉之環境因素) 求出個體表現 P^{out} 。

Step iv. 個體表現 $P^{current}$ 、個體表現 P^{out} 之差異即為個體表現之異動方向。

類神經模式環境因素變動之預測過程如下：

Step i. 準備資料環境因素 $E^{current}$ 、個體表現 $P^{current}$ 。其中環境因素 $E^{current}$ 為已發佈或可取得之資訊，其他以未發佈環境因素處理。

Step ii. 改變環境因素 E^{Pred} (明確知悉之環境因素預測值) 求出個體表現 P^{out} 。

Step iii. 個體表現 $P^{current}$ 、個體表現 P^{out} 之差異即為個體表現之異動方向。

在下節中，我們將以一個實例證明變動輸入項之確類神經模式之實用性與可行性。

3 實驗模式設計

在基金管理公司，一般管理的基金大約分成兩大類。即股票型基金與債券型基金。客戶投資之金額理論上為新台幣壹萬元以上即可。但債券型基金因操作特性，客戶投資資金比較偏重一個月以內之短期資金、金額在新台

幣三百萬元以上。客戶類型一般為法人、法人代表人。客戶數約由 2,000 至 10,000 或以上。基金管理公司之理財專員，一般在 2 至 10 名左右。每個理財專員約需要服務 1000 名客戶左右，而且所從事之經濟活動包羅萬象。客戶資金動向之掌握，對於改善服務品質將有很大幫助。本例即是針對基金管理公司之客戶投資行為作客戶資金調度動向預測。本例所選之基金管理公司旗下約有 5 支基金。基金種類有國內股票型基金、國外股票型基金、短天期債券型基金、長天期債券型基金。客戶數量約 3 萬人。國內外股票型基金因散戶較多投資金額不大、受股價指數影響大，大客戶受政策影響較大、受股價指數影響小，比較不適合本模式。債券型基金則以短天期債券型基金因進出彈性大、且不受契約束縛，比較適合本模式之討論。

個體貢獻函數 Cont() 可以 Sum、Max、Min、Avg 函數來衡量。在這裡我們使用 Avg() 函數為個體貢獻函數 Cont()。因為我們希望降低各個體之差異，且因為個體表現介於 0,1 之間，使用 Avg 函數可使輸出亦在 0,1 之間。

$$E_i = \text{Avg}_j (V_{ij} * P_j) \quad (1)$$

個體表現之輸出，可對所有環境因素值加總，再經過輸出函數使輸出值在 0 到 1 之間。在這裡我們使用輸出轉換函數 O() 函數為個體貢獻函數 Effect()。我們以下式表示。

$$P_j = O \left(\sum_i W_{ji} * E_i \right) \quad (2)$$

上式函數 O 為輸出轉換函數 $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ ，其將輸出轉換在(0,1)之間。

當環境因素與個體表現戶相之間的關係資訊已知時，我們可以此設定 V_{ij} 、 W_{ji} 。環境因素與個體表現戶相之間的關係資訊未知時，可利用歷史性資料學習。個體表現與環境因素之關係不明確以致 V_{ij} 、 W_{ji} 無法定義時，我們可以亂數產生初值。個體表現對環境因素之關係 V_{ij} 方面，參考公式(1)，可設定於(0,1)之間。環境因素對個體表現之影響 W_{ji} 方面，參考公式(2)，可設定於(0,1/N)之間，N 為環境因素元素之個數。

對於整個系統，我們可以歷史資料來求得 W_{ij} 、 V_{ij} 。建立的模式中，存在有不明之環境因素或個體表現與環境因素之不明關係，可利用歷史資料來學習。總結學習法則如下。

對於明確知悉之環境因素時，其互相之間關係的異動如下：

$$\begin{cases} \Delta V_{ij} = \eta * \left[(E_i - E_i^{out}) * \frac{P_j}{N} \right] & (3) \\ \Delta W_{ji} = \eta * \left[(P_j - P_j^{out}) * O * E_i \right] & (4) \end{cases}$$

對於未發佈與不明環境因素時，其互相之間關係的異動如下：

$$\Delta W_{ji} = \eta * \left[(P_j - P_j^{out}) * O * E_i \right] \quad (5)$$

其中 O 為輸出轉換函數 $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ 之一次微分

$$f(x) = f(x) * (1 - f(x))。$$

推測時資訊部份不足，例如在推測時部份 E_k 未知，可由公式(1)求得。因在穩定狀態下，必須滿足公式(1)、公式(2)之條件，所以整個系統亦是在穩定狀態下。此部份對於狀態的推測有很大的幫助，有些系統往往需要等待某些資訊的發佈而喪失先機。所以當環境因素因發佈時間不一，可以其他資訊之推測而補足，使整個系統在穩定狀態下。而本系統在一些資訊未知的情況下，依然可以補足。

當少部份個體之異動、或環境因素之變動，使網路失去平衡，可借此推測其他個體之動向。由公式(1)可知當個體表現 P_j 變動數量達到某一程度時，環境因素 E_i 會跟著變動。由公式(2)，使得其他個體表現 P'_j 變動。由此變動可推測其他個體表現 P'_j 下一步可能之變動方向。

在本例中，隨時有新的客戶加入與離開。當加入新的客戶時，可選擇性質相似之公司複製其對所有環境因素之關係與所有環境因素對其之影響的所有資訊為其初值。離開的客戶只要將其從本模式中移除而不會影響整個系統。

4 實驗步驟與結果

本例短天期債券型基金之客戶約為 3 千人。這些客戶於

本例樣本區間內投資最大金額之分佈圖如 Figure 3。本例客戶之選取以客戶最大投資金額在 1 千萬以上之客戶，共 1,116 人。本例每組資料選取若以日為準則個別客戶之變動大互相之關係動盪，以月為準其相互之間的關係較穩定。選取時間由 1996 年 11 月至 1999 年 5 月，以月平均餘額為學習輸入資料。1999 年 6 月 12 日為預測日期。

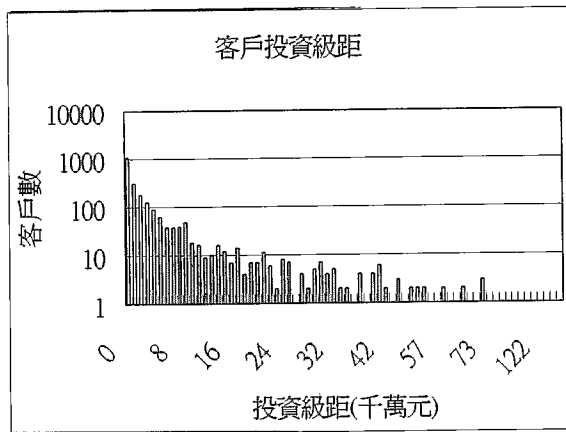


Figure 3. 投資最大金額之分佈圖

環境因素方面以基金表現、總體經濟環境及企業經營這三大實質面因素影響選取策略。基金表現主要選擇基金排名、總體債券型管理資產規模等。總體經濟環境方面主要選擇總體景氣指標、貨幣供給額、股價指數等因素。企業經營方面主要以客戶之流動資產為主。但由於客戶群很多不是公開公司，因此大多以不明環境因素代替。於本例之學習過程約重複 200 次，誤差值縮小到 8(單一客戶平均誤差值約 0.008) 左右。收斂狀況如 Figure 4 所示。

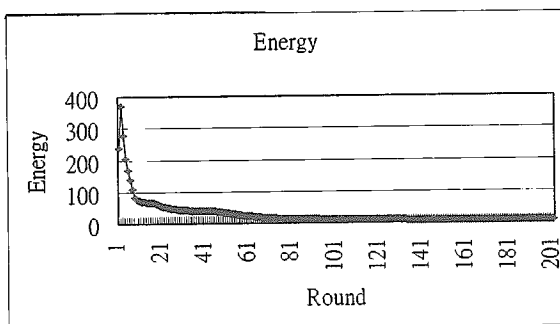


Figure 4. 學習收斂狀況

輸出結果之差異約在 23(單一客戶平均誤差值約 0.023) 左右。

5 結論

本文提出之因素—表現之模式架構，對現實環境推論模式之建立有很大之幫助。當互相之關係非常明確時，可依此建立推論模式。當互相之關係不明確或部份不明確時，亦可經由學習調整建立推論模式。本模式對個體的新加入或移除也非常方便，這對現實環境的應用有很大的幫助。

於本例中可知，本模式之可行性頗佳。對於本例中客戶的動向複雜，客戶的管理著實不容易。本模式能夠將客戶未來意願明白排列，對業務的推展幫助不小。於預測時可以兩方面著手。其一為當某些客戶變動時可了解其他客戶之動向。其二可調整環境因素，了解外在環境變化時，客戶之表現如何。此種預測方式於平時由客戶之異動來了解客戶動向，於年度計劃時又可以對未來環境因素的評估而調整公司預算與組織。

參考文獻

- [1] B. Kosko, "Fuzzy systems as universal approximators," in Proc. IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems, San Diego, pp. 1153-1162, Mar.1992.
- [2] Detlef Nauck. "Fuzzy neuro systems: An overview.," Fuzzy Systems in Computer Science, Artificial Intelligence, pp 91--107. Vieweg, Wiesbaden, 1994.
- [3] Detlef Nauck. "A fuzzy perceptron as a generic model for neuro--fuzzy approaches.," Fuzzy--Systeme, Munich, October 1994.
- [4] Detlef Nauck, and Rudolf Kruse, "A neural fuzzy controller learning by fuzzy error propagation.," Puerto Vallarta, Mexico, NAFIPS, 1992.
- [5] Detlef Nauck, Frank Klawonn, and Rudolf Kruse, "Combining Neural Networks and Fuzzy Controllers.," FLAI, 1993.
- [6] Detlef Nauck, "Neuro-Fuzzy Systems: Review and Prospects," pp. 1044-1053, EUFIT, Sep. 8-11, 1997.
- [7] K. Funahashi, "On the approximate realization of continuous mappings by neural networks.," Neural Networks, vol.2, pp.183, 1989.
- [8] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White, "Multilayer feedforward networks are universal approximators.," Neural Networks, vol.2,

pp.359-366,1989.

- [9] Klawonn, and Detlef Nauck, "Neuro-Fuzz Classification Initialized by Fuzzy Clustering.," EUFIT 1996.
- [10] M.S. Chen, J. Han, and P.S. Yu, "Data Mining: An Overview from a Database Perspective," IEEE Trans. Knowledge and Data Eng., pp.866-883, Vol. 8 ,NO.6, December 1996.
- [11] Ralf Östermark, "A fuzzy neural network algorithm for multigroup classification," Fuzzy Sets And Systems , pp. 113-122 , 1999.
- [12] Xiaogang Ruan, "A dynamic neuro -fuzzy system Configuration, stability, and fuzzy operational function," Fuzzy Sets And Systems, pp. 315-321 ,1999.
- [13] Y. Hayashi, J. Buckley, and E. Czogala, "Fuzzy neural network with fuzzy signals and weights," Int.J.Intell.Syst., vol.8, pp.527-537, 1993.
- [14] Zadeh, Lotfi, "Fuzzy Sets," Information and Control pp.338-353, 1965.
- [15] Zadeh, Lotfi, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems," IEEE Trans. on Sys., Man and Cyb. 3, 1973.