



逢甲大學學生報告 *ePaper*

報告題目：

台灣鮮乳月產量之分析

Analysis of the Taiwan fresh milk monthly production

作者：陳宜莉、徐若芳、劉彥淳、吳憶瀅、郭根連

系級：統計學系三乙

學號：D9723914、 D9723961、 D9952518、D9725092、D9659685

開課老師：陳婉淑 教授

課程名稱：統計預測方法

開課系所：統計學系

開課學年： 九十九 學年度 第 二 學期

中文摘要

台灣乳業在一九八〇年後由早期的副業日漸茁壯，更能轉型為中小企業；我們有興趣對此產業的動向及展望深入分析，以每年各個月鮮乳產量為分析資料，透過統計預測以及相關方法，回顧台灣乳業近三年來成功發展的歷史。本報告使用時間序列迴歸法、分解法、指數平滑法、ARIMA 四種方法估計配適模型，並保留最後 12 筆資料來做樣本外預測，接著再利用 MSE、MAE、MPE、MAPE 四個準則來判斷以上四種方法何者較佳，並選出最佳模型；分析工具以 SAS 統計軟體的預測分析功能為主。研究的最後發現依據預測準則，此資料最適合以指數平滑法-Winters 加法模式，本預測結果能提供台灣乳業的經濟策略參考，並提升競爭力。

關鍵字： ARIMA、分解法、指數平滑法、生產量、樣本外預測

Abstract

Taiwan dairy industry started in 1980. We are interested in this industry and would like to model monthly milk productions and to forecast it. We consider monthly of fresh milk production from January 1999 to December 2009. We reserve the last 12 observations for out-of-sample forecasts. We employ four kinds of statistical methods/models for forecasting, which included the time series regression, exponential smoothing, decomposition method, and the ARIMA model. We use MSE, MAE, MPE, and MAPE four criteria to evaluate the above-mentioned four methods to choose the best model. We employ SAS statistical package to analyze data set. The results show that exponential smoothing method – Winters additive model is the best model based on out-of-sample forecast.

Keyword : ARIMA; Decomposition Method; Exponential Smoothing; production ; out-of-sample forecast.

目 錄

第一章 緒論

1-1 緒論.....	5
-------------	---

第二章 研究目的及方法

2-1 研究流程.....	6
---------------	---

2-2 資料分析方法.....	7
-----------------	---

2-3 時間序列迴歸法.....	12
------------------	----

2-4 分解法.....	14
--------------	----

2-5 指數平滑法.....	18
----------------	----

2-6 ARIMA	20
-----------------	----

2-7 最佳模型.....	23
---------------	----

第三章 結論

結論與建議.....	24
------------	----

參考文獻.....	25
-----------	----

圖 表 目 錄

➤ 圖 2-1-1.....	6
➤ 圖 2-1-2.....	7
➤ 圖 2-3-1.....	12
➤ 圖 2-3-2.....	14
➤ 圖 2-4-1.....	15
➤ 圖 2-4-2.....	15
➤ 圖 2-4-3.....	16
➤ 圖 2-4-4.....	16
➤ 圖 2-4-5.....	17
➤ 圖 2-5-1.....	18
➤ 圖 2-5-2.....	19
➤ 圖 2-5-3.....	19
➤ 圖 2-6-1.....	20
➤ 圖 2-6-2.....	21
➤ 圖 2-6-3.....	21
➤ 圖 2-6-4.....	22
➤ 圖 2-6-5.....	23
➤ 表 2-7-1.....	23

第一章 緒論

台灣早期農業多以米麥等糧食作物為主，直到 1957 年農復會開始推廣酪農業，台灣乳業才開始嶄露頭角；一直到了 1980 年左右，農家平均飼養乳牛數量逐漸到達更大規模，再至近代，乳業隨著科技進步以及媒體、國民教育等等途徑，成為現代人不可或缺的營養來源，使台灣鮮乳產量在這幾十年來的步進中卓越成長。

台灣近代乳業的成長多可歸功農委會的大力推廣，引領酪農們將原本單純的畜養工作晉升為龐大規模的中小企業。隨著生物科技以及食品技術發展，乳製品可以不再只是「成品」，比如牛奶肥皂、鮮奶吐司等等製品的研發，鮮乳也能成為可加工性的原料。

隨著台灣氣候的影響，台灣鮮乳產量及銷售也受季候性的衝擊：

1. 台灣屬亞熱帶高溫多雨氣候，理論上不適合乳牛生長，故每到夏季乳產量都較少。
2. 由於夏季產量低，在冬季必須面對產品過剩以及廉價出售的壓力。

記得年前曾爆發過乳產不足的危機，由於以上兩點造成鮮乳生產量在夏季時少，尤其擁有廣大平原的南台灣是全台乳產重鎮，其每年夏季均溫都超過中北部地區，所以在農業技術上農委會研發出「乳牛體內胚生產技術」，利用冬季母牛易懷孕，取出胚胎冷凍，夏天在移植至代理孕母，繁衍後代以及鮮乳的生產量。如此的技術在國外已有近百年的實驗歷史，但台灣直到 1980 年代才首次成功運用生物技術改良母牛並增加夏季乳產量。

綜合以上敘述，我們希望在本土產業的發展以及動向的分析中，經過統計預測方法預測其未來產量，並試了解影響台灣乳產量的因素是否與氣候過熱有相當影響。因此也透過加入台灣月均溫作分析並比對結果，了解台灣乳業的未來動向。

原始資料來自 AREMOS 台灣國內統計資料系統之「台灣地區工業生產統計資料庫 (IND.bnk)」，來源：經濟部統計處，資料名稱為「生產量—鮮乳 (公噸)／Production-Fresh Milk(metric tons)，Q0850010 M」，資料頻率為月份 (M, monthly)，範圍起自 1999 年一月份至 2010 年十二月份，並保留最後 12 筆資料 (2010 年一月份至 2010 年十二月份) 做預測。計量單位為公噸，共計 144 筆有效資料。氣象資料取自中央氣象局南部氣象站之各地月均溫資料，再自行試算平均得其全台灣月均溫。

第二章 研究目的及方法

2-1 研究流程



圖 2-1-1 研究流程圖

本報告的研究流程如圖 2-1-1 首先我們先找尋合適的資料，決定我們的議題，台灣鮮乳月產量之分析，接下來再來對原始資料作分析。一開始先判斷原始資料其平均數和變異數是否平穩，以及是否有趨勢。接著我們依序使用時間序列回歸法、分解法、指數平滑法及 ARIMA 配適模型，並對 2010 年的鮮乳產量做預測。最後將保留的十二筆真實值與預測值用 MSE、MAD、MPE 及 MAPE 四個準則來做評估，並選出最佳的配適模型。

資料初探

圖 2-1-2 為牛奶生產量原始時間序列圖，座標 X 軸為月份，從 1999 年 1 月

開始至 2009 年 12 月，座標 Y 軸為牛奶生產量，以公噸為單位。

從圖 2-1-1 原始序列圖可以看出售量有明顯季節性；但是序列圖是沒有趨勢的，進一步發現可得知，夏季產量高於冬季鮮乳產量，且呈現季節變化。

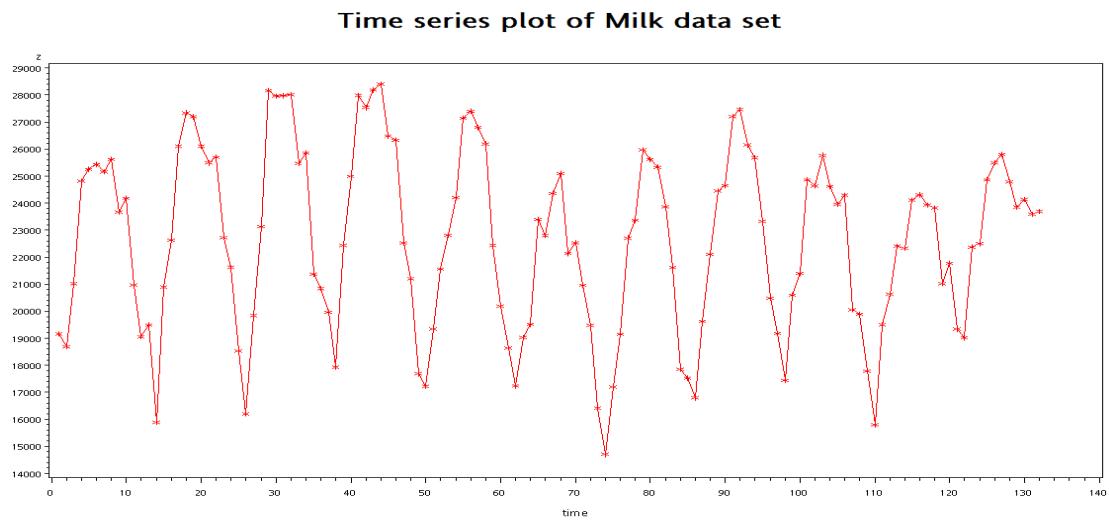


圖 2-1-2

2-2 資料分析方法

1. 簡介時間序列迴歸法 (Time Series Regression)

時間序列是一組用時間排序的隨機變數 幾乎所有領域都用的到時間序列如：國內生產毛額(GDP) 消費者價格指數(CPI) 匯率 利率 等等時間序列的資料往往不能以迴歸分析的方法來建立模型加以分析，因為迴歸分析主要是因果模型。而時間序列中的殘差與各觀測值間通常具有相關，這種序列相關性已經違背了各觀測值為獨立的必要假設。因此，時間序列迴歸分析是依照變數本身過去的資料所存在的變異型態來建立模型。時間序列迴歸法是將時間序列以趨勢(Trend； TR_t)、季節(Season； SN_t)及殘差(ε_t)來表示。

$$\text{時間序列模型} : y_t = TR_t + SN_t + \varepsilon_t$$

模型配適好之後我們利用下列兩種檢定檢查此模型有無違反誤差項之假設

$$\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

所有使用到的檢定詳細敘述如下：

Durbin-Watson(DW)檢定：

主要用以檢定迴歸分析中的殘差是否存在自我相關，在一個合適的模中，我們假設殘差彼此無相關，表示一個合適的模型中，殘差彼此的相關性為零。

檢定規則：

當 $\text{Pr} < \text{DW}$ 的值小於顯著水準 $\alpha = 0.05$ 時，表示顯著 → 存在正自我相關。

當 $\text{Pr} > \text{DW}$ 的值小於顯著水準 $\alpha = 0.05$ 時，表示顯著 → 存在負自我相關。

2. 簡介分解法(Decomposition Method)

分解法可分為加法模型與乘法模型，

加法模型：

$$y_t = TR_t + SN_t + CL_t + IR_t$$

乘法模型：

$$y_t = TR_t \times SN_t \times CL_t \times IR_t$$

y_t ：觀察值

TR_t ：趨勢因子

SN_t ：季節因子

CL_t ：循環因子

IR_t ：不規則因子

當變異數為常數時通常使用加法模型，當變異數不平穩時，通常使用乘法模型，由之前的原始序列圖2-1-2 可知序列的變異數並沒有逐漸增大的傾向，所以我們決定使用分解法的加法模式作估計。(已使用交易日調整無影響，所以採用原本模式。)

模型配適好之後我們利用下列兩種檢定檢查此模型有無違反誤差項之假設

$$\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

所有使用到的檢定詳細敘述如下：

Durbin-Watson(DW)檢定：

檢定規則：

當 $\text{Pr} < \text{DW}$ 的值小於顯著水準 $\alpha = 0.05$ 時，表示顯著 → 存在正自我相關。

當 $Pr>DW$ 的值小於顯著水準 $\alpha=0.05$ 時，表示顯著→存在負自我相關。

3. 簡介指數平滑法 (Exponential Smoothing) :

假設時間序列的態勢具有穩定性或規則性，所以時間序列可以被合理的順勢推延。而指數平滑法將全期平均和移動平均的優點保留，不捨棄過去的數據，但是給予逐漸減弱的影響程度，即隨著數據資料的遠離，賦予逐漸收斂為零的權術。

指數平滑法是生產預測中常用的一種方法。當我們的資料呈現季節性且變異數平穩時，我們使用Winters Method-Additive做配適；若有季節性但變異數不平衡時，我們則使用Winters Method-Multiplicative。而資料若是沒有呈現季節性，但有上升的趨勢且趨勢有減緩的現象時，我們使用Damped Trend 做配適。

以下為所介紹之三種模型：

Winters Method-Additive模型：

$$\begin{aligned} L_t &= \alpha(Y_t - S_{t-s}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1} \\ S_t &= \delta(Y_t - L_{t-1}) + (1-\delta)S_{t-s} \\ F_{t+m} &= (L_t + b_m) S_{t-s+m} \end{aligned}$$

Winters Method-Multiplicative 模型：

$$\begin{aligned} L_t &= \alpha(Y_t/S_{t-s}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \\ b_t &= \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1} \\ S_t &= \delta(Y_t/L_{t-1}) + (1-\delta)S_{t-s} \\ F_{t+m} &= (L_t + b_m) S_{t-s+m} \end{aligned}$$

Damped Trend Exponential Smoothing的模型為：

$$\begin{aligned} L_t &= \alpha Y_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + \phi b_{t-1}) \\ b_t &= \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1-\gamma)\phi b_{t-1} \end{aligned}$$

由之前的原始序列圖 2-1-2 可知序列的變異數並沒有逐漸增大的傾向，所以我們決定使用指數平滑法的 Winters Method-Additive 做配適。

4. 簡介 ARIMA 模型分析法

ARIMA 模型全稱為自回歸移動平均模型(Autoregressive Integrated Moving Average Model,簡記 ARIMA)，又稱為 **box-jenkins 模型**。其中 **ARIMA (p, d, q)** 稱為差分自回歸移動平均模型，AR 是自回歸，p 為自回歸項；MA 為移動平均，q 為移動平均項數，d 為時間序列成為平穩時所做的差分次數。在做 ARIMA 模型分析法時，我們可分為四個步驟：(1)辨識模型：利用資料找出可適用的 ARIMA 模型；(2)估計：將資料放入模型中找出模型中的參數；(3)診斷分析：用不同的診斷分析法去了解模型是否對於研究資料為合適的，以獲得最終模型；(4)預測：當找出最終模型後，即可用於找出研究資料的時間序列預測值。

ARIMA 模型建模的基本條件是要求待預測的數列滿足平穩的條件，即個體值要圍繞序列均值上下波動，不能有明顯的上升或下降趨勢，如果出現上升或下降趨勢，需要對原始序列進行差分平穩化處理。

所有使用到的檢定詳細敘述如下：

接下來我們對模型做白噪音檢定以及單根檢定來判斷模型是否合適
白噪音檢定：

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{white noise} \\ H_1: \text{no white noise} \end{array} \right.$$

決策規則：

P-value 大於 0.05，則不拒絕 H_0 ，符合白噪音，表模型配適合適。

P-value 小於 0.05，則拒絕 H_0 ，不符合白噪音，表模型配適不合適。

單根檢定：

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{unit roots (non-stationary)} \\ H_1: \text{no unit roots (stationary)} \end{array} \right.$$

決策規則：

P-value 大於 0.05，則不拒絕 H_0 ，表示 unit roots(時間序列不平穩)，模型

配適不合適。

P-value小於0.05，則拒絕 H_0 ，表示no unit roots (時間序列平穩)，模型配適合適。

5. 介紹所有使用到的預測評估準則

模型預測是否準確，也就是預測精確度，需要靠指標來做衡量，我們選擇使用均方誤差(Mean Square Error，MSE)、平均誤差百分比(Mean Percentage Error, MPE)、平均絕對誤差百分比 (Mean Absolute Percentage Error, MAPE) 、平均絕對誤差 (Mean Absolute Deviation, MAD) 作為模式精準判斷的依據，選出最佳的模型。當MAPE、 MPE、 MSE 、MAD這四種評估指標的值越接近0或越小，表示預測值和實際值的總誤差越小，由以得知預測方法越適當。其中：

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{n}}$$

$$MAD = \frac{\sum |y_t - \hat{y}_t|}{n}$$

$$PE_t = \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \times 100 \rightarrow MPE = \frac{\sum PE_t}{n}$$

$$APE = \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} \times 100 \rightarrow MAPE = \frac{\sum APE_t}{n}$$

y_t = 實際值

\hat{y}_t = 預測值

其中我們進行樣本外預測我們將總數144筆的月資料分為兩部分，第一部分為前132筆資料，即樣本內資料，主要用來分析與預測未來的走勢。第二部分為最後的12筆資料，即樣本外資料，主要用以與所預測出的結果做對照以了解模型的預測程度是否在一定的水準上。而樣本外的十二筆資料，即從西元2010年1月到2010年12月。

§ 資料分析

2-3 時間序列迴歸法 (Time Series Regression)

在第一節的資料初探中，我們發現原始序列圖可以看出產量有明顯季節性；但是序列圖是沒有趨勢的，於是我們找了全台月均溫當解釋變數放入模型內，藉以改善我們的模型。

Time plot of monthly Temperature data set

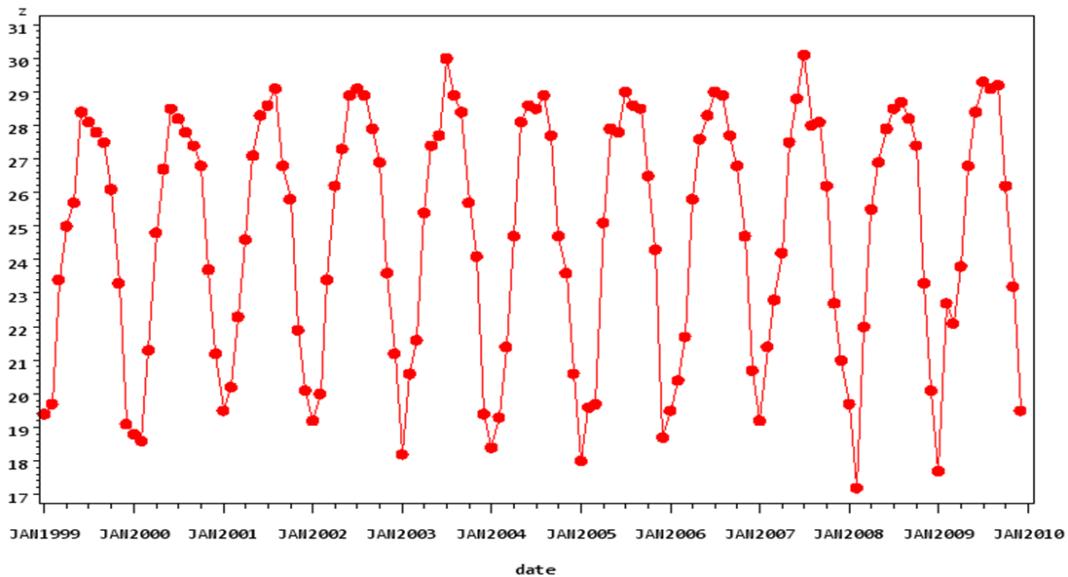


圖 2-3-1 每月平均溫度時間序列圖

由圖 2-3-1 可得知時間序列有明顯季節性且和鮮乳產量一樣是沒有趨勢的。我們進一步由參數估計表發現，由於溫度的 p-value 顯著，由此可知溫度和鮮乳產量是有關聯的，我們須將溫度放置模型內。

然後我們討論此模型的誤差項是否有違反假設。當殘差不存在自我相關性時，才是一個好的配適模型。因此我們對殘差做 DW 檢定：

配適完模型後 DW 值為 0.5037，屬於正自我相關，而且我們發現 $Pr < DW$ 的值小於顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，所以得知此模型存在正自我相關。

因為模型存在自我相關性時不是一個好的模型配適，因此我們加入一階自我相關項，消除自我相關性讓模型配適是否更合適。

我們加入加入一階自我相關項得知 $Pr < DW$ 的值及 $Pr > DW$ 的值皆大於顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，表示殘差不具有自我相關性，所以用此模型配適很好。

接下來把配適殘差一階自我相關的係數，再將他帶入預測方程式得到完整的預測方程式：

$$\hat{\phi}_1 = 0.706943 \quad \hat{\sigma} = 911.59379$$

$$yt^* = 12503 - 7.8657t + 624.3439X_t - 1306M_1 - 3367M_2 - 1094M_3 - 547.5749M_4 + 1284M_5 + 1036M_6 + 1957M_7 + 1967M_8 + 960.569M_9 + 1608M_{10} - 105.9345M_{11} + \varepsilon_t$$

Where $\varepsilon_t = 0.706943\varepsilon_{t-1} + a_t$

M_t 為季節虛擬解釋變數：

$$M_1 \begin{cases} 1 & \text{when Jan.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_2 \begin{cases} 1 & \text{when Feb.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_3 \begin{cases} 1 & \text{when Mar.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_4 \begin{cases} 1 & \text{when Apr.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_5 \begin{cases} 1 & \text{when May.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_6 \begin{cases} 1 & \text{when Jun.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_7 \begin{cases} 1 & \text{when Jul.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_8 \begin{cases} 1 & \text{when Aug.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_9 \begin{cases} 1 & \text{when Sep.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_{10} \begin{cases} 1 & \text{when Oct.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$M_{11} \begin{cases} 1 & \text{when Nov.} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

接著我們將保留的 12 筆真實值帶入我們最後預測的估計式，算出 12 筆的預測值，我們將真實值與預測值以及估計出的 95% 信賴水準的上下界線，整理成表繪製成圖（圖 2-3-2）。

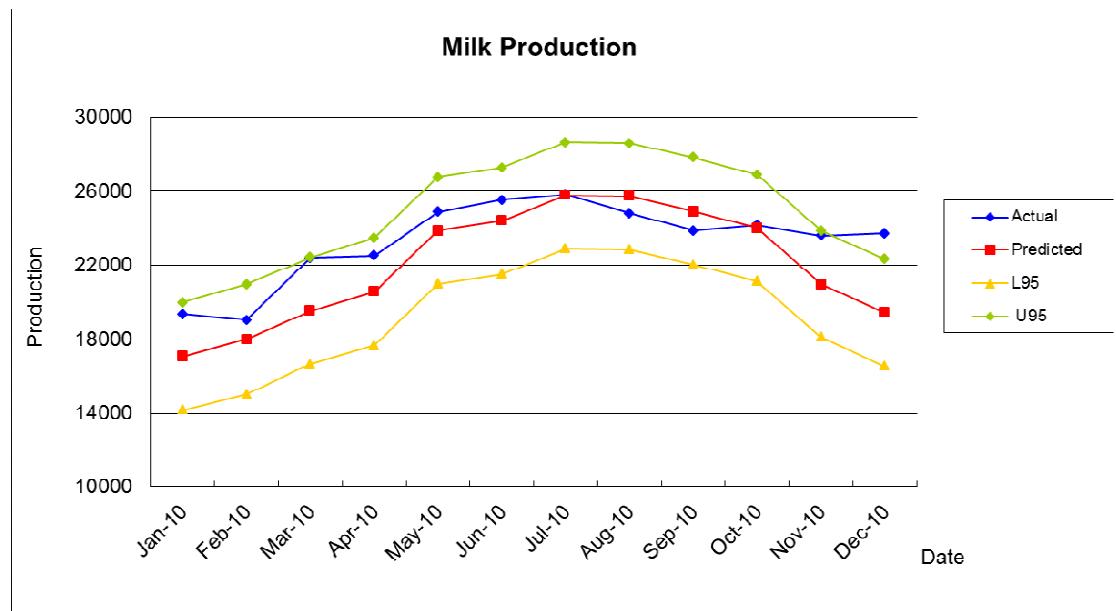


圖 2-3-2

由圖 2-3-2 我們可以發現，預測值大多都落在預測區間裡面，除了 12 月超出預測區間。

2-4 分解法 (Decomposition Method)

在第二節中我們以皆介紹過了，所以我們決定使用分解法的加法模式作估計。

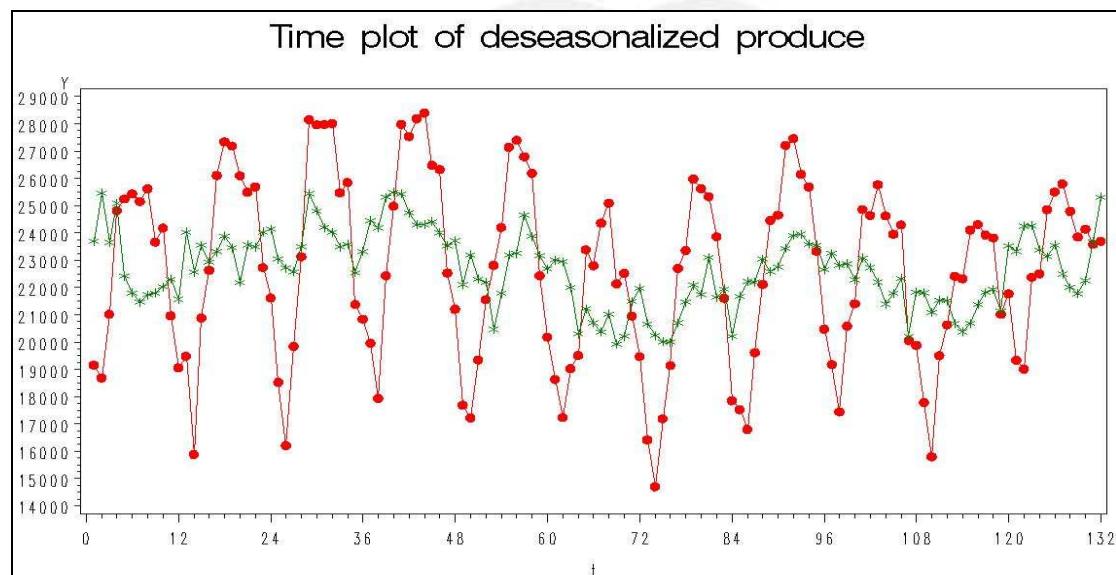


圖 2-4-1 去季節因子時間序列圖

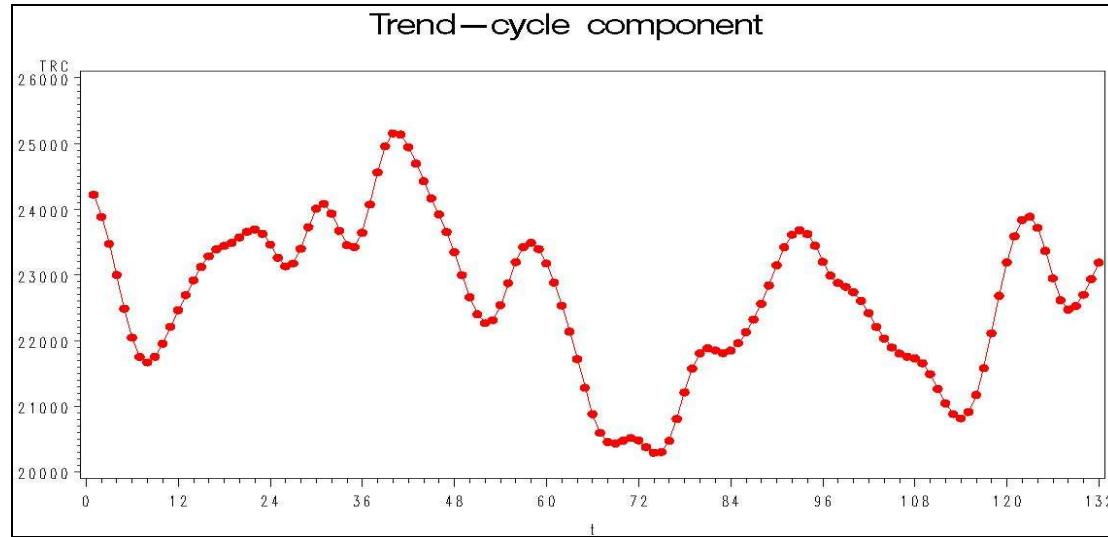


圖2-4-2 趨勢循環時間序列圖

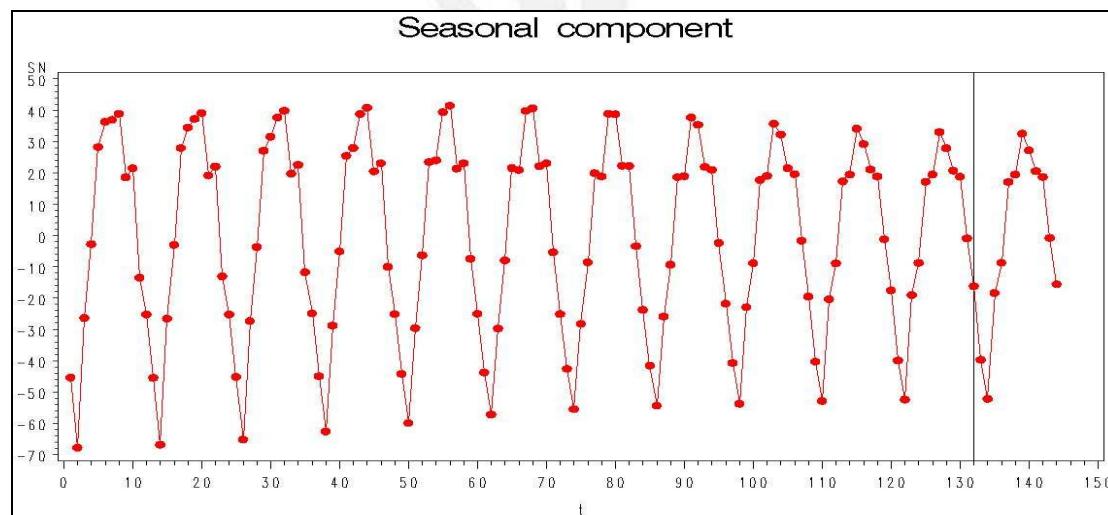


圖2-4-3 季節因子時間序列圖

由圖2-4-3 可看出鮮乳產量有明顯的季節變化。

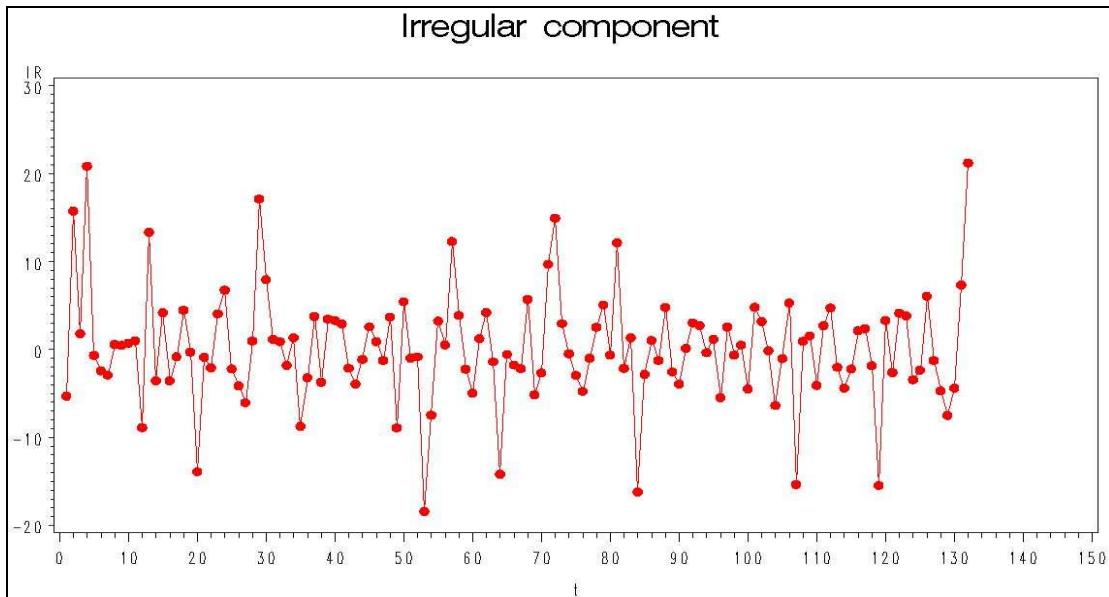


圖2-4-4 不規則因子時間序列圖

然後我們討論此模型的誤差項是否有違反假設。當殘差不存在自我相關性時，才是一個好的配適模型。因此我們對殘差做DW檢定：

配適完模型後DW值為0.4975，屬於正自我相關，而且我們發現 $Pr < DW$ 的值小於顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，所以得知此模型存在正自我相關。

因為模型存在自我相關性時不是一個好的模型配適，因此我們加入一階自我相關項，消除自我相關性讓模型配適是否更合適。

我們加入加入一階字我相關項得知 $Pr < DW$ 的值及 $Pr > DW$ 的值皆大於顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，表示殘差不具有自我相關性，所以用此模型配適很好。

接下來把配適殘差一階自我相關的係數，再將他帶入預測方程式得到完整的預測方程式：

$$dy_t = 23281 - 8.0687_t + \varepsilon_t$$

$$\hat{y}_t = dy_t \times SN_t$$

$$\varepsilon_t = 0.7625682\varepsilon_{t-1} + a_t$$

為了瞭解我們所做的模型之估計是否適當，我們保留了最後的12筆真實數

據，做為和未來一年預測的比較用。我們將這12筆數據的實際值、估計值和95%的上、下界預測區間這四種值畫成預測曲線圖。

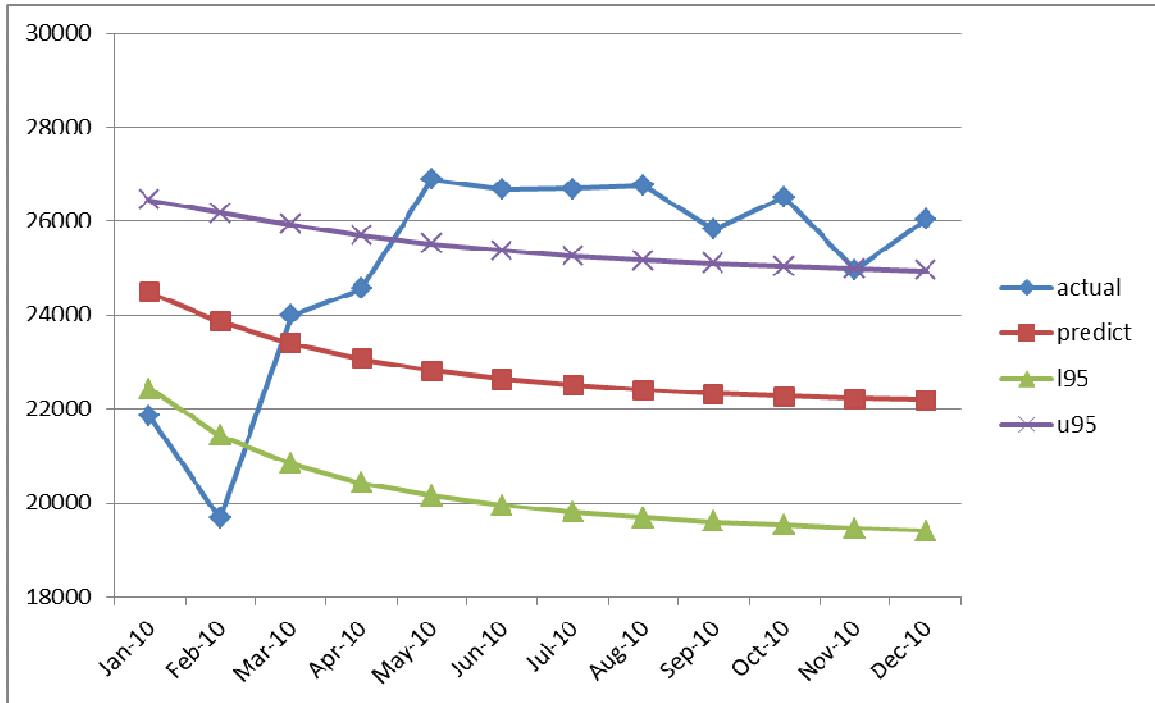


圖 2-4-5

由圖 2-4-5，看出有 10 筆的真實值都超出預測區間之外，若從整體看來，2010 年 3 月以後實際值皆較預測值為偏高，可見分解法在預測能力上，仍有不足的地方。

2-5 指數平滑法 (Exponential Smoothing)

因為我們的資料有季節變化但變異數沒有越來越大的趨勢，所以我們使用指數平滑法為 Winters model-Additive。

我們配適 Winters Method- Additive 模型得到各個參數的估計值，又得知 TREND 的估計值極小，也驗證我們的模型是沒有趨勢的，將各個參數估計值帶入，得到我們的指數平滑法預測方程式：

$$L_t = 0.79161(Y_t - S_{t-s}) + (1-0.79161)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = 0.001(L_t - L_{t-1}) + (1-0.001)b_{t-1}$$

$$S_t = 0.001(Y_t - L_t) + (1-0.001)S_{t-s}$$

$$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m}$$

L_t : the level b_t : the growth rate
s_t : the seasonal factor of time series

診斷配適模型後之 ACF 圖及 PACF 圖

由圖 2-5-1 可以看出，只有 AR(8) 的 Lag 稍微超過兩倍標準差 ，其餘的每一根 Lag 都在兩倍標準差以內所以此模式是合適的。

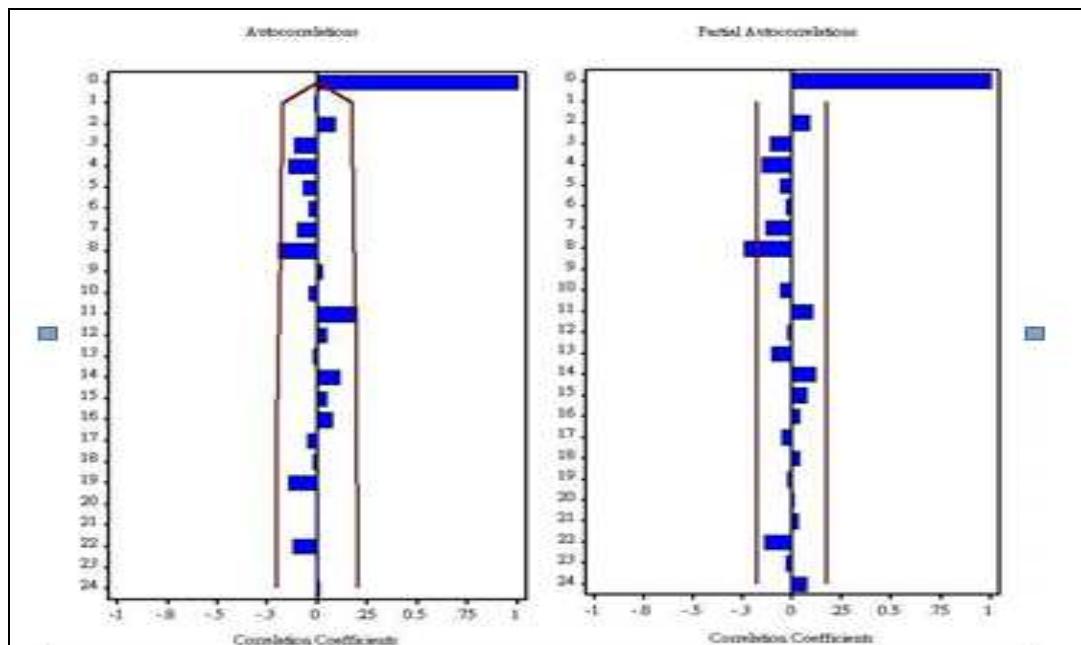


圖 2-5-1 指數平滑法配適後之 ACF 圖及 PACF 圖

由上述所提到的白噪音和單根檢定：

由圖2-5-2 的White Noise Test 知，所有的lag都大於顯著水準 $\alpha=0.05$ ，不拒絕H₀，表示殘差項具有White Noise 現象。

由圖 2-5-2的Unit Root Test 得知，所有的lag 皆小於顯著水準 $\alpha=0.05$ ，拒絕H₀，表示時間序列已為平穩狀態。由上之檢定得知，我們所配適的模型 Method- Additive是合適的。

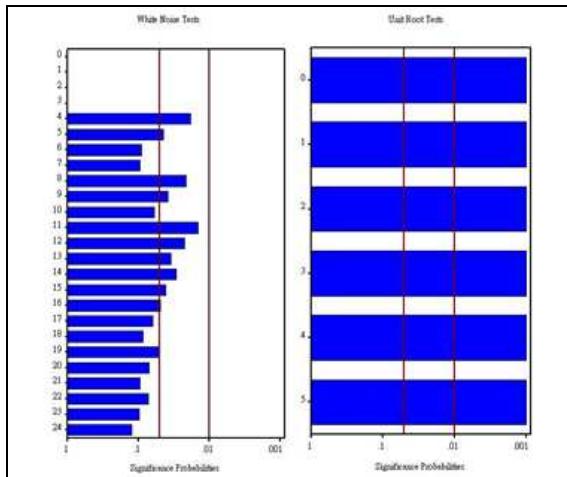


圖 2-5-2 White Noise 和單根檢定

為了瞭解我們所做的模型之估計是否適當，我們保留了最後的 12 筆真實數據，做為和未來一年預測的比較用。我們將這 12 筆數據的實際值、估計值和 95% 的上、下界預測區間，這四種值畫成預測曲線圖。

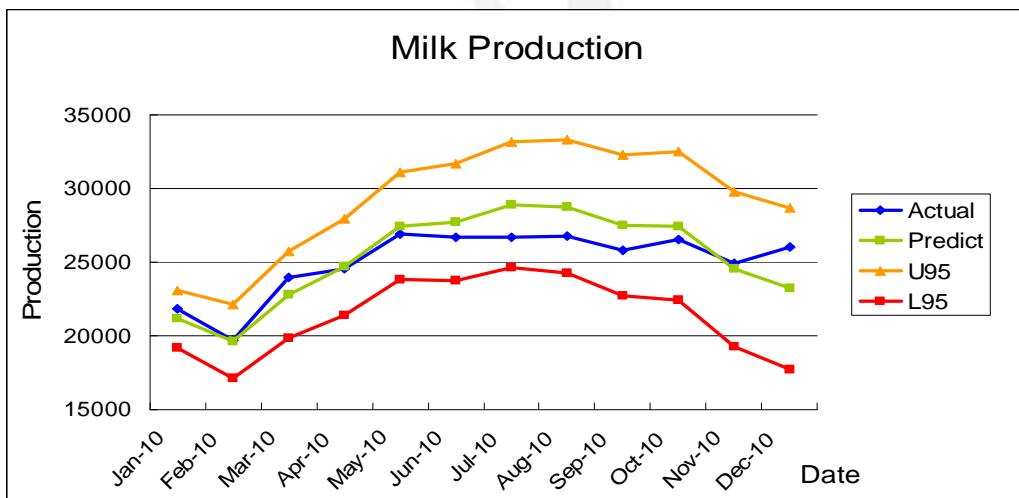


圖 2-5-3 指數平滑法的未來一年預測圖

圖 2-5-3 可看出實際值與預測值皆在 95% 上下區間內綜合以上結果，我們認為此預測的能力不錯，適合拿來分析此筆資料。

2-6 ARIMA

因為我們原先配適模型後預測值的 MAE, MAPE 的值還是不理想，所以我們將溫度放入模型中，也就是把溫度當作解釋變數，藉以改善我們的模型。

圖 2-6-1 我們可以由序列的 ACF 圖和 PACF 圖，因為有季節性，所以我們對它做季節差分。

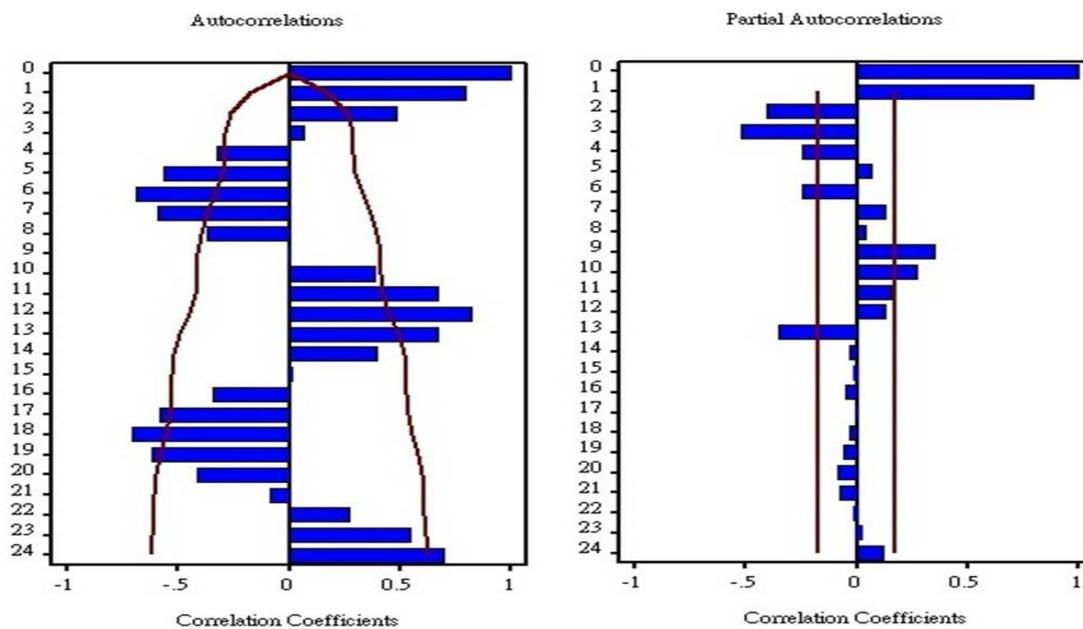


圖 2-6-1

由圖 2-6-1 看到 ACF 可以發現資料有季節波動，需作一次季節差分。

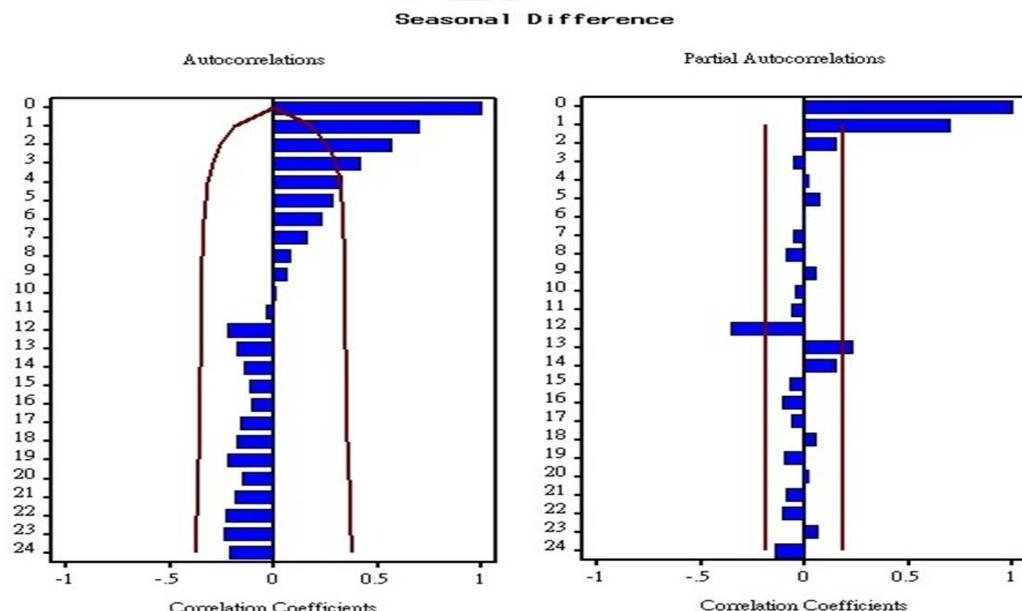


圖 2-6-2

上圖是季節差分後的 ACF 圖和 PACF 圖，所以對它配適模型

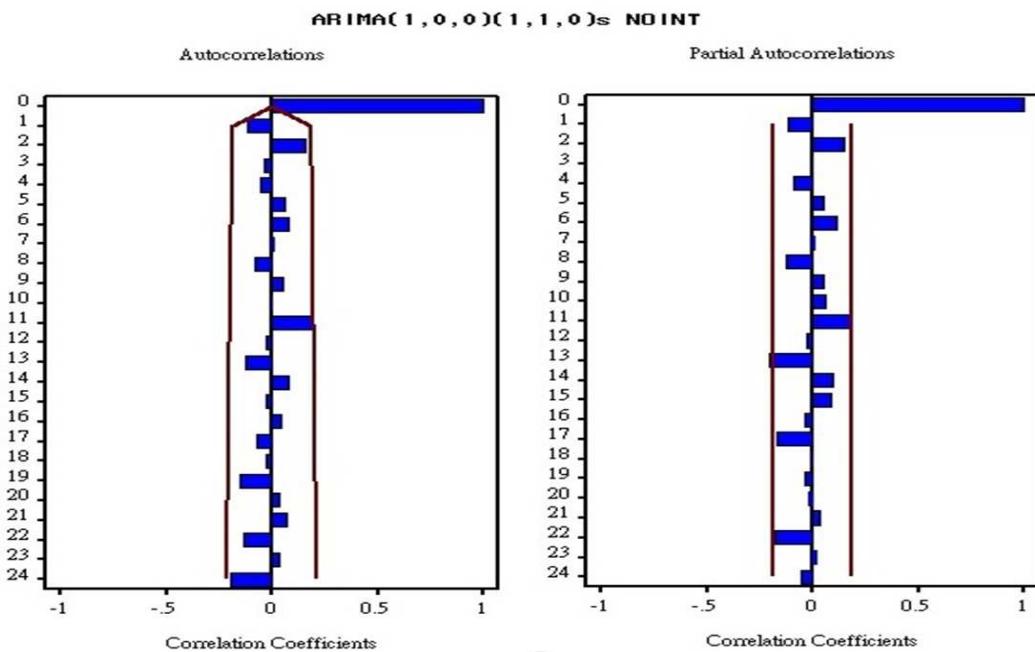


圖 2-6-3

我們配適的模型為 $\text{ARIMA}(1,0,0)(1,1,0)_{12}$ ，由圖可看出，資料呈現 cut off 的現象，殘差幾乎都在兩倍的標準差之內，表示此模型的配適是合適的。

我們做 white noise 檢定、Unit root 單根檢定，用以判斷殘差項是否有自我相關，並且確定所配適的模式是否恰當。

由圖 2-6-4（左）可以看出，所有的 Lag 皆大於 0.01，表示符合 white noise，所以 $\text{ARIMA}(1,1,0)(1,1,0)_{12}$ 模型是合適的。

我們接下來做 Unit root 單根檢定，

由圖 2-6-4（右）可以看出，所有的 Lag 皆小於顯著水準 0.05，拒絕 H_0 ，表示此序列無單根，序列已經達平穩的狀態，所以 $\text{ARIMA}(1,1,0)(1,1,0)_{12}$ 模型是合適的。

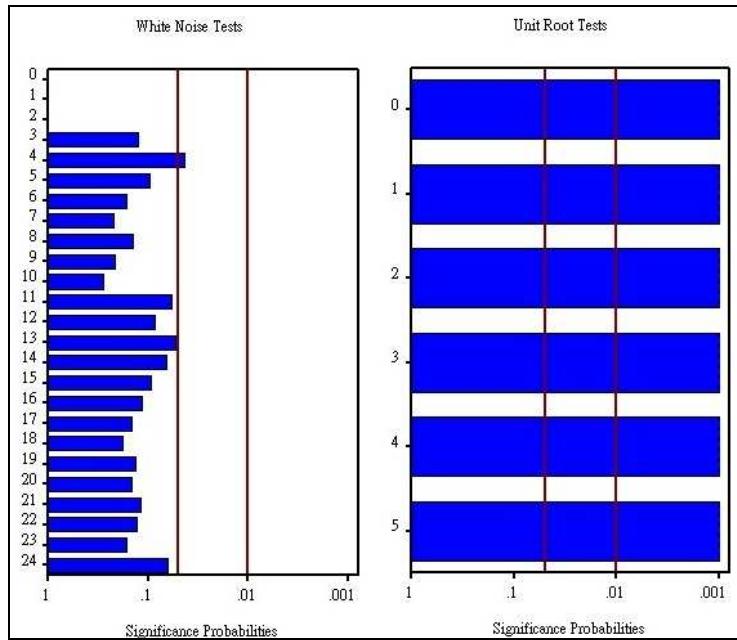


圖 2-6-4 white noise 檢定（左）、Unit root 單根檢定（右）

經過以上的 white noise 檢定和 Unit root 單根檢定，我們可以得知 ARIMA(1,1,0)(1,1,0)₁₂ 為一個合適的模型。

我們可知參數估計值的 P-value 皆小於顯著水準，表示參數顯著，都應被留在模型中。所以可得知，我們所配適的模型是合適的。

我們的預測方程式為：

$$Z_t = (1 - B^{12})y_t$$

$$(1 - 0.78189B)(1 + 0.47174^{12})Z_t = 430.20366X_t + a_t$$

$$\hat{\sigma}^2 = 1072764$$

我們保留了 12 筆的真實值，並且以我們的預測估計式，計算出 12 筆資料的預測值。我們將 12 筆的實際值和預測值及估計出 95%上下界的信賴區間，繪製成圖（圖 2-6-5）。

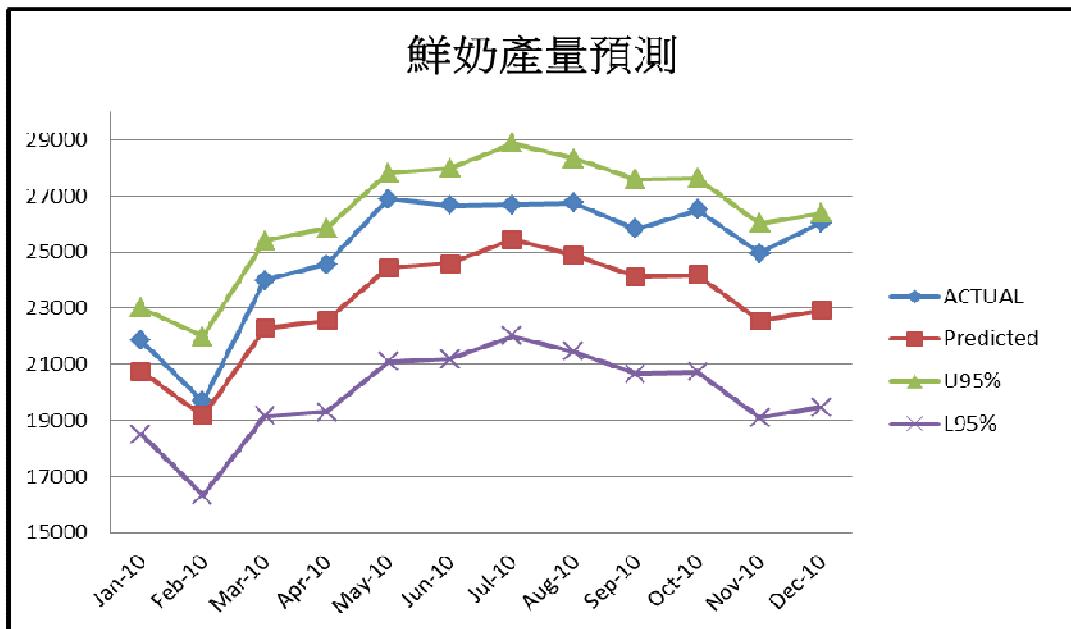


圖 2-6-5 ARIMA 未來一年的預測圖

由圖 2-6-5 可以看出，真實值和預測值大致上都很接近，而且都落在 95% 的上下區間內，所以我們認為這一個模型的預測能力是不錯的。

2-7 最佳模型

利用在第二節中介紹得評估準則經由計算可得知以下數據

分析方法	MAD	RMSE	MPE	MAPE
時間序列迴歸法	1610.9166	1994.357	5.767	7.106
分解法	3320.203	3519.9986	7.724	13.2715
指數平滑法	1148.666	1419.4086	- 0.952	4.4529
ARIMA	1698.341	1897.0683	6.473	6.601

表2-7-1 分析結果

由表2-7-1可以得知，不論是以何種評估準則來討論，皆是以指數平滑法的預測

狀況最佳，再由四種分析方法的95%信賴水準估計來看，亦為指數平滑法的預測表現最良好。由於此份資料最適合以指數平滑法來分析，所以我們決定以指數平滑法模式來預測未來的牛奶生產量。

第三章 結論與建議

在本次報告中，共使用了時間序列迴歸法、分解法、指數平滑法與 ARIMA 四種方法來分析台灣的鮮乳產量，並將實際值與以上四種方法的預測值做比較，結果發現在指數平滑法之預測值與實際值較接近，且在 MSE、MAE、MPE、MAPE 四個評估準則中為顯示，預測能力最佳。所以我們判定指數平滑法模型為最佳模型。經由這次的報告我們得知，夏季的鮮乳生產量比冬季來的多。

這次報告讓我們了解台灣鮮乳產量的發展與變化，呈現出來的鮮乳生產量以夏季較冬季多（推測其為生物技術大量補足產量）。

鮮乳所強調的不只是營養，更注重新鮮度；在這麼短暫的保存期限，我們可視季節來調整鮮乳價格，以提升冬季銷售量，對於畜牧產業能有更大的獲益。工廠更可以將鮮乳經過加工，呈現不同產品行銷，提高鮮乳產品的多樣化來吸引更多消費者。

然而近代台灣人更加注重休閒生活，乳業更可考慮將傳統農牧業逐漸轉型為休閒觀光遊憩，不但可促進經濟發展，也能使台灣酪農、畜牧產業版圖更加遼闊，讓大眾更加了解產業發展與市場重要性。



參考文獻

1. Bowerman, B., O'Connell, R., and Koehler, A. (2005) Forecasting, Time Series, and Regression, 4th edition, Duxbury Press.

2. AREMOS 經濟統計資料庫網站

http://cache.moe.edu.tw/aremos_ly/search.html

3. 行政院農業委員會農糧署

http://www.afa.gov.tw/publish_detail.asp?catid=1076

4. 陳榮泰(2005),「台灣乳業現況」

http://www.angrin.tlri.gov.tw/cow/20051031/20051031_1.pdf

5. 中央氣象局-南區氣象服務

<http://south.cwb.gov.tw/index1.php>