

逢甲大學學生報告 ePaper

流體力學試驗

The test of fluid dynamics

第七章：壓力中心儀試驗

Chapter VII : Pressure center test

作者：吳志騏、林思樵

系級：水利工程與資源環保學系 三年乙班

學號：D0690835、D0587409

開課老師：許少華

課程名稱：流體力學試驗

開課系所：水利工程與資源環保學系

開課學年：107 學年度 第一 學期

中文摘要

此試驗利用槓桿原理測定容器內的液體產生的靜水壓作用在容器壁所產生的順時針力矩，藉由此順時針力矩可推倒出，將本為隨著水深改變的靜水壓視作為一集中力時，作用於壓力中心點 R，並找出 R 點位於何處？

試驗分成兩個部份：一為儀器在水平的時候所靜壓力作用在壓力中心點 R1 與靜力學理論公式計算出的理論值 R2 做比較得出誤差，針對此誤差可做進一步的探討。；二為儀器有著 θ 角度的旋轉，試比較力矩相同的情況下，儀器在水平及傾斜時，壓力中心的位置是否有不同，

試驗過程中會使用到砝碼、錘鉤、用來調整水位的針筒以及吸管能幫助有效降低試驗誤差。

實驗步驟如下：

- 1. 在力臂一端有孔口處懸掛一錘鉤，並利用力臂中端之小水槽裝水，調整儀器使其平衡。
- 2. 在錘鉤上增加砝碼，並緩緩加水於圓弧容器中，使水平桿恢復平衡(假如加太多水就用針筒吸取多餘的水)
- 3. 第一部份:依據水位的高度 h 分為 $h \leq D$ 及 $h > D$ 兩個單元做紀錄，優先紀錄第一單元 $h \leq D$ 之每次試驗的砝碼重及容器內的水位高。完成後再紀錄第二單元。
- 4. 第二部份:重複步驟 1~3 並且詳細記錄試驗數據。
- 5. 將試驗數據求出實際的壓力重心，並與理論公式推出之理論壓力中心相互比較，針對兩者之異同做討論。

關鍵字：力矩、槓桿原理、壓力中心

Abstract

The test is using Principle of lever to measure the moment in the clockwise direction stem from hydrostatic pressure of liquid in the container. Let's consider hydrostatic pressure as concentrated force act on the pressure center called point R and find out its position.

This test can be divided into two parts. The first of all, Part I : comparing computed value of pressure center with theoretical value of pressure center that can get error, aim at this error we can discuss this further. Second, Part II : the instrumentation have rotate θ degrees. In the situation while moments are same, trying to compare the position of pressure center when the instrumentation is horizontal with the instrumentation is tilt.

In the course of the experiments, we will use weights, balance pan, pneumatic syringre be used to adjust level and straws that can decline experimental error effectively.

Step of experiment is listed below:

1. Hanging a balance pan at orifice on the end of force arm. Taking in water with the sink at middle of force arm and adjusting the instrumentation make it balance.
2. Adding weights on the balance pan then putting the water in the circular container make the leveling rod return to equilibrium state. If put too much water in that could use pneumatic syringre to suck out superfluous water.
3. Part I : Taking notes according to the level(called h) can be divided into $h \leq D$ and $h > D$ two units. Recording the weights and level each experiment. Finish Unit 1 first after that finish Unit 2.
4. Part II : Repeat step 1 to step 3 and record experimental data detailed
5. According to experimental data to find out the position of actual pressure center and compare that with the position of theoretical pressure center and discussing the difference between the two.

Keyword : moment 、 Principle of lever 、 pressure center

目次

壹、試驗目的.....	3
貳、試驗原理.....	4
1. 試驗假設.....	4
2. 公式推導.....	4
平板傾斜角度=0°時。.....	4
平板傾斜角度=10°時。.....	6
參、試驗儀器及步驟.....	7
肆、試驗數據.....	8
伍、問題討論.....	10
陸、總結.....	14
書目.....	15

圖目錄

圖一：壓力中心儀示意圖 水位 $h \leq D$	5
圖二：壓力中心儀示意圖 水位 $h > D$	6

表目錄

表一：平板傾斜角度 0° $h \leq D$	8
表二：平板傾斜角度 0° $h > D$	8
表三：平板傾斜角度 10° $h \leq D$	9
表四：平板傾斜角度 10° $h > D$	9

壹、試驗目的

利用槓桿原理測定液體之靜壓力作用於一平面所產生之力矩，並與靜力學理論公式，所推導之計算值相互比較。

貳、試驗原理

1. 試驗假設

R_1 ：內圓弧半徑 (m)

R_2 ：外圓弧半徑 (m)

L_1 ：中心點 O 到錘鉤之距離 (m)

L_2 ：中心點 O 到小水槽之距離 (m)

L_R ：力臂 (m)

D ：容器鉛直面高度 (m)

b ：容器鉛直面寬度 (m)

h ：水位高 (m)

F ：壓力 (N)

P ：壓應力 (N/m^2)

M ：力矩 (N/m)

$$R_1 = 0.1 \text{ m}$$

$$R_2 = 0.2 \text{ m}$$

$$L_1 = 0.2 \text{ m}$$

$$b = 0.075 \text{ m}$$

2. 公式推導

平板傾斜角度 = 0° 時。

當 $h \leq D$ ，則 $R = h$ 如圖一

壓力中心儀於高度 y 之位置作用於鉛直面之靜水壓力為：

$$P = \gamma \cdot h = \rho g(h - y) \quad (1)$$

在鉛直面上微小面積的力 δF 為：

$$\delta F = P \cdot dA = \rho g(h - y)bdy \quad (2)$$

以 O 點為中心，微小力 δF 產生的力矩：

$$\delta M = \delta F \cdot d = \rho g(h - y) b dy (R_2 - y) \quad (3)$$

作用於鉛直面上的總力 F_R 為：

$$F_R = \int_0^h \delta F dy = \rho g b \int_0^h (h - y) dy = \rho g b \left(\frac{h^2}{2} \right) \quad (4)$$

總力矩 M 即為所有微小力矩的總合

$$M = \rho g b \int_0^r (R_2 - y) (h - y) dy = \rho g b \left(\frac{R_2 h^2}{2} - \frac{h^3}{6} \right) \quad (5)$$

由(5)式除以(4)式可得力臂 L_R ，即壓力中心點 C 到 O 之距離 R_C 為：

$$R_C = R_2 - \frac{h}{3} = L_R \quad (6)$$

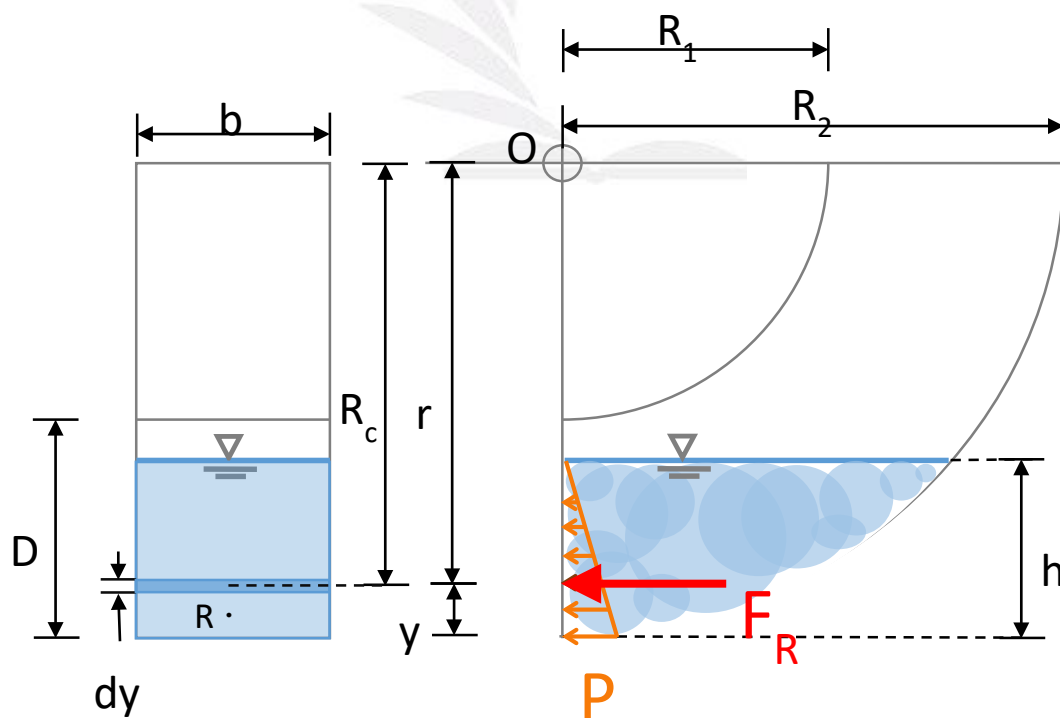
當 $h > D$ ，則 $R = D$ 如圖二

$$F = \rho g b D \left(h - \frac{D}{2} \right) \quad (7)$$

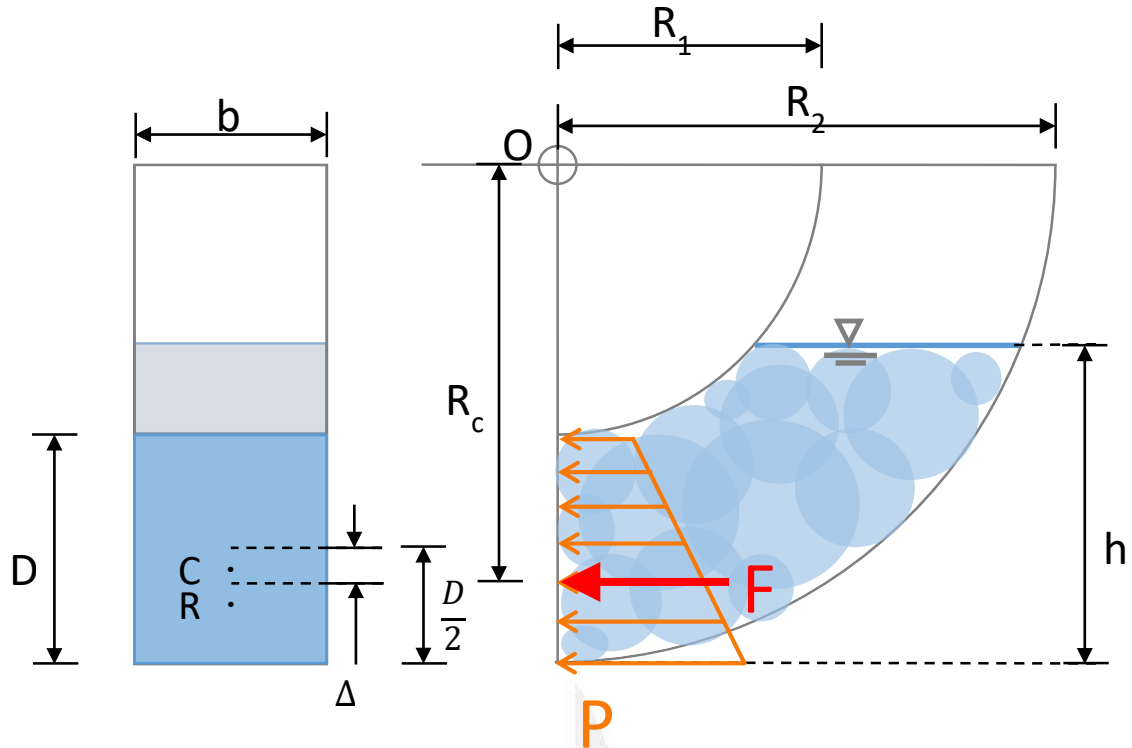
$$M = \rho g b \left[h \left(R_2 D - \frac{D^2}{2} \right) - \frac{R_2 D^2}{2} + \frac{D^3}{3} \right] \quad (8)$$

由(8)式除以(7)式得

$$R_C = R_2 - \frac{D}{2} + \Delta y = R_2 - \frac{D}{2} + \frac{I_{\bar{x}}}{y_{cA}} = R_2 - \frac{D}{2} + \frac{D^2}{12 \left(h - \frac{D}{2} \right)} = L_R \quad (9)$$



圖一：壓力中心儀示意圖 水位 $h \leq D$



圖二：壓力中心儀示意圖 水位 $h > D$

平板傾斜角度 = 10° 時。

當水作用於斜面時，即原本鉛直面板傾斜一角度 θ ，則作用於此面的總力應將 y 修正為 $y = y \cos \theta$ ，則總力 F_R 和總力矩 M 為：

$$F_R = \int_0^R \delta F dy = \rho g b \int_0^R (h - y \cos \theta) dy = \rho g b \left(hR - \frac{1}{2} R^2 \cos \theta \right) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} M &= \rho g b \int_0^R (R^2 - y \cos \theta)(h - y \cos \theta) dy \\ &= \rho g b \left(R^2 h R - \frac{R^2}{2} R^2 \cos \theta - \frac{h}{2} R^2 \cos \theta + \frac{R^3}{3} \cos^2 \theta \right) \end{aligned} \quad (11)$$

當 $h \leq D$ ，則 $R = h$ 修正式(4)、(5)為：

$$F_R = \rho g b h^2 \left(1 - \frac{1}{2} \cos \theta \right) \quad (12)$$

$$M = \rho g b \left[R^2 h^2 \left(1 - \frac{1}{2} \cos \theta \right) - h^3 \left(\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{1}{3} \cos^2 \theta \right) \right] \quad (13)$$

當 $h > D$ ，則 $R = D$ 修正式(7)、(8)為：

$$F_R = \rho g b D \left(h - \frac{1}{2} D \cos \theta \right) \quad (14)$$

$$M = \rho g b \left[R^2 D \left(h - \frac{1}{2} D \cos \theta \right) - \frac{h}{2} D^2 \cos \theta + \frac{D^3}{3} \cos^2 \theta \right] \quad (15)$$

參、試驗儀器及步驟

此儀器可供測定平板浸沒水中或部分浸沒水中，水作用於平板上之力矩 (Moment)，此平板可自由轉成任何角度。液體係裝在一個透明壓克力製的容器內。其形狀係由二個夾於兩片平行板之同心圓弧所構成，圓弧為 90° ，其軸適為槓桿之支點，因此由於作用於圓弧面之壓力，其作用線通過樞紐故其力矩為零。容器內水之壓力對此支點發生力矩之唯一平面即夾於兩平行板之垂直面。同心圓半徑分別為 $R_1=0.1\text{ m}$ 及 $R_2=0.2\text{ cm}$ ，平行板之間距為 0.075 m ，支點至放置固定砝碼間之力臂長度為 0.2 cm 。力臂之一端有一孔口用以懸掛重 50 g 之錘鉤，鉤上可以放置各種不同重量之砝碼。固定於支架上有一刻劃板，圓心與槓桿支點重合。自水平線往下 10° 有一刻線，用以量測垂直板之角度。此外，刻劃板同時也有許多水平刻線，以通過軸心之水平線為 0 ，分別向上與向下標示，每隔 2 mm 有一刻線由面板頂端至底部 0 至 200 mm 。

實驗步驟如下：

- 1. 在力臂一端有孔口處懸掛一錘鉤，並利用力臂中端之小水槽裝水，調整儀器使其平衡。
- 2. 在錘鉤上增加砝碼，並緩緩加水於圓弧容器中，使水平桿恢復平衡(假如加太多水就用針筒吸取多餘的水)
- 3. 第一部份:依據水位的高度 h 分為 $h \leq D$ 及 $h > D$ 兩個單元做紀錄，優先紀錄第一單元 $h \leq D$ 之每次試驗的砝碼重及容器內的水位高。完成後再紀錄第二單元。
- 4. 第二部份:重複步驟 1~3 並且詳細記錄試驗數據。
- 5. 將試驗數據求出實際的壓力重心，並與理論公式推出之理論壓力中心相互比較，針對兩者之異同做討論。

肆、試驗數據

試驗次數	砝碼重 W(Kg)	水位 H(m)	砝碼力矩 M ₁ (N-m)	壓力中心 Rc ₁ (m)	水於鉛直面之作用力 F(N)	理論力矩 M ₂ (N-m)	理論壓力中心 Rc ₂ (m)	誤差百分比 (%)
1	0.01	0.013	0.01962	0.316	0.062171	0.012165	0.196	61%
2	0.03	0.028	0.05886	0.204	0.288414	0.055	0.191	7%
3	0.05	0.036	0.0981	0.206	0.476766	0.090	0.188	9%
4	0.07	0.045	0.13734	0.184	0.744947	0.138	0.185	0%
5	0.1	0.052	0.1962	0.197	0.994734	0.182	0.183	8%
6	0.11	0.056	0.21582	0.187	1.153656	0.209	0.181	3%
7	0.13	0.062	0.25506	0.180	1.414112	0.254	0.179	1%
8	0.15	0.066	0.2943	0.184	1.602464	0.285	0.178	3%
9	0.17	0.07	0.33354	0.185	1.802588	0.318	0.177	5%

表一：平板傾斜角度 0° h ≤ D

試驗次數	砝碼重 W(Kg)	水位 H(m)	砝碼力矩 M ₁ (N-m)	壓力中心 Rc ₁ (m)	水於鉛直面之作用力 F(N)	理論力矩 M ₂ (N-m)	理論壓力中心 Rc ₂ (m)	誤差百分比 (%)
1	0.31	0.097	0.608	0.176	3.46	0.58	0.168	5%
2	0.33	0.1	0.647	0.176	3.68	0.613	0.167	5%
3	0.35	0.104	0.687	0.173	3.97	0.657	0.165	5%
4	0.37	0.107	0.726	0.173	4.19	0.69	0.165	5%
5	0.4	0.111	0.785	0.175	4.49	0.735	0.164	7%
6	0.41	0.113	0.804	0.174	4.64	0.757	0.163	7%
7	0.43	0.116	0.844	0.174	4.86	0.79	0.163	7%
8	0.45	0.12	0.883	0.171	5.15	0.834	0.162	6%
9	0.47	0.124	0.922	0.169	5.44	0.878	0.161	5%

表二：平板傾斜角度 0° h > D

流體力學試驗：第七章-壓力中心儀試驗

試驗次數	砝碼重 W(Kg)	水位 H(m)	砝碼力矩 M ₁ (N-m)	壓力中心 Rc ₁ (m)	水於鉛直面之作用力 F(N)	理論力矩 M ₂ (N-m)	理論 壓力中心 Rc ₂ (m)	誤差 百分比 (%)
1	0.01	0.015	0.01959	0.236	0.0829	0.0161654	0.195	21%
2	0.03	0.028	0.058769	0.203	0.288859	0.0550758	0.191	7%
3	0.05	0.042	0.097949	0.151	0.649933	0.1208875	0.186	-19%
4	0.07	0.047	0.137128	0.168	0.81389	0.150027	0.184	-9%
5	0.1	0.054	0.195897	0.182	1.074379	0.195537	0.182	0%
6	0.11	0.058	0.215487	0.174	1.239441	0.2239257	0.181	-4%
7	0.13	0.063	0.254666	0.174	1.462349	0.2617605	0.179	-3%
8	0.15	0.066	0.293846	0.183	1.604936	0.2856787	0.178	3%
9	0.17	0.072	0.333025	0.174	1.910006	0.3361613	0.176	-1%

表 三：平板傾斜角度 10° h ≤ D

試驗次數	砝碼重 W(Kg)	水位 H(m)	砝碼力矩 M ₁ (N-m)	壓力中心 Rc ₁ (m)	水於鉛直面之作用力 F(N)	理論力矩 M ₂ (N-m)	理論 壓力中心 Rc ₂ (m)	誤差 百分比 (%)
1	0.3	0.101	0.589	0.155	3.81	0.634	0.166	-7%
2	0.31	0.103	0.608	0.154	3.96	0.656	0.166	-7%
3	0.33	0.106	0.647	0.155	4.18	0.689	0.165	-6%
4	0.35	0.108	0.687	0.159	4.32	0.711	0.165	-3%
5	0.37	0.113	0.726	0.155	4.69	0.767	0.163	-5%
6	0.4	0.118	0.785	0.155	5.06	0.822	0.163	-5%
7	0.41	0.122	0.804	0.15	5.35	0.867	0.162	-7%
8	0.43	0.126	0.844	0.149	5.65	0.911	0.161	-7%
9	0.45	0.13	0.883	0.149	5.94	0.955	0.161	-8%

表 四：平板傾斜角度 10° h > D

伍、問題討論

Q1：請推導出水作用於斜面時(角度非 0 度)，其 F 及 M 方程式該如何修正？

Ans：

當儀器傾斜角度為 θ 時，水作用於斜面時，即原本鉛直面板傾斜一角度 θ ，則作用於此面的總力應將 y 修正為 $y\cos\theta$ ，則總力 F 和總力矩 M 為： $F_R =$

$$\int_0^R \delta F dy = \rho g b \int_0^R (h - y\cos\theta) dy = \rho g b \left(hR - \frac{1}{2}R^2\cos\theta \right)$$

$$\begin{aligned} M &= \rho g b \int_0^R (R^2 - y\cos\theta)(h - y\cos\theta) dy \\ &= \rho g b \left(R^2hR - \frac{R^2}{2}R^2\cos\theta - \frac{h}{2}R^2\cos\theta + \frac{R^3}{3}\cos^2\theta \right) \end{aligned}$$

當 $h \leq D$ ，則 $R = h$ 修正式為：

$$F_R = \rho g b h^2 \left(1 - \frac{1}{2}\cos\theta \right)$$

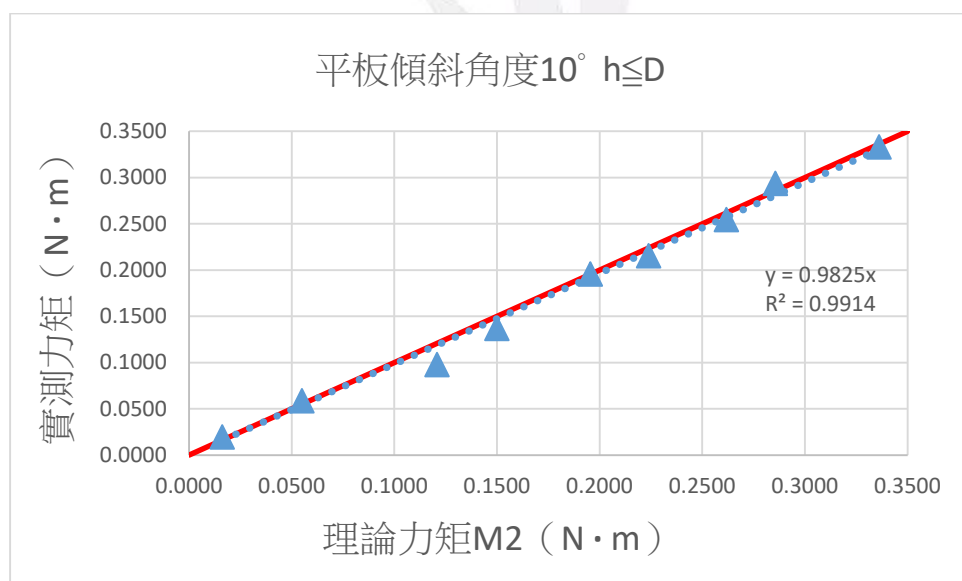
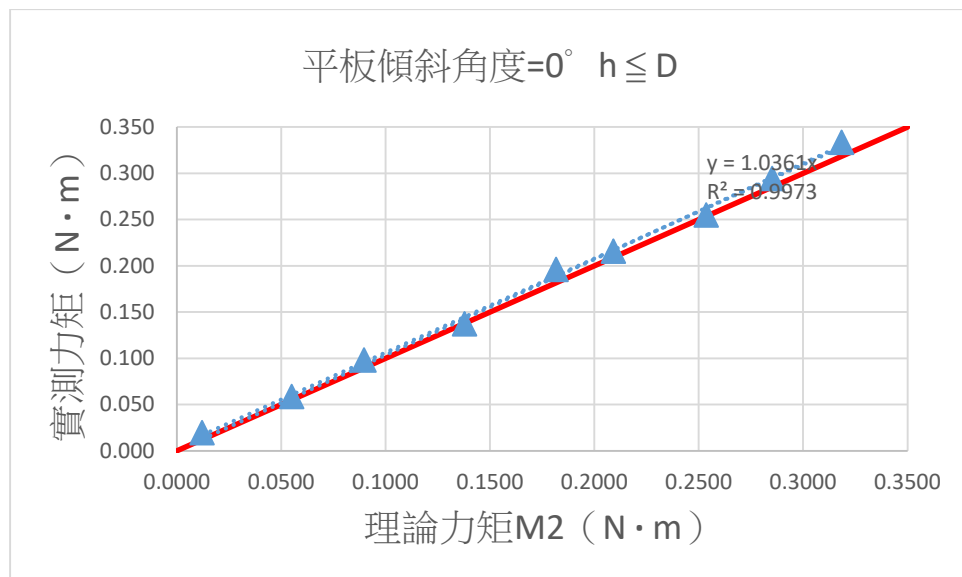
$$M = \rho g b \left[R^2h^2 \left(1 - \frac{1}{2}\cos\theta \right) - h^3 \left(\frac{1}{2}\cos\theta - \frac{1}{3}\cos^2\theta \right) \right]$$

當 $h > D$ ，則 $R = D$ 修正式為：

$$F_R = \rho g b D \left(h - \frac{1}{2}D\cos\theta \right)$$

$$M = \rho g b \left[R^2D \left(h - \frac{1}{2}D\cos\theta \right) - \frac{h}{2}D^2\cos\theta + \frac{D^3}{3}\cos^2\theta \right]$$

Q₂:請就平板角度零度及任一傾斜度時，繪出其理論力矩值及實驗力矩值的圖，並討論之。



綜合以上兩張圖，可以看出不論是在水平或傾斜的狀態，只要系統中的載重相同，所產生的力矩皆相同，不會受到傾斜的影響。

Q₃:請求出作用於圓弧面通過圓心之合力為若干?

Ans :

$$\Delta A=R \Delta \theta b$$

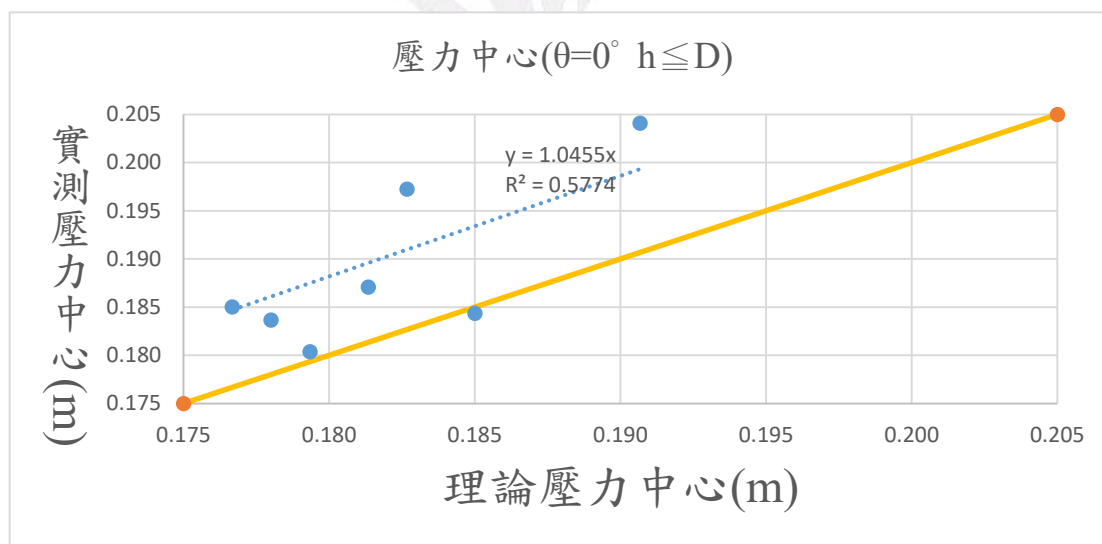
$$\Delta F=PdA=\gamma hdA=\gamma (R\cos\theta-h_1)Rbd\theta$$

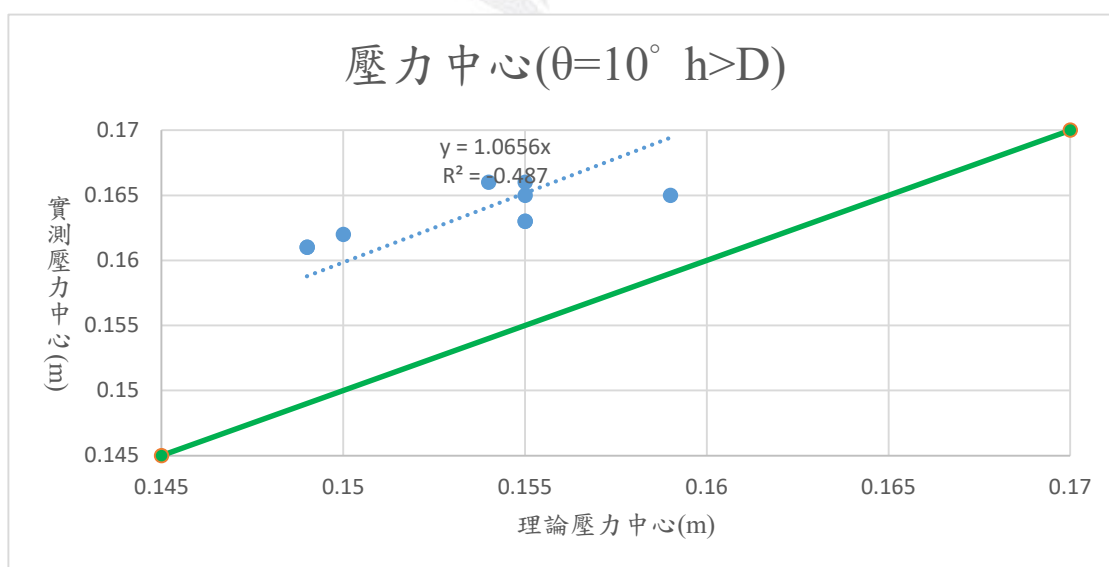
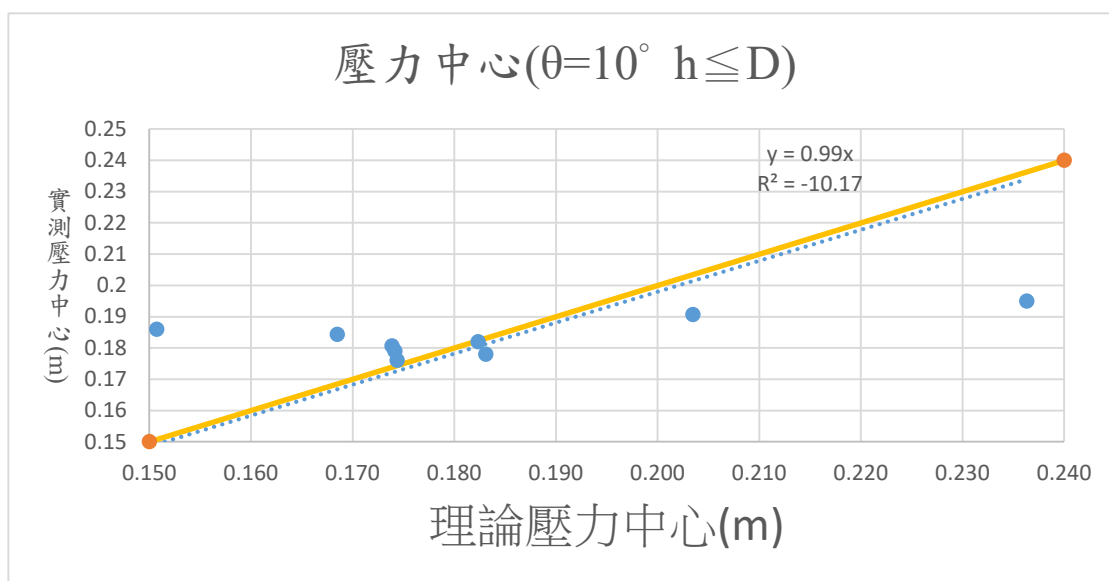
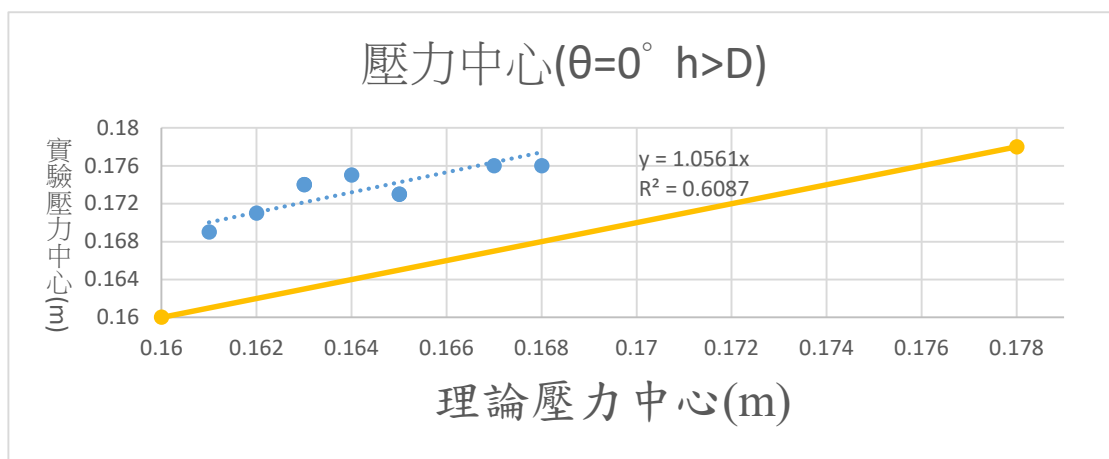
$$F_x=\int_0^{\theta_1} \Delta F\cos\theta$$

$$F_y=\int_0^{\theta_1} \Delta F\sin\theta$$

$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}$$

Q₄:請就平板角度零度及任一傾斜度時，繪出其理論壓力中心值及實驗壓力中心值的圖(先將誤差較大的數據剔除)





陸、總結

心得

吳志騏：

人總在錯誤中成長，在這次的實驗經歷過一連串的錯誤，與組員多次的回到實驗室中奮鬥，屢屢在和水位高及是否達成平衡的拉扯下，終於有些成果。在過程中會漸漸找到如何可以讓實驗過程加速，又能精準地測得數據，特過這一連串的試驗，更能夠了解這試驗的意義及目的為何，也很感謝之前的組別提供了許多寶貴的經驗，讓我們的報告加速完成，更謝謝老師及助教的教導。

林思樵：

這次的實驗我們前後重做3次，一開始那個刻度的實在很難觀察，因為刻度太密集了，導致不知道要看哪條，所以最好組員都看過一次，確認無誤後在記錄。之後的重做我們就很細心地看，那個誤差就小很多了。在回家算數據時，發現除了第一組數據因儀器一開始會有點卡，導致誤差較大以外其他都在10%以內。我覺得是砝碼氧化所造成的儀器誤差，就不是我們可以控制的了。經過這一學期的訓練，在試驗操作的精確度還有數據的判讀都有很大的進步，這次期末報告就算是我們一個學習的成果。

參考文獻

書目

許少華.(2008). 流體力學試驗手冊. 台中市: 逢甲大學出版社.

