

逢甲大學學生報告 ePaper

報告題名：

**渦流試驗**

**Eddy Current Testing**

作者：許汶芳、謝侑廷、吳沂哲

系級：水利工程與資源保育學系 三甲

學號：D0539672、D0539699、D0539762

開課老師：許少華 老師

課程名稱：流體力學試驗

開課系所：水利工程與資源保育學系



## 中文摘要

藉由操作渦流試驗儀，製造出強制渦流與自由渦流的流況，並在實驗過程中觀測強制渦流與自由渦流之水面線與流場，藉以了解強制渦流與自由渦流的觀念。比較強制與自由渦流的差異，進而了解可旋性流與非旋性流之特性。

比較自由渦流和強制渦流的不同處，而自由渦流和強制渦流的原理乃是大同小異，最大的不同在於流動是否屬於旋轉流。若放二支小桿，利用小桿移動的狀態來判定是否有無旋轉的發生。假設小桿放於流場 A 位置，參考圖二與圖三，隨著流動至 B，由圖中可以看出圖二中的小桿產生轉動，圖三的小桿無產生轉動的現象，則可以說是類似剛體旋轉的流動屬於旋轉流，因此無法用速度勢表示，此種旋轉渦流通常稱為強制渦流(force vortex)；無旋轉渦流一般的稱自由渦流(free vortex)。

## 關鍵字

自由渦流、非旋流、旋流、強制渦流

### **Abstract**

By operating the instrument of Eddy Current Testing to make the flow conditions of Force vortex and Free vortex. Then the water surface line and flow field of the two vortexes are observed during the experiment.

To compare the differences between Force vortex and Free vortex to understand the characteristics of the swirtable flow and the non-swirl flow.

### **Keyword**

Force vortex 、 Free vortex



## 目 次

一、試驗原理 .....	4
1-1 強制渦流 .....	4
1-2 自由渦流 .....	5
二、試驗儀器簡介 .....	8
三、試驗之方法與步驟 .....	9
3-1 強制渦流試驗流程圖 .....	9
3-2 自由渦流試驗流程圖 .....	10
四、試驗數據結果 .....	11
4-1 強制渦流 .....	11
4-2 自由渦流 .....	13
五、問題與討論 .....	15
六、實際實驗記錄 .....	20
七、實驗結果與心得 .....	21
八、結論與建議 .....	21
九、參考文獻 .....	21

## 一、試驗原理

### 4-1 強制渦流：

在定量流、非可壓縮流場下，假設徑向  $r$ 、鉛垂向  $z$  方向之速度為 0，且軸對稱( $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ )，流速  $V$  僅有  $\theta$  的分量且只是徑向的函數，繞著  $Z$  軸旋轉，其 Navier-Stokes 方程式之圓柱座標在  $\theta$  方向上可表示如下式：

$$0 = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV) \right] \quad (4-1)$$

(4-1)式積分可得

$$V = \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r} \quad (4-2)$$

因為在  $r=0$ ； $V$  有限值； $C_2=0$ ，代入邊界條件  $r=R$ ； $V=R\omega$ ； $C_1=2\omega$ ， $\omega$  為試驗儀的轉速(徑度)，因此

$$V = \omega r \quad (4-3)$$

又 Navier-Stokes 方程式之  $r$ 、 $z$  分量為

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{V^2}{r} = \rho \omega^2 r \quad (4-4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{P}{h} = -\rho g \quad (4-5)$$

$$dP = \frac{\partial P}{\partial r} dr + \frac{\partial P}{\partial h} dh = \rho \omega^2 r dr - \rho g dh \quad (4-6)$$

(4-6)式積分可得

$$P = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho g h + C_3 \quad (4-7)$$

$$\text{代入邊界條件 } r = 0, h = h_0, P = P_0 \quad (4-8)$$

可得

$$P - P_0 = -\rho g (h - h_0) + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} \quad (4-9)$$

水面之  $P = P_0$ ，代入(4-9)式可得強制渦流水面線方程式

$$h(r) = h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} = h_0 + \frac{V^2}{2g} \quad (4-10)$$

#### 4-2 自由渦流：

在定量流、非可壓縮流流場下，假設徑向  $r$ 、鉛錘向  $z$  方向之速度為 0，且對稱軸( $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ )，流速  $V$  僅有  $\theta$  的分量且只是徑向  $r$  的函數，繞著  $z$  軸旋轉，其中 Navier-Stokes 方程式之圓柱座標在  $\theta$  方向上可表示為

$$0 = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV) \right] \quad (4-11)$$

如此(4-11)式積分可得

$$V = \frac{C_3 r}{2} + \frac{k}{r} \quad (4-12)$$

因  $V(r=0)$  為無限大，因此  $k \neq 0$  且帶入邊界條件  $r=R$  ( $R \gg 0$ ) ;  $V \rightarrow 0$  ;  $C_3 = 0$ ，因此

$$rV = \text{constant} = k \quad (4-13)$$

又 Navier-Stokes 方程式之  $r$ 、 $z$  分量為

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{V^2}{r} = \rho \frac{k^2}{r^3} \quad (4-14)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial h} = -\rho g \quad (4-15)$$

$$dP = \frac{\partial P}{\partial r} dr + \frac{\partial P}{\partial h} dh = \rho \frac{k^2}{r^3} dr - \rho g dh \quad (4-16)$$

(4-16)式積分可得

$$P = -\rho \frac{k^2}{2r^2} - \rho gh + C \quad (4-17)$$

代入邊界條件  $r = R$  ( $R \gg 0$ )， $h \rightarrow h_1$ ，

$$P_0 = -\rho \frac{k^2}{2R^2} + \rho gh_1 + C$$

$$C = P_0 + \rho \frac{k^2}{2R^2} + \rho gh_1$$

代入(4-17)式得

$$P - P_0 = \rho g(h - h_1) - \rho \frac{k^2}{2} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2} \right) \quad (4-18)$$

渦流試驗

另  $P = P_0 + \rho \frac{k^2}{2r^2} = P_0$  代入(4-18)得

$$P - P_0^* = \rho g(h - h_1) - \rho \frac{k^2}{2r^2} \quad (4-19)$$

令水面之  $P = P_0^*$ ，代入(4-19)式可得自由渦流水面線方程式

$$h(r) = h_0 - \frac{k^2}{2gr^2} \quad (4-20)$$

其中  $h(r)$  為半徑  $r$  處的水位高， $h_1$  為儀器邊壁的水位高。

※  $k$  值之物理意義：環流量(circulation)用以表示渦流強度( $k = \Gamma/2\pi$ )，其定義如下

$$\Gamma = \oint_c \vec{V} \cdot \vec{ds} \quad (4-21)$$

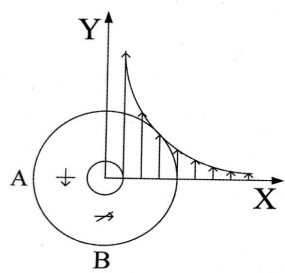
其中， $\Gamma$  為環流量； $\vec{V}$  為與封閉曲線  $c$  相切的速度分量； $\vec{ds}$  為沿封閉曲線之向量。選擇以渦流中心為圓心、半徑為  $r$  的圓來決定環流量，此時  $ds = r d\theta$ ,  $\vec{V} = V\vec{e}_\theta$  (4-22)式可表示為

$$\Gamma = \oint_c \vec{V} \cdot \vec{ds} = \int_0^{2\pi} V r d\theta = 2\pi V r = 2\pi k \quad (4-22)$$

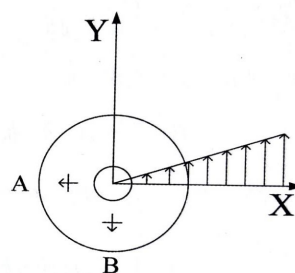
因此由(4-21)及(4-22)式可得  $k = \frac{\Gamma}{2\pi}$  (4-23)

下列以圖形來比較自由渦流和強制渦流的不同處，而自由渦流和強制渦流的原理乃是大同小異，最大的不同在於流動是否屬於旋轉流。若放二支小桿，利用小桿移動的狀態來判定是否有無旋轉的發生。假設小桿放於流場 A 位置，參考圖二與圖三，隨著流動至 B，由圖中可以看出圖二中的小桿產生轉動，圖三的小桿無產生轉動的現象，則可以說是類似剛體旋轉的流動屬於旋轉流，因此無法用速度勢表示，此種旋轉渦流通常稱為強制渦流(force vortex)；無旋轉渦流一般的稱自由渦流(free vortex)。

# 渦流試驗



圖一、自由渦流



圖二、強制渦流





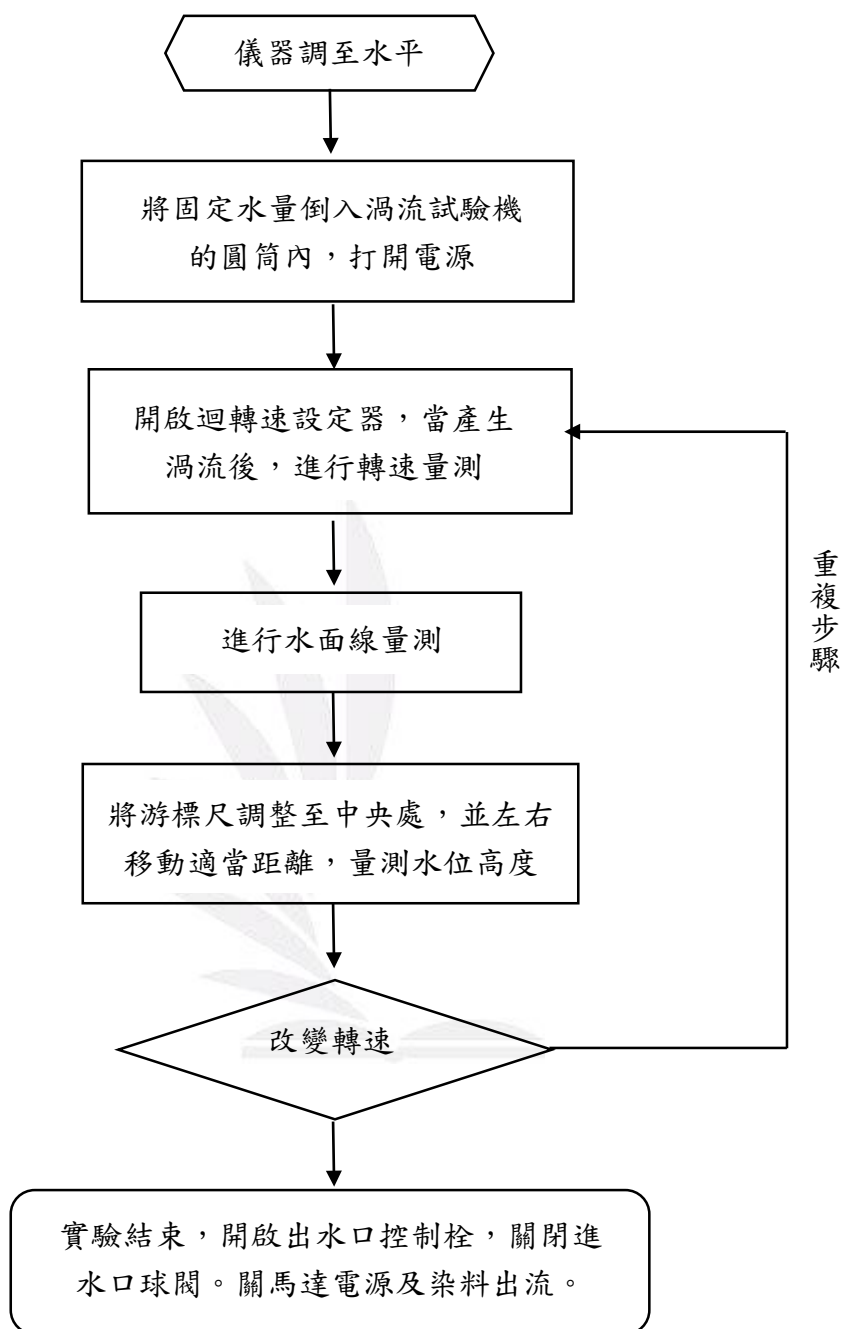
## 二、試驗儀器簡介



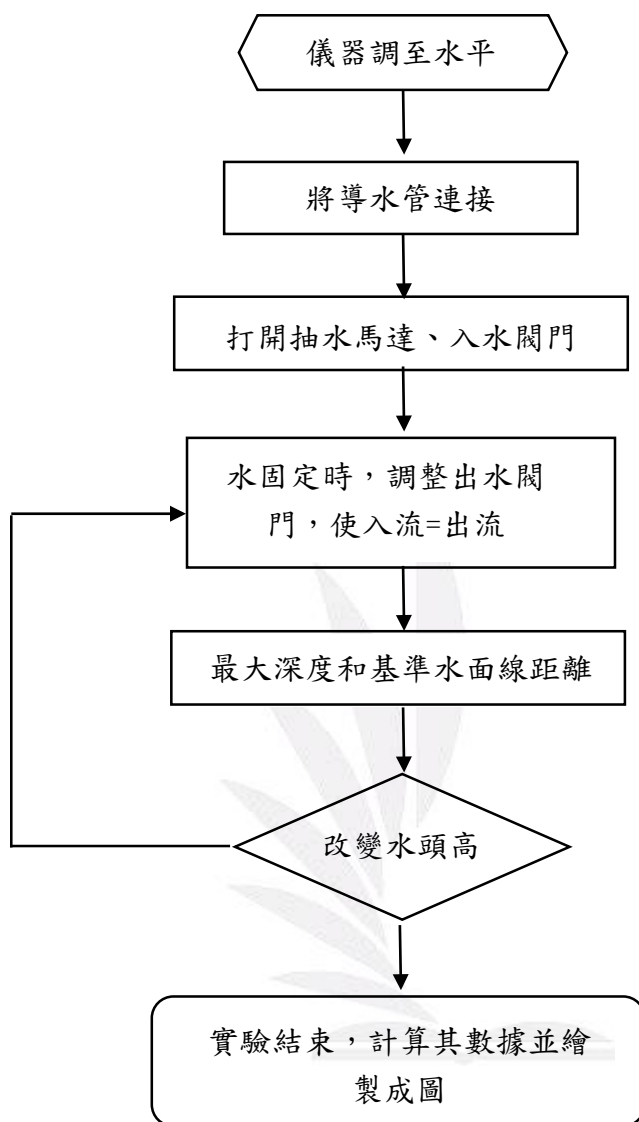
圖三、渦流試驗儀

### 三、試驗之方法與步驟

4-1 強制渦流試驗流程圖



4-2 自由渦流試驗流程圖



四、試驗數據結果

4-1 強制渦流：

表 4.1A 實驗數據表

量測時間： 9.70 sec		圈數： 10 圈				$\omega = 6.478$ r. p. s				桶深： 285.56 mm								
NO. 1																		
測量位置 $r$ (mm)	0	-8	-16	-24	-32	-40	-48	-56	-64	-72	-80	-88	-96	-104	-112	-120	-128	-132
X 量測位置	300	292	284	276	268	260	252	244	236	228	220	212	204	196	188	180	172	168
游標尺水面讀數	140.60	140.40	140.08	139.62	137.78	136.08	135.70	134.00	132.30	129.70	127.26	124.30	121.22	117.64	114.34	110.40	106.48	104.12
$h^*$ 計算值	144.96	145.10	145.51	146.19	147.15	148.38	149.89	151.67	153.72	156.05	158.65	161.52	164.67	168.09	171.79	175.75	180.00	182.22
h 量測值 (桶深-水面高)	144.96	145.16	145.48	145.94	147.78	149.48	149.86	151.56	153.26	155.86	158.30	161.26	164.34	167.92	171.22	175.16	179.08	181.44
$\Delta h = h^* - h$	0.00	-0.06	0.03	0.25	-0.63	-1.10	0.03	0.11	0.46	0.19	0.35	0.26	0.33	0.17	0.57	0.59	0.92	0.78

表 4.1B 實驗數據表

量測時間： 7.28 sec		圈數： 10 圈				$\omega = 8.631$ r. p. s				桶深： 285.56 mm								
NO. 2																		
測量位置 $r$ (mm)	0	-8	-16	-24	-32	-40	-48	-56	-64	-72	-80	-88	-96	-104	-112	-120	-128	-132
X 量測位置	300	292	284	276	268	260	252	244	236	228	220	212	204	196	188	180	172	168
游標尺水面讀數	156.40	155.60	154.20	152.84	151.78	149.70	147.36	144.72	141.50	137.26	132.30	127.26	121.68	116.28	109.42	101.98	94.60	89.32
$h^*$ 計算值	129.16	129.40	130.13	131.35	133.05	135.23	137.91	141.07	144.71	148.84	153.46	158.56	164.15	170.22	176.78	183.83	191.36	195.31
h 量測值	129.16	129.96	131.36	132.72	133.78	135.86	138.20	140.84	144.06	148.30	153.26	158.30	163.88	169.28	176.14	183.58	190.96	196.24

渦流試驗

(桶深-水面高)																		
$\Delta h = h^* - h$	0.00	-0.56	-1.23	-1.37	-0.73	-0.63	-0.29	0.23	0.65	0.54	0.20	0.26	0.27	0.94	0.64	0.25	0.40	-0.93

表 4.1C 實驗數據表

量測時間： 5.29 sec		圈數： 10 圈						$\omega = 11.424$ r.p.s				桶深： 285.56 mm					
NO. 3																	
測量位置 $r$ (mm)	128	120	112	104	96	88	80	72	64	56	48	40	32	24	16	8	0
X 量測位置	428	420	412	404	396	388	380	372	364	356	348	340	332	324	316	308	300
游標尺水面讀數	86.00	98.68	107.60	117.60	126.38	134.12	142.80	148.60	154.72	160.10	164.72	167.76	171.58	172.86	174.42	174.90	175.40
$h^*$ 計算值	220.14	206.95	194.60	183.11	172.46	162.67	153.73	145.64	138.41	132.02	126.49	121.80	117.97	114.99	112.86	111.59	111.16
$h$ 量測值	200.56	187.88	178.96	168.96	160.18	152.44	143.76	137.96	131.84	126.46	121.84	118.80	114.98	113.70	112.14	111.66	111.16
$\Delta h = h^* - h$	19.58	19.07	15.64	14.15	12.28	10.23	9.97	7.68	6.57	5.56	4.65	3.00	2.99	1.29	0.72	-0.07	0.00

NO. 3																		
測量位置 $r$ (mm)	0	-8	-16	-24	-32	-40	-48	-56	-64	-72	-80	-88	-96	-104	-112	-120	-128	-132
X 量測位置	300	292	284	276	268	260	252	244	236	228	220	212	204	196	188	180	172	168
游標尺水面讀數	175.40	174.62	173.84	172.16	169.60	166.70	163.42	158.54	153.24	146.68	142.80	132.52	124.00	114.92	105.00	94.42	83.40	76.98
$h^*$ 計算值	111.16	111.59	112.86	114.99	117.97	121.80	126.49	132.02	138.41	145.64	153.73	162.67	172.46	183.11	194.60	206.95	220.14	227.06
$h$ 量測值	111.16	111.94	112.72	114.40	116.96	119.86	123.14	128.02	133.32	139.88	143.76	154.04	162.56	171.64	181.56	192.14	203.16	209.58
$\Delta h = h^* - h$	0.00	-0.35	0.14	0.59	1.01	1.94	3.35	4.00	5.09	5.76	9.97	8.63	9.90	11.47	13.04	14.81	16.98	17.48

註：

$$1: h^* = h_0 + \omega^2 \times r^2 \div 2g。$$

渦流試驗

2:  $X=30$  CM 為水面量測器中心值，由此量起。

3: 計算  $\omega$  需為徑度，1 圈 =  $2\pi$ 。

4:  $V=\omega r$ 。

5:  $h$  的量測值 = 桶底讀數(桶深) - 游標尺讀數。

4-2 自由渦流：

表 4.2A 實驗數據表

NO. 1																桶深：285.56 mm		
測量位置 $r$ (mm)	0	-8	-16	-24	-32	-40	-48	-56	-64	-72	-80	-88	-96	-104	-112	-120	-128	-132
$X$ 量測位置	300	292	284	276	268	260	252	244	236	228	220	212	204	196	188	180	172	168
游標尺水面讀數	桶深	276.20	171.00	129.36	108.12	95.82	88.52	84.72	80.20	78.30	77.00	75.98	74.24	73.20	72.42	71.80	71.08	71.06
$h$ 量測值 (桶深-水面高)		9.36	114.56	156.20	177.44	189.74	197.04	200.84	205.36	207.26	208.56	209.58	211.32	212.36	213.14	213.76	214.48	214.50

表 4.2B 實驗數據表

NO. 2																桶深：285.56 mm		
測量位置 $r$ (mm)	0	-8	-16	-24	-32	-40	-48	-56	-64	-72	-80	-88	-96	-104	-112	-120	-128	-132
$X$ 量測位置	300	292	284	276	268	260	252	244	236	228	220	212	204	196	188	180	172	168
游標尺水面讀數	桶深	283.24	188.00	154.64	138.40	129.32	122.90	119.20	116.00	113.74	110.50	109.90	108.42	106.00	105.00	104.92	104.42	104.20
$h$ 量測值 (桶深-水面高)		2.32	97.56	130.92	147.16	156.24	162.66	166.36	169.56	171.82	175.06	175.66	177.14	179.56	180.56	180.64	181.14	181.36

表 4.2C 實驗數據表

NO. 3															桶深：285.56 mm		
測量位置 $r$ (mm)	128	120	112	104	96	88	80	72	64	56	48	40	32	24	16	12	8
X 量測位置	428	420	412	404	396	388	380	372	364	356	348	340	332	324	316	312	308
游標尺水面讀數	53.54	54.00	55.80	55.90	56.42	58.30	59.22	61.00	63.44	66.78	71.30	79.02	93.30	118.94	181.14	249.64	桶深
h 量測值 (桶深-水面高)	232.10	231.64	229.84	229.74	229.22	227.34	226.42	224.64	222.20	218.86	214.34	206.62	192.34	166.70	104.50	36.00	

NO. 3																桶深：285.64 mm		
測量位置 $r$ (mm)	0	-8	-16	-24	-32	-40	-48	-56	-64	-72	-80	-88	-96	-104	-112	-120	-128	-132
X 量測位置	300	292	284	276	268	260	252	244	236	228	220	212	204	196	188	180	172	168
游標尺水面讀數	桶深	276.50	161.78	114.62	89.84	78.00	70.70	66.44	63.34	60.90	59.28	58.02	56.98	56.58	55.26	55.00	54.60	54.50
h 量測值 (桶深-水面高)		9.14	123.86	171.02	195.80	207.64	214.94	219.20	222.30	224.74	226.36	227.62	228.66	229.06	230.38	230.64	231.04	231.14

註：

1：X=30 CM為水面量測器中心值，由此量起。

2：h的量測值=桶底讀數-游標尺讀數。

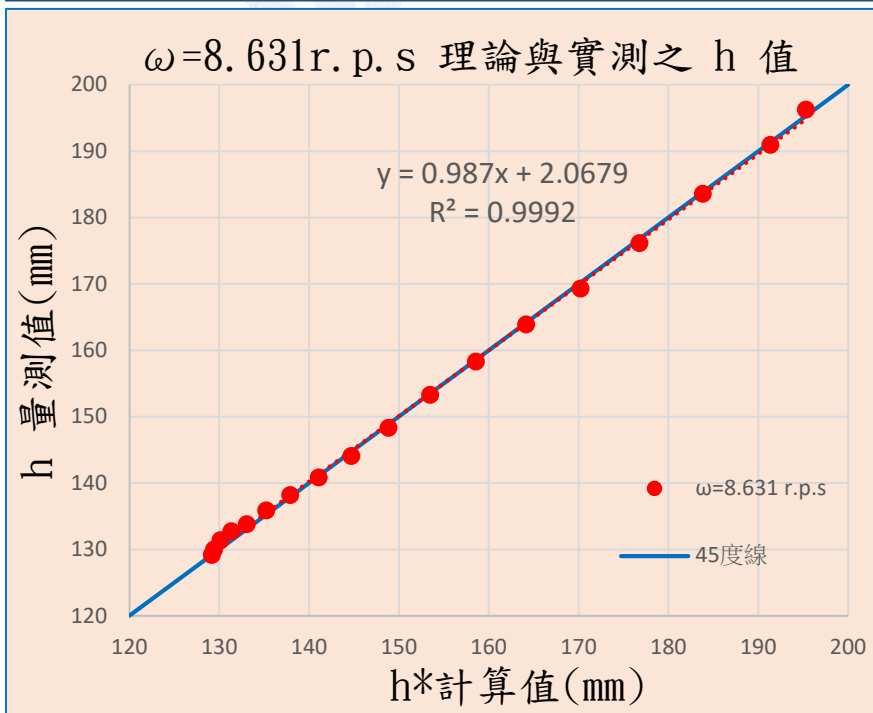
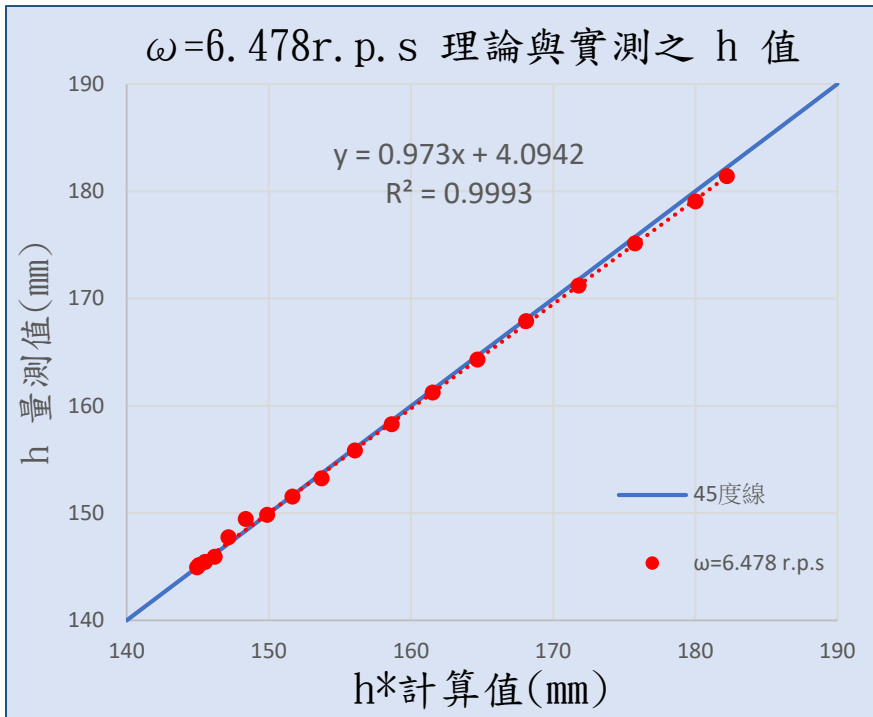


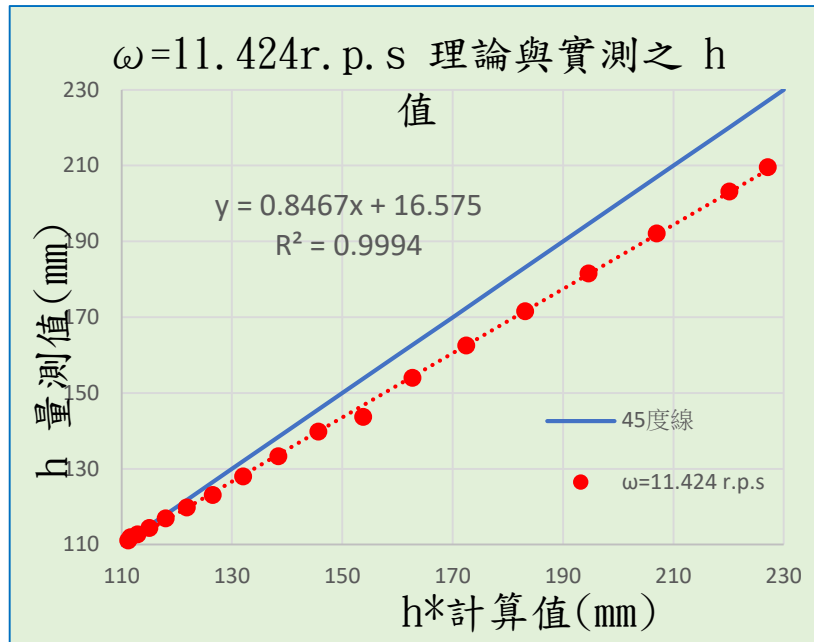


### 五、問題與討論

1. 計算 h 值，點繪其結果，並與理論值做比較。

(Ans.)





2. 試問強制渦流各位置之總能量  $(\frac{P}{\rho g} + h + \frac{V^2}{2g})$  是否為定值，試繪其與  $r$  值之關係，並與水面線做一比較。

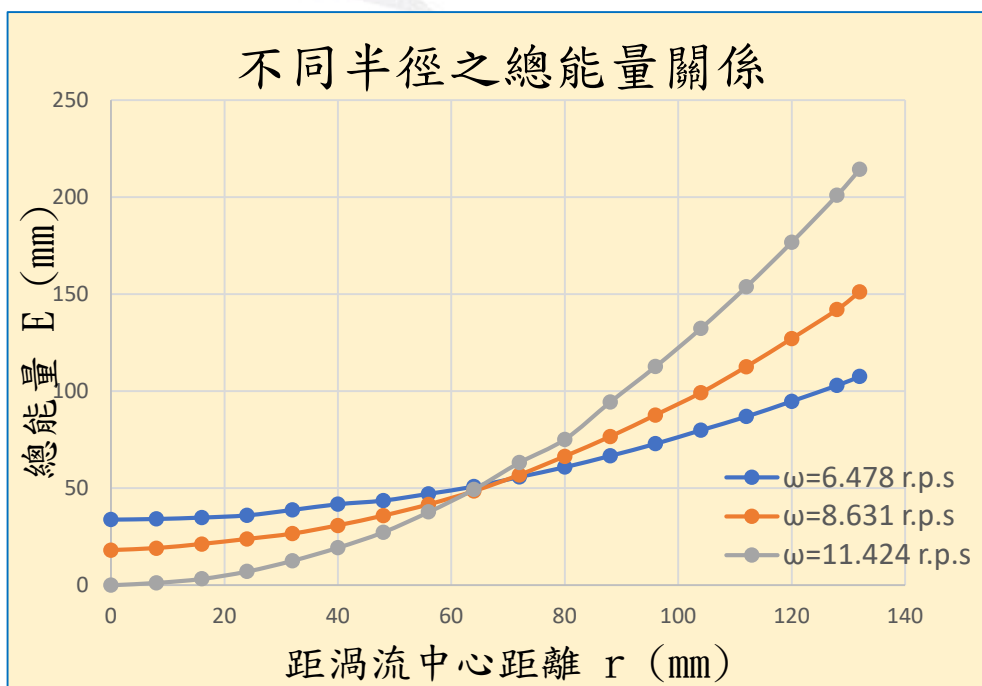
(Ans.)(1) 強制渦流各位置之總能量趨近於定值。

$$E = (\text{位頭} + \text{速頭}) = Z + \frac{(\omega r)^2}{2g}$$

$Z$  = 當時量測水位高 - 設定基準點

(2) 由能量公式發現，轉速愈快，越外圍的水面的速頭愈高，再加上位頭也升高，所以

當轉速愈高，總能量也會愈高。



## 渦流試驗

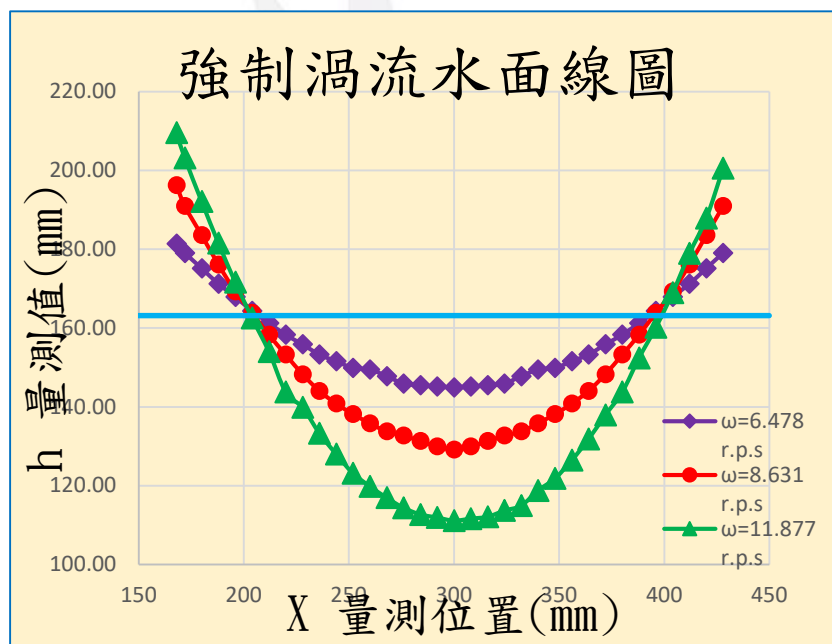
3. 液體之黏滯性對強制渦流的影響為何，試說明之。

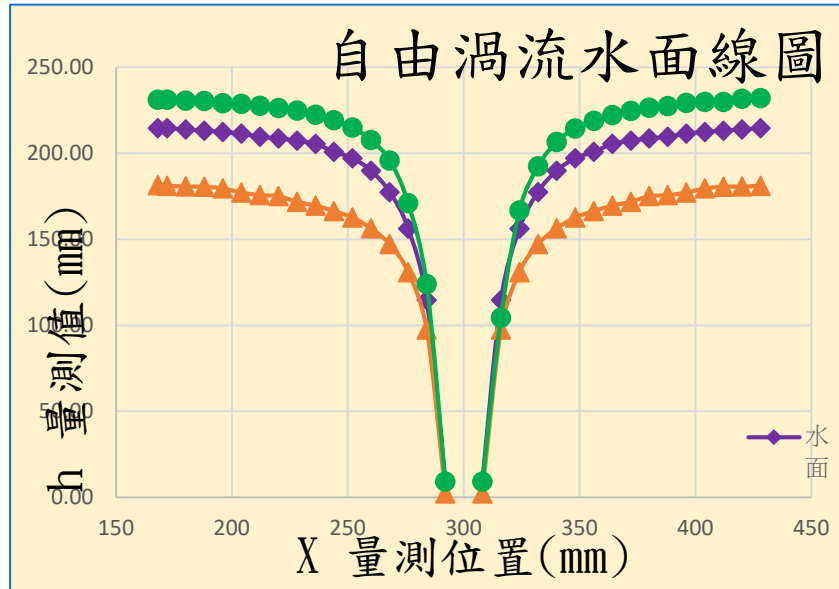
(Ans.)

液體的黏滯性會影響強制渦流的位頭和速頭，因為液體間具有黏滯性，黏滯性越高，摩擦擦力越高，使轉動難以牽制液體形成渦流，液體彼此會互相吸引，且會對邊壁產生較大的吸吸附力(附著力)，所以因為強制渦流具有黏滯性，應該要將摩擦力加入探討，使強制渦流要用更多能量才能形成。

4. 根據(4-9)式，可定義能量線為： $\frac{P-P_0}{\gamma} + (h - h_0) - \frac{\omega^2 r^2}{2g} = c$ 不同的  $c$  值，代表個別對應之等能量線。比較不同  $\omega$ ，繪出 3~5 條不同之能量線，並與  $\omega=0$  時做一比較。

(Ans.)



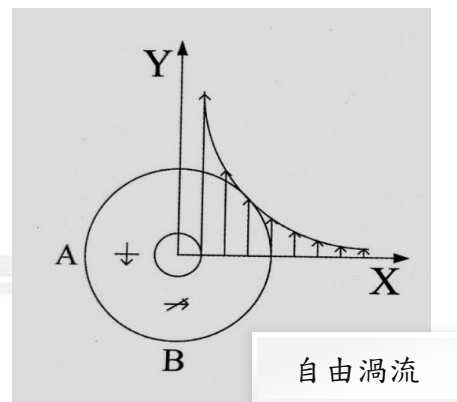
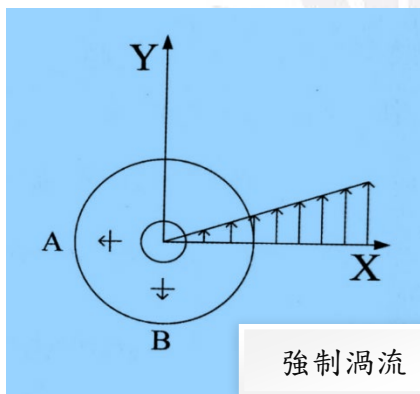


5. 請探討強制渦流是否具有可旋性。

(Ans.)

是，具有可旋性。

假設小桿放於流場A 位置，隨著流動至B，很明顯的可以由圖中看出小桿不會產生轉動，故類似剛體旋轉的流動屬於旋轉流。



6. 請舉例自然界中有哪些為強制渦流？

(Ans.)

當流體受到一些外力作用而保持該旋轉狀態，即為強制渦流。

例如：發電廠中的水輪機、果汁機、用攪拌棒泡牛奶。

7. 試討論自由渦流與強制渦流之異同。

(Ans.)

強制渦流：

## 渦流試驗

1. 為旋轉流
2. 旋度不等於 0
3. 速度等於  $\omega r$ ，等壓面為旋轉拋物面的自由液面
4. 保持剛體之不變形。

自由渦流：

1. 為分旋轉流
2. 旋度等於 0
3. 速度分布與半徑成反比，適用於柏努力方程式
4. 非剛體旋轉。

### 8. 自由渦流是否有等勢能線？

(Ans.) 是。

流線中能量相等各點所連成之線稱之為等勢能線。因為自由渦流為無旋轉流，可用等勢

能線表示。我們可以在二維流動中定義出流線函數，但要找得出相對應的速度勢，流動必須

是無旋轉的，且發現流線與等勢線相互正交。

### 9. 試舉例自然現象中哪些為自由渦流？

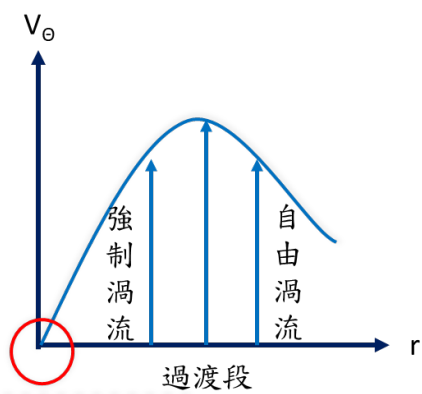
(Ans.)

龍捲風、颱風(颱風眼為強制渦流)、排水口附近的漩渦...等。

自由渦流現象主要是受到柯氏力及壓力梯度力的影響，流體因為壓力差的關係，會從高

壓區往低壓區流動。例如颱風，由於颱風中心屬於低氣壓區，因此受到壓力梯度力的影響，

導致空氣會由外向內流動。



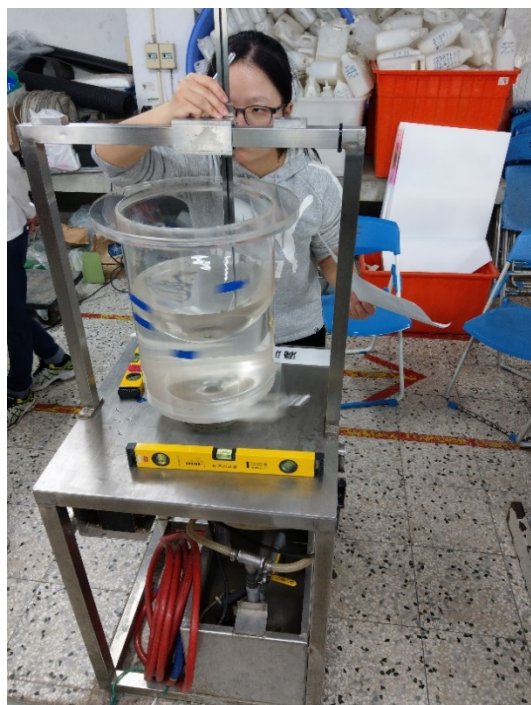
颱風眼之中心點速度為零，與強制渦流相同，故颱風眼為強制渦流



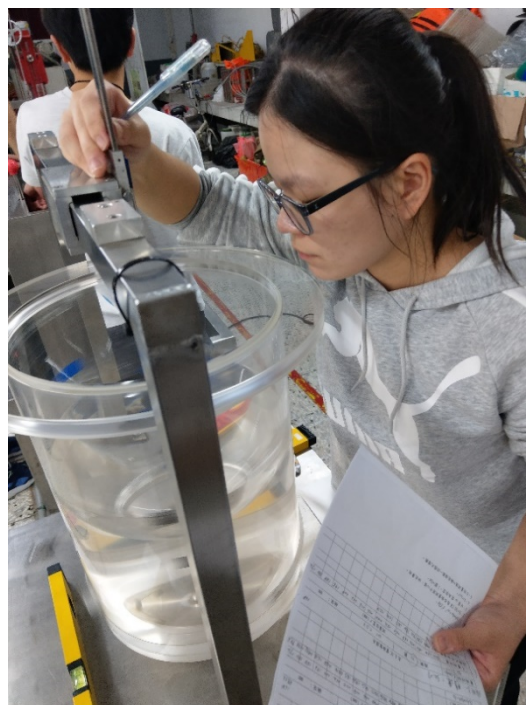
## 六、實際實驗記錄



## 渦流試驗



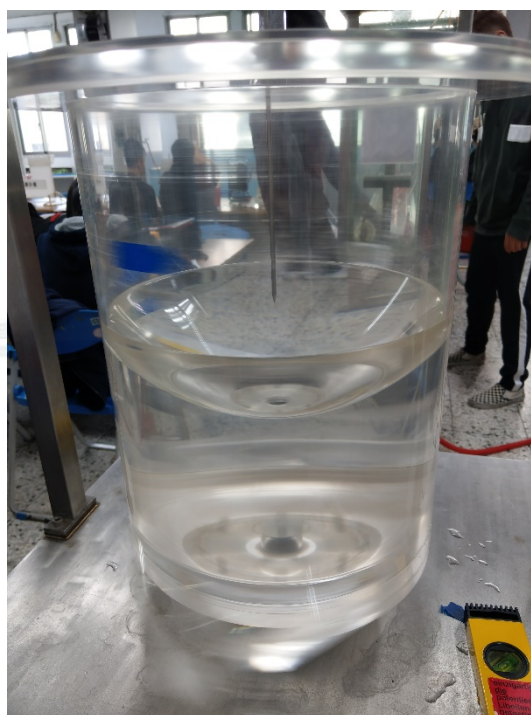
圖四、觀看游標尺須平行



圖五、有標尺指針僅能好觸及水面



圖六、自由渦流



圖七、強制渦流

## 七、實驗結果與心得

許汶芳：這次實驗其實整體不難，但需要耗費非常多時間才能完成，而且在量測的時候因為游標尺的螺絲太老舊，所以游標尺已經無法固定，需要一邊看數據一邊用手把游標尺固定在刻度上，我們一開始就是沒發現游標尺會漸漸下滑，還因此重新測量。另外強制渦流在量測前也需要特別注意，一定要等到中心點不畫在下陷才能開始量測，這需要滿多時間。

謝侑廷：這次的實驗是既複雜又要有耐心，比起上個實驗要下更多的心思精神下苦功，我們還為了這是我們的期末報告所以特地的做了更多數據出來，增加精確度降低誤差值，但儀器上實在太老舊產生了很多不必要的浪費時間所以還是做不完而補做了一次實驗。

吳沂哲：這次的實驗真的非常需要耐心和毅力，因為要等到強制渦流呈現穩定要等上不少時間，而自由渦流要調整到出入流量穩定也是不好操作，儀器底下的馬達晃動也對實驗造成不少的影響，還好有同學提醒可以用手撥動水來使其穩定，不然可能會等到天荒地老。

## 八、結論與建議

1. 在左右移動量測水面高時不能探針觸碰到水面，以免影響渦流的流動。
2. 做實驗時要有耐心，尤其在做強制渦流時要確定渦流中心已降至最低點。。
3. 勿將身體壓在機台上觀察，會影響到儀器運轉的穩定度。
4. 實驗台會受到馬達震動的影響，而使穩定後的渦流，放置一段時間後會不規則的晃動，此時可以用手反向輕撥水面，使渦流穩定。

## 九、參考文獻

1. 逢甲大學學生報告 ePaper (2006)
2. 流體力學試驗手冊，許少華編著，逢甲大學出版社