



逢甲大學學生報告 ePaper

報告題名：

液晶顯示器光學膜片之機械性質量測

Measurement of Mechanical Properties of Optical Films  
for the Liquid Crystal Display

作者：張昭莒

系級：機械與電腦輔助工程學系

學號：D9225060

開課老師：趙魯平

課程名稱：專題研究

開課系所：機械與電腦輔助工程學系

開課學年：九十五學年度 第一學期



## 摘要

近年來，隨著時代的演進、科學的進步與市場的需求，液晶顯示器(LCD)逐漸地取代陰極射線管顯示器(CRT)，並因為其輕薄、低耗電與零輻射，而被廣泛地應用在各種大小的產品上，成為新一代的熱門商品。但由於隨著 LCD 規格越大，內部燈管也越大越多，以及其在長時間使用的情況下，使得 LCD 產生與累積大量的熱能，讓光學膜片受熱應力而產生皺折與翹曲，導致畫面亮度不均或破壞液晶面板；而且 LCD 的面板與背光模組的內部構造複雜、硬度低，因此整體結構脆弱、單價高且維修不易。因此，光學膜片之機械性質能被精確地量取，將對產品設計、成像品質研究與耐用度上是很重要的依據。

在各式各樣測量膜片機械性質的方法中，本文選用膨脹測試法(Bulge Test)來測量手機產品上的擴散片。利用膨脹測試法中光學干涉儀之全域式的優點，來測量擴散片受均勻面壓力後平面外(Out-of-plane)的位移，並配合膨脹方程式理論公式，希望能求得擴散片之殘留應力(Residual Stress)、雙軸模數(Biaxial Modulus)、楊氏模數(Young's modulus)與波松比(Poisson's ratio)。

本專題獲得“行政院國家科學委員會 95 年度大專學生參與專題研究計畫”補助，國科會計畫編號：NSC95-2815-C-035-006-E。

關鍵詞：背光模組、光學膜片、翹曲、皺摺、楊氏模數、波松比

## 目錄

摘要.....	I
目錄.....	II
圖目錄.....	V
表目錄.....	VI
符號說明.....	VII
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.1.1 液晶顯示器.....	1
1.1.2 背光模組之簡介.....	3
1.1.3 背光模組之光學基礎理論.....	6
1.1.4 背光模組之關鍵光學零組件介紹.....	8
1.2 研究動機.....	12
1.3 研究方法.....	14
1.4 內容簡介.....	15
第二章 理論.....	17
2.1 量測膜片機械性質的技術.....	18

2.1.1 奈米壓痕法.....	18
2.1.2 微懸臂樑測試.....	19
2.1.3 微拉伸試驗.....	20
2.1.4 膨脹測試法.....	21
2.2 膨脹方程式之修正歷程.....	22
2.2.1 Beams 之膨脹方程式.....	22
2.2.2 Timoshenko 之受均勻負載圓板的大變形近似方程...	27
2.2.3 Lin 之膨脹方程式.....	31
2.2.3.1 薄膜片模型之膨脹方程式.....	31
2.3 電子光斑影像干涉術.....	37
2.3.1 電子光斑影像干涉術之面外量測.....	38
2.4 相移術.....	43
2.4.1 三步相位移法.....	45
2.4.2 四步相位移法.....	47
2.4.3 五步相位移法.....	49
2.4.4 五一相移術.....	50
第三章 實驗設備與操作.....	53

3.1 膨脹測試實驗設備.....	53
3.2 膨脹測試實驗流程.....	60
3.2.1 膨脹測試試片製作 .....	60
3.2.2 膨脹測試實驗操作.....	61
第四章 實驗結果與討論.....	63
4.1 手機擴散片實驗結果.....	64
4.2 結果討論.....	68
第五章 結語.....	69
參考文獻.....	70
誌謝.....	73



## 圖目錄

圖 1.1	主動式矩陣型 LCD 結構.....	2
圖 1.2	邊光型背光模組主要結構圖.....	4
圖 1.3	直下型背光模組主要結構圖.....	5
圖 1.4	中空型背光模組主要結構.....	6
圖 1.5	同介質之全反射的反射角會等於入射角.....	7
圖 1.6	擴散片構造圖.....	10
圖 1.7	翹曲現象(Polling Mura).....	13
圖 1.8	韓國 Sanaung 公司 26 吋 LCD TV 的水波紋現象.....	13
圖 1.9	膨脹測試實驗.....	15
圖 2.1	奈米壓痕局部特寫.....	18
圖 2.2	微懸臂樑.....	20
圖 2.3	微拉伸試驗.....	21
圖 2.4	膨脹測試法.....	21
圖 2.5	膜片受均勻面壓力而膨脹，形狀假設為球殼的一部分.....	22
圖 2.6	膜片受均勻面壓力的情形.....	22
圖 2.7	膨脹懸浮膜片的邊緣效應.....	26
圖 2.8	圓形板材上，各函數分布示意圖.....	28

圖 2.9	圓形薄膜片模型.....	32
圖 2.10	ESPI 面外量測之光路架設方式.....	38
圖 2.11	ESPI 面外量測時，待測膜片變形前後光程差.....	40
圖 2.12	PZT 推動參考面的方向平行於參考光.....	44
圖 3.1	加壓系統.....	55
圖 3.2	膨脹測試系統（其中包括加壓系統與光學測量系統）.....	59
圖 3.3	膨脹測試用試片.....	60
圖 3.4	加壓艙體與周圍裝置的設備.....	62
圖 4.1	手機擴散片膨脹測試曲線（膜片厚 $38\mu m$ ，試片孔徑 $4mm$ ）.....	65
圖 4.2	五步相移術所對應之干涉圖：(a)相移角 $\delta_1 = 0$ ；(b)相移角 $\delta_2 = \frac{\pi}{2}$ ；(c)相移角 $\delta_3 = \pi$ ；(d)相移角 $\delta_4 = \frac{3\pi}{2}$ ；(e)相移角 $\delta_5 = 2\pi$ ；(f)相位折疊圖.....	66
圖 4.3	手機擴散片之相位展開圖（面外位移圖）.....	67

## 表目錄

表 4.1	擴散片機械性質.....	68
-------	--------------	----

## 符號說明

膨脹方程式：

$E$	楊氏模數(Young's modulus)
$\nu$	波松比(Poisson's ratio)
$M$	膜片之雙軸模數(Biaxial Modulus)
$h$	膜片中心點垂直方向的位移量
$t$	膜片厚度
$R$	膜片之曲率半徑
$a$	膜片的半徑
$P$	壓力
$w$	垂直方向的位移函數
$u$	徑向方向的位移函數
$\sigma_0$	殘留應力(Residual Stress)
$\sigma_\theta$	橫向應力
$\sigma_r$	徑向應力
$\varepsilon$	應變
$\varepsilon_0$	殘留應變(Residual Strain)
$\varepsilon_\theta$	橫向應變
$\varepsilon_r$	徑向應變
$N_r$	每單位長度在徑向方向的力
$N_\theta$	每單位長度在圓周切線方向的力
$N_r^{tot}$	膜片平面徑向方向的總力
$N_\theta^{tot}$	膜片平面圓周切線方向的總力
$V$	膜片總應變能



$V_{Bending}$	彎矩應變能
$V_{Stretching}$	延伸應變能
$V_{el}$	彈性延伸應變能
$V_{res}$	殘留應變能
$V_{sys}$	系統位能
$c_1, c_2$	膨脹方程式的係數
$C_1, C_2$	形狀函數的係數
$k_i$	形狀函數的係數

電子光斑影像干涉術：

$E_o$	物光電場函數
$E_r$	參考光電場函數
$A_o$	物光之振幅
$A_r$	參考光之振幅
$R_o$	物光初始光程
$R_r$	參考光初始光程
$\phi_o$	物光相位
$\phi_r$	參考光相位
$\phi_o'$	變形後，物光相位
$\phi_r'$	變形前，參考光相位
$\delta_o$	變形前後，物光增加的光程差
$I_o$	物光之光強
$I_r$	參考光之光強
$I_{af}$	變形後的光強
$I_{bf}$	變形前的光強

$\lambda$	雷射光波長
$\phi$	初始相位差
$\alpha$	入射角
$\beta$	反射角

**相移術：**

$N$	干涉條紋級數
$\delta$	相移角
$\Phi$	待測物變形所產生的相位差



# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景

此小節將對液晶顯示器與背光模組作詳細的介紹。

### 1.1.1 液晶顯示器(Liquid crystal display, LCD)

液晶顯示器[1~2]除了具有輕薄、低耗電量、與陰極射線管顯示器(Cathode Ray Tube, CRT)相比幾乎無輻射等優點外，還能與半導體製程技術相容，使其成為平面顯示器市場的主流。

液晶顯示器的工作原理是利用液晶的物理特性，在通電時導通，使液晶排列變得有秩序，使光線容易透過；不通電時，排列則變得混亂，阻止光線透過。這種利用外加電場來產生光的調變現象，稱為液晶的光電效應。利用此效應所設計製造出的液晶顯示器計有扭轉向列型液晶顯示器(Twisted Nematic Liquid Crystal Display, TN-LCD)、薄膜電晶體液晶顯示器(Thin Film Transistors Liquid Crystal Display, TFT-LCD)、及高分子散佈型液晶顯示器(Polymer Dispersed Liquid Crystal Liquid Crystal Display, PDLC-LCD)等。而液晶顯示器依據驅動方式可分成被動矩陣驅動及主動矩陣驅動兩大類。再依據光源可將液晶顯示器的顯示效果模式分為穿透式、反射式、及半穿透反射式。

以薄膜電晶體液晶顯示器(TFT-LCD)為例，其為主動矩陣驅動、穿透式液晶顯示器。其主要構造由液晶面板與背光模組兩大結構所組

成。而液晶面板包括玻璃基板、偏光片、彩色濾光片、液晶材料、驅動IC、配向膜、ITO導電薄膜和其它元件製程需用到的材料及化學用品等。液晶顯示器運作方式，首先由背光模組射出的光線照射在偏光片上並穿透過去，穿透的光被偏極化後再穿透液晶，由於液晶分子的排列狀態可由外加驅動電壓來改變，因此進而可改變偏極光的偏光角度與光透過率，也因隨著偏光角度的改變，偏極光的強度也有所不同，而不同強度的偏極光經由彩色濾光片的藍、綠、紅三種畫素後再混色加成，就會顯現出各種不同顏色和亮度的畫素，最後由各種畫素就可組成眼睛所看見的各種圖案或影像[2]。

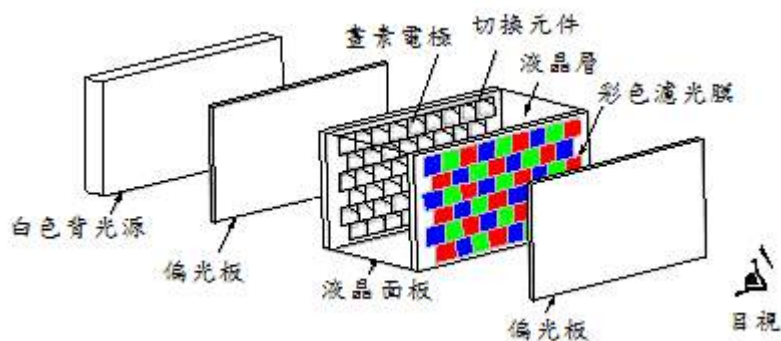


圖 1.1 主動矩陣型LCD結構

## 1.1.2 背光模組(Back Light Module)之簡介

背光模組(Back Light Module) [1][3~6]又稱作背光板或背光源，是一個能提供充足亮度與分佈均勻光源的零組件，目前普遍的運用在各種通訊、資訊消費產品上，例如底片掃瞄器、幻燈片看片箱、醫療器材、監視器、數位相機(Digital Still Camera)、衛星導航系統(Global Positioning System, GPS)、個人數位助理(Personal Digital Assistant, PDA)、筆記型電腦(Notebook, NB)和液晶顯示器(Liquid Crystal Display, LCD)等產品，其中又以具有液晶面板組件的產品在市場上銷路最大。不過由於液晶面板本身不發光，所以背光模組就成為提供光源的一個關鍵光學組件，其重要性也隨之增加。

背光模組可分成前光式(Front Light)與背光式(Back Light)兩種，其中背光式又依產品規格的要求，以燈管的位置不同，設計出下列三大結構：

(1) 邊光式(Edge Lighting)結構：此結構一般常用在18吋以下中小尺寸的背光模組，其發光源是放在側邊的單支光源（如冷陰極螢光管，導光板採用射出成型的無印刷式設計。而側邊入射的光源設計，擁有輕量、薄型、窄框化、低耗電的特色，因此手機、個人數位助理(PDA)、筆記型電腦等產品通常都是用此種光源設計，不過也有大尺寸的背光模組採用邊光式結構。

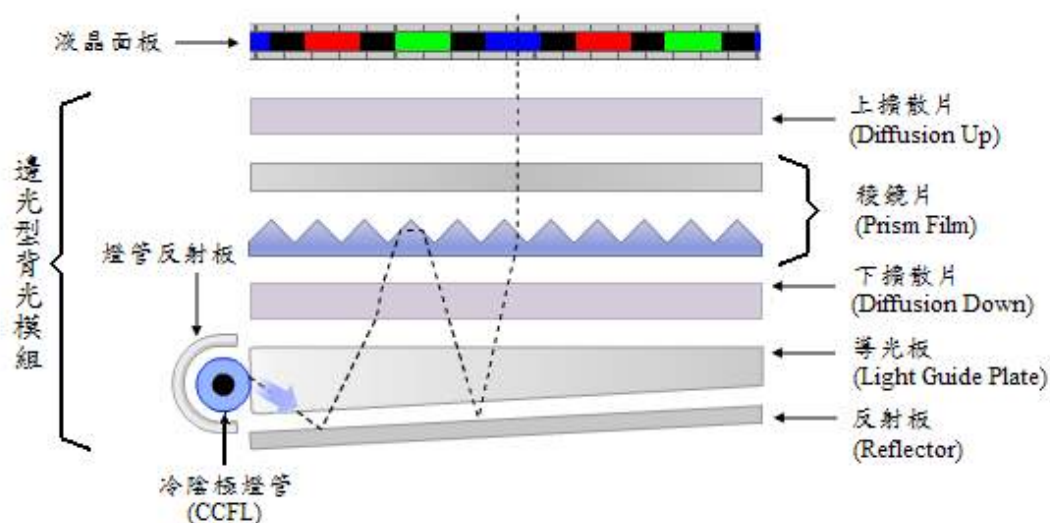


圖1.2 邊光型背光模組主要結構圖

(2) 直下型(Bottom Lighting)結構：此結構主要為了因應更高亮度的需求，並配合大尺寸的背光模組所設計出來的。由於邊光式結構已經無法在重量、耗電及亮度上佔優勢，因此將原本能減輕模組重量及厚度考量的側面光源改為由直下式光源(例如燈管、發光二極體等)將光線從正下方直接射入，並藉由反射板反射後，經擴散片均勻分散轉變為平面光源後進入液晶面板。也因光線從正下方射入，光源的平面化只需由擴散片完成，不像邊光式背光模組要利用導光板上的網點結構，將側邊的冷陰極螢光管線光源或發光二極體點光源射出的光產生重複折射後，導出形成均勻面光源。更因為安置空間變大，所以可依液晶面板大小使用兩根或三根以上的燈管，但同時也增加了背光模組的厚度、重量與耗電量。其優點為高輝度、良好的出光視角、光利

用效率高與結構簡易化等，因而適用於針對可攜性及空間要求較不挑剔的LCD Monitor 與LCD TV。其高消費電力（使用兩根以上的冷陰極管）、均一性不佳及造成LCD 發熱等問題仍需要求改善。

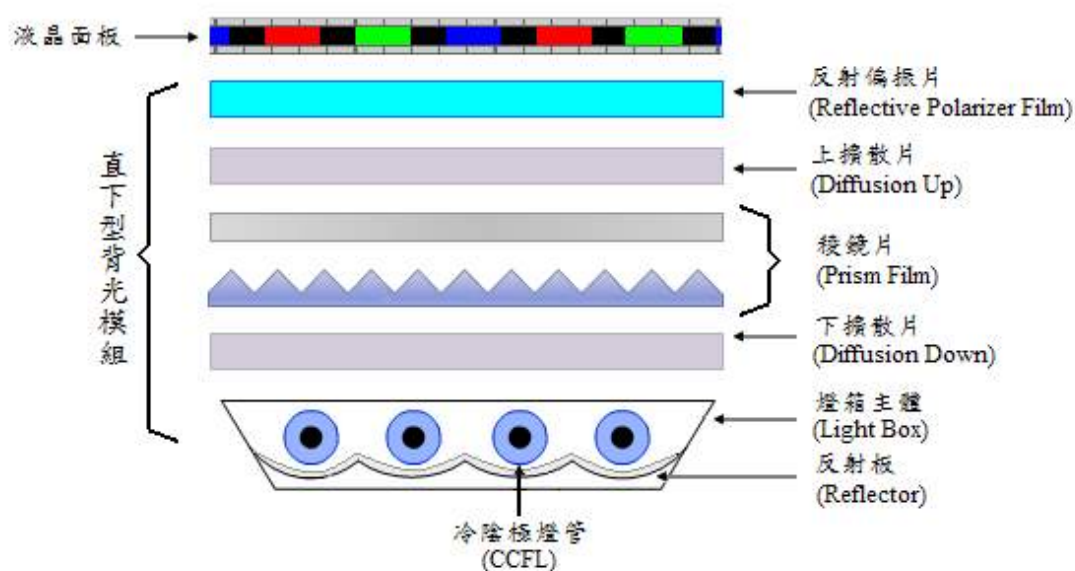


圖1.3 直下型背光模組主要結構

(3) 中空型結構：隨著大眾對於影像觀感上的要求，LCD也朝更大尺寸的方向發展。像這類被拿來當作監視器及壁掛式電視的超大型LCD，除了要求大畫面、高亮度及輕量化外，在電器上更是要求高功率下的低熱效應。而近年來發展的中空型結構的背光模組，使用熱陰極螢光管作為發光源，光源所射出的光線被稜鏡片與反射板調整方向及反射後，一部分穿過導光板、擴散片與稜鏡片並射向液晶面板，另一部分因全反射再度進入中空腔體直到經折、反射作用後穿過導光

板、擴散片與稜鏡片射出。導光板的形狀為楔型結構，目的在求均一化的效果。

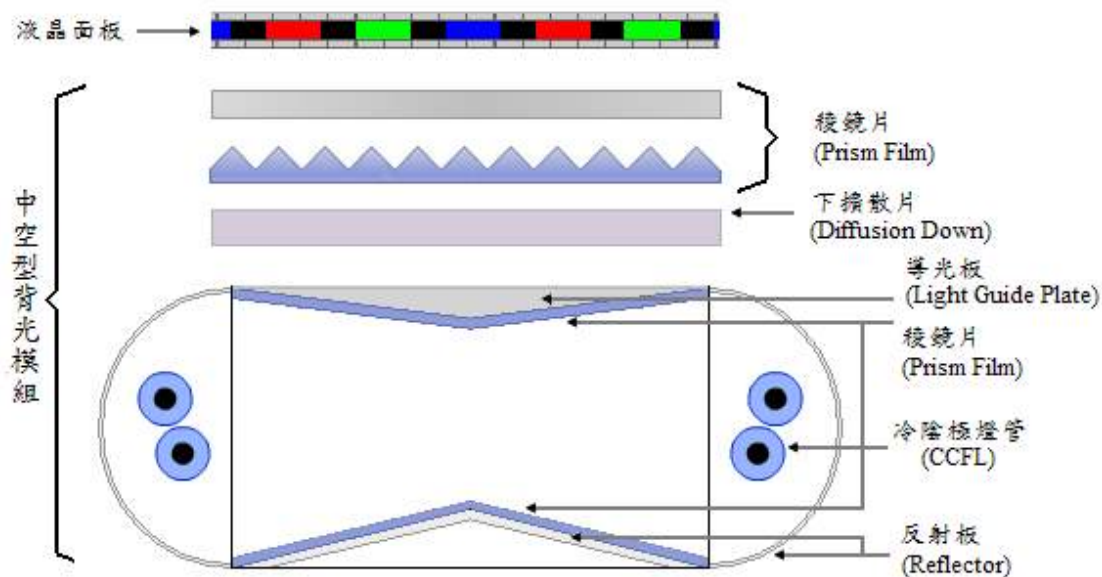


圖1.4 中空型背光模組主要結構

### 1.1.3 背光模組之光學基礎理論

為瞭解上述結構的設計方法，以下介紹所使用之相關基礎理論。

以光學原理來分類，背光模組所使用到的光學基礎理論為幾何光學 [3][7~8]。其中包括反射、折射原理，可表示成：

$$\theta_i = \theta_r \quad (1-1)$$

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \quad (1-2)$$

其中  $\theta_i$  為入射角， $\theta_r$  為反射角，而兩者所在介質之折射率為  $n_1$ ； $\theta_t$  為折射角，而其所在之介質的折射率為  $n_2$ 。



在折射定理中，當光線由疏介質進入密介質時，入射角會大於折射角；而當光線由密介質入射至疏介質時，折射角將會大於入射角。當折射角大於 $90^\circ$ 時，折射現象會發生在同一介質，這時稱之為全反射現象。而當折射角( $\theta_t$ )等於 $90^\circ$ 時之角度時，所對應之入射角度( $\theta_i$ )稱為全反射之臨界角( $\theta_c$ )。因此將 $\theta_t = 90^\circ$ 與 $\theta_i = \theta_c$ 兩條件代入公式(1-2)，則臨界角( $\theta_c$ )可表示成：

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (1-3)$$

其中  $n_1 > n_2$ 。

由上式可知，只要當入射角大於全反射臨界角時，全反射現象即會發生。而當入射角大於全反射臨界角時，全反射光線會遵循反射定理，即發生在同介質之全反射的反射角會等於入射角，如圖1.5所示。以全反射原理作為光傳遞最顯著之應用有光纖通訊：利用光之全反射原理讓光在光纖中傳遞[8]。

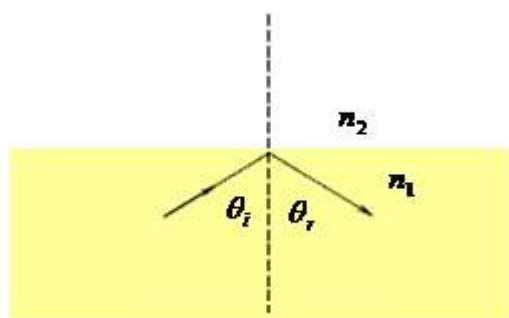


圖1.5 同介質之全反射的反射角會等於入射角

### 1.1.4 背光模組之關鍵光學零組件介紹

背光模組[4]主要是由發光源、燈罩、反射板(Reflector)、導光板(Light Guide Plate, LGP)、偏光轉換膜(P-S Converter)、擴散片(Diffusion Sheet 光學用模片1-2片)、稜鏡片(Brightness Enhancement Film 增光膜1-2片)及外框等組件組裝而成。

#### ■ 發光源(Light Source)

發光源必須具有高亮度與高壽命等特色，而目前所使用的發光源包括冷陰極螢光管(Cold Cathode Fluorescent Lamp, CCFL)、熱陰極螢光管(Hot Cathode Fluorescent Lamp, HCFL)、發光二極體(Light Emitting Diode, LED)與電激發光片(Electro Luminescent, EL)等。而其中以冷陰極螢光管具有高壽命、高效率、高輝度極高演色性等特點，再加上外形是圓柱狀，因此易與光反射元件組合成薄板狀照明裝置，所以目前光源以冷陰極螢光管為主流。

#### ■ 反射板(Reflector)

以邊光式背光模組為例，邊光式的反射板放置於導光板底部，將來自底面漏出的光反射回導光板中，防止光源外漏，以增加光的使用效率。而直下式背光模組的反射板則是放置或黏貼在燈箱底部表面，

將經擴散片部份反射往燈箱底部的光束再次反射回擴散片。

## ■ 導光板(Light Guide Plate)

導光板功能在於導引光線方向，以提高面板光輝度及控制亮度的均勻性，其主要應用在邊光式背光模組。以邊光式背光模組為例，位於導光板厚側端面的冷陰極螢光管將其所發的光以端面照光的方式進入導光板後，大部分的光以全反射的方式傳向導光板薄的一端。當光線在底面碰到微結構後，會往正面射出。而利用疏密、大小不同的微結構圖案設計可使導光板面均勻發光。

導光板是利用射出成型的方法將丙烯壓製程表面光滑的楔形板或平板，然後用具有高反射率且不吸光的材料，在導光板底面用網版印刷印上圓形或方形的擴散點。通常筆記型電腦因考慮空間關係均採用楔型板，而LCD Monitor與LCD TV則採用平板為主。

## ■ 擴散片(Diffusion Sheet)

擴散片的功能為提供液晶顯示器一個均勻的面光源。一般傳統的擴散片主要是在擴散片基材中，加入一顆顆的化學顆粒，作為散射粒子，而現有的擴散片其微粒子分散在樹脂層之間，所以光線在經過擴散層時會不斷的在兩個折射率相異的介質中穿梭，而同時光線就會發

生許多折射、反射與散射的現象，如此便造成了光學擴散的效果。另一種製作方法是使用全像技術，經由曝光顯影等化學程序將毛玻璃的相位分部紀錄下來粗化擴散片基材表面，以散射模糊導光板上的墨點或線條，但在如此的光路架構下，會由於材料本身及化學顆粒的性質造成吸光，而且其對光的散射是散亂的。如此將會有部分的光強被浪費，而造成光源無法有效的利用，再加上其化學製程較費時，所需的生產成本相對也較高。

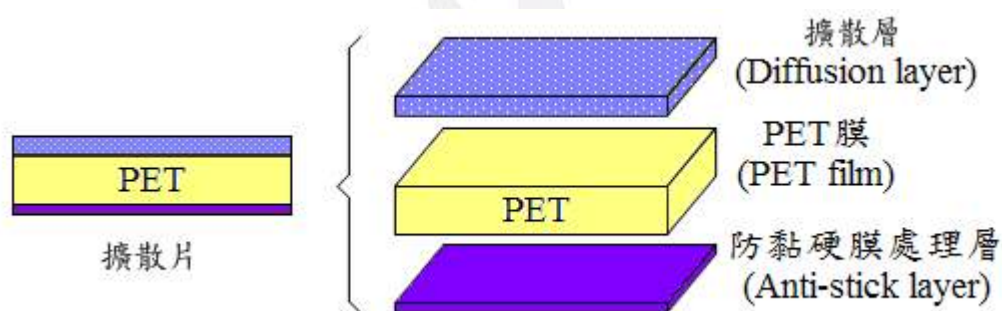


圖1.6 擴散片構造圖

## ■ 稜鏡片(Brightness Enhancement Film, BEF 增光膜)

由於從擴散片射出的光之指向性較差，因此必須利用稜鏡片來修正光的方向。稜鏡片主要以多元酯 (Polyester) 或聚碳酸酯 (Polycarbonate) 為材料，其表面結構一般為稜形柱體或半圓柱體。稜鏡片的原理是藉由光的折射與反射來達到凝聚光線、提高正面輝度的目的，如此可以增加光線從擴散片射出後的使用效率，使得背光模

組的輝度提高60%~100%以上。通常一組背光模組會使用兩片稜鏡片，彼此方向垂直，將光集中使輝度增加。

## ■ 偏光轉換膜 (P-S Converter)

採用偏光轉換膜的功能是使光源做偏極態轉換。偏光轉換膜是藉由特殊的光學塗佈與結構特殊的排列方式構成光分離板，將出射光分離成P偏光與S偏光，S偏光又經反射後變成P偏光後，即可通過偏光板。也有利用一片膽固醇型液晶片與1/4波片構成的偏光反射板，將導光板的出射光分離成左旋與右旋圓偏光，左旋圓偏光通過1/4波片後變成直線偏光，可直接通過液晶顯示器的第一面偏光板，而右旋圓偏光經反射板反射後，也變成左旋圓偏光而被利用。利用偏光轉換的技術可提高液晶顯示器的光使用效率而達到亮度提高的目的，和使用稜鏡片的方法比較起來，除了正面亮度得到提升之外，大視角方向的亮度也同時得到提升，此為偏光轉換技術的另一個優點。

## 1.2 研究動機

液晶顯示器由於輕薄、低耗電與零輻射的優點，已經廣泛地使用在行動電話、數位相機、衛星導航系統、個人數位助理(PDA)與筆記型電腦(NB)等產品上，而 LCD Monitor 與廠商因應市場的需求所推出的 LCD TV，更逐漸取代了傳統的陰極射線管顯示器(CRT)。在隨者液晶顯示器被大量製造與使用的情況下，對於其品質與耐用度的要求也相對的提高，其中以背光模組內的光學膜片組件最值得去探討。

在 LCD 中，背光模組內的光學膜片組件多採用聚合酸酯 (Polycarbonate, PC)、聚對苯二甲酸乙二醇酯 (Polyethylene Terephthalate, PET)或聚甲基丙烯酸甲酯 (Polymethyl Methacrylate, PMMA)等具有良好光學性質的高分子材料[9~10]。可是這些材料的吸水性質高，即使在上面均塗布抗吸水層，但隨著 LCD 規格越大，內部燈管也越大越多以及其長時間處於高濕環境中經由燈管熱源的烘烤使用下，卻依然會產生皺摺或翹曲(Warp)現象 (如圖 1.7 所示)，進而推擠、壓迫到上層的液晶面板組件，輕則使顯示器畫面亮度不均或產生水波紋(Polling Mura)現象，如圖 1.8 所示[11~15]，重則使顯示器破裂、損壞。在光學膜片組件中，又以距離燈管最近的擴散片所受的影響最大。而 LCD 的面板與背光模組的內部構造複雜、硬度低，因此整體結構脆弱、單價高且維修不易。

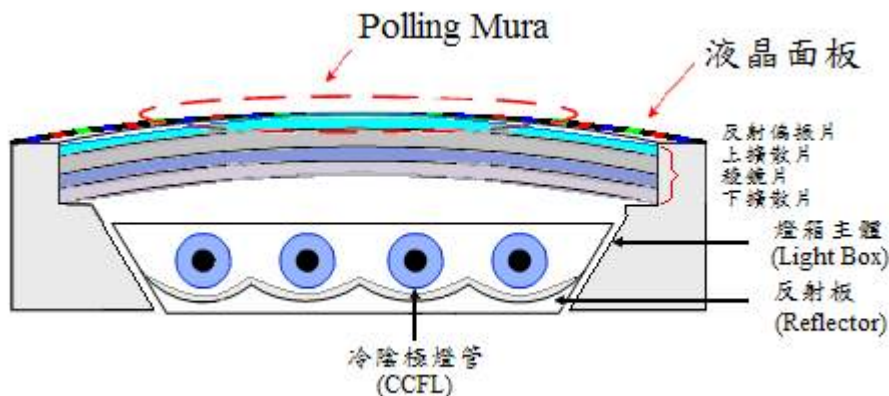


圖 1.7 翹曲現象(Polling Mura)

所以，在背光模組提供亮度足夠且均勻的光源為前提，LCD 為追求最佳光學性質又要顧及使用壽命且不易損壞的情況下，光學膜片組件的研發朝向高抗熱性與高耐用度等方向，因此其強度(Strength)、勁度(Stiffness)與殘留應力(Residual Stress)等機械性質將成為重要的參考資料。而本實驗選擇受影響最大的擴散片，針對其殘留應力、楊氏模數等機械性質作測量，以成為產品設計與成像品質研究的參考依據。

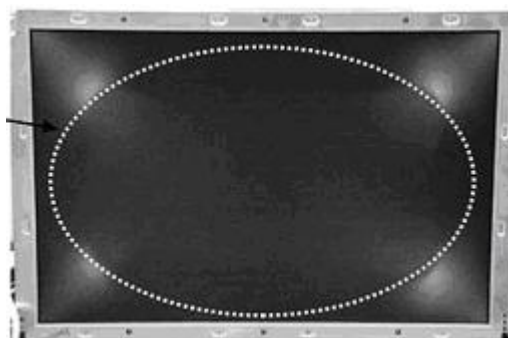


圖 1.8 韓國 Sanaung 公司 26 吋 LCD TV 的水波紋現象[15]

### 1.3 研究方法

本實驗主要是針對液晶顯示器之背光模組中，厚度範圍僅有幾十至幾百微米的擴散片，透過精密的量測技術獲得其機械性質。在各式不同測量膜片機械性質的方式中，本計畫擬採用膨脹測試法(Bugle Test)實驗(如圖 1.9)。

膨脹測試法主要是由膨脹方程式理論與光學量測系統所構成。其中本實驗的光學量測系統，所採用的是可測量平面內(In-of-plane)與平面外(Out-of-plane)位移的電子光斑影像干涉術(Electic Speckle Phenomenon Interferency)和相移術(Phase Shifting Technology)。藉由此光學量測系統之非接觸、全域性與高靈敏度的特點，將可得到膜片受均勻面壓力後膜片中心位置的位移量，並再配合以曲線擬合(curve fitting)方式擬合成的膨脹方程式，即可求得擴散片的殘留應力與雙軸模數(Biaxial Modulus)，其中雙軸模數  $M$  的定義為  $M = \frac{E}{1-\nu}$ 。

但由於薄膜膨脹方程式只能求出擴散片的殘留應力與雙軸模數，如想得到其楊氏模數就必須先得知波松比；而擴散片也因品牌、型號不同有所差異，光學膜片廠商也未量測與公開膜片楊氏模數與波松比。因此本實驗將以論文「平面顯示器光學膜片之機械性質探討」中所提供特定擴散片之波松比作為參考依據，藉此以求出特定擴散片之楊氏模數。



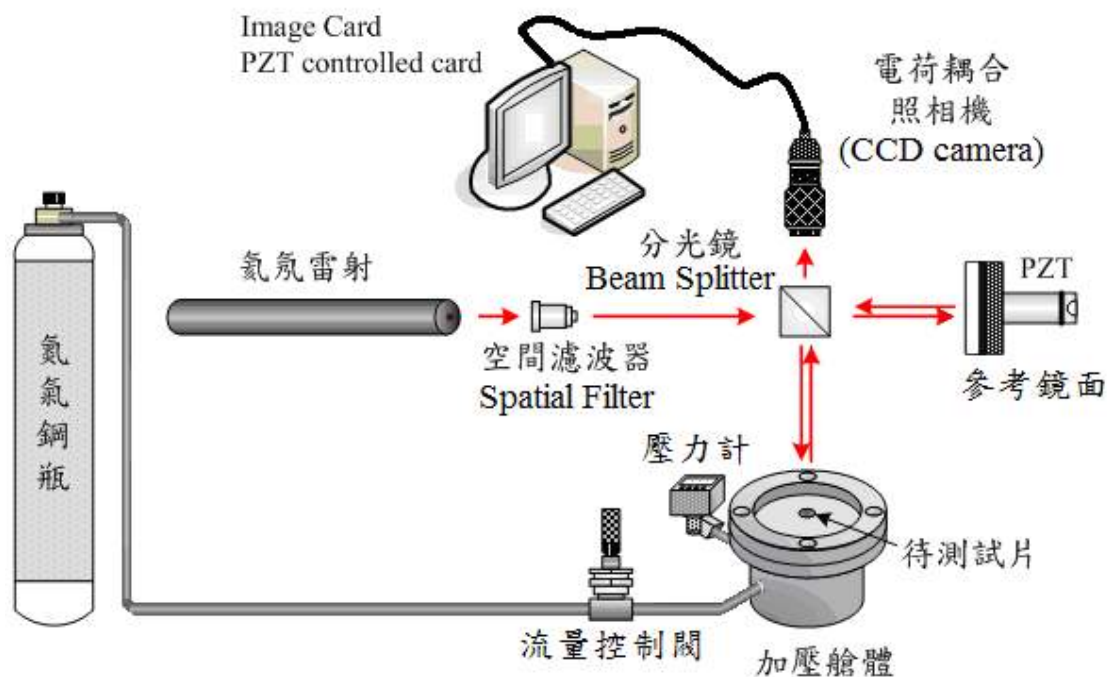


圖 1.9 膨脹測試實驗

## 1.4 內容簡介

本文第一章「緒論」除了對液晶顯示器與背光模組作詳細的介紹外，還提出液晶顯示器所面臨的問題，並藉此當作研究重點且說明研究方法。

第二章「理論」將介紹本實驗所使用方法之相關理論，其中包含膨脹方程式、電子光斑影像干涉術與相位移術。

第三章「實驗設備與操作」針對實驗用的儀器設備在功能與用途上作介紹，並說明試片製作方式以及實驗時的流程與操作步驟。

第四章「實驗結果與討論」提出手機擴散片的實驗數據，並分析

其數值與討論結果。

第五章「結語」對於本專題研究做出結論與感想。



## 第二章 理論

本章節將介紹此次實驗所運用的相關理論，而本實驗膨脹測試法所使用的加壓系統與光學測量系統，分別對應著不同相關的理論：加壓系統所對應的是膨脹方程式理論，而光學測量系統所對應的是電子光斑影像干涉術與相移術的理論。在 2.1 節先簡略介紹量測膜片機械性質的相關技術，並由當中選用膨脹測試法作為本實驗的研究方式，而 2.2 節至 2.4 節則進一步說明本實驗之膨脹測試法中的相關理論。

在 2.2 節介紹的是膨脹測試法中膨脹方程式的修正歷程，其中 2.2.1 節介紹最早由 Beams[17]所提出之未考慮邊緣效應的膨脹方程式；2.2.2 節則介紹 Timoshenko[20]的最小能量法所推導之受均勻負載圓板的大變形近似方程式；2.2.3 節再介紹由 Lin[21]利用最小能量法所推導之薄膜(Thin Film)膨脹方程式。

2.3 節所介紹的是膨脹測試法中電子光斑影像干涉術的理論，而其又分作面內(In-plane)量測與面外(Out-of-plane)量測的理論，此節與本實驗所介紹和使用的是面外(Out-of-plane)量測。

2.4 節則說明本實驗之膨脹測試法中，相移術應用在電子光斑影像干涉術的方式與理論。

## 2.1 量測膜片機械性質的技術

對於微米級、奈米級膜片的研究正被廣泛地討論著，因此有許多測量膜片機械性質的方法被提出。在此將介紹奈米壓痕法(Nanoindentation Test)、微懸臂樑測試(Micro Cantilever Beam Test)、微拉伸試驗(Micro Tensile Test)與膨脹測試法(Bugle Test) [16]。

### 2.1.1 奈米壓痕法(Nanoindentation Test)

主要是利用奈米壓痕試驗機，將僅數個奈米大小的壓頭尖端壓入薄膜試片，使其產生永久變形的壓痕，而奈米壓頭同時也會產生彈性與塑性變形，藉由位移與負載的關係求出膜片的機械性質。

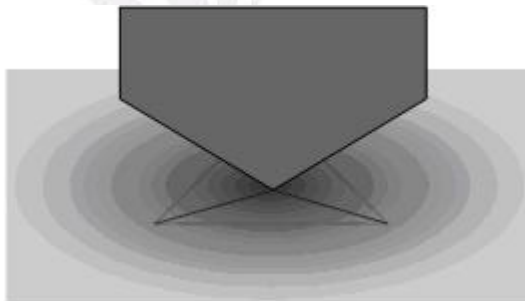


圖 2.1 奈米壓痕局部特寫

由於奈米壓痕法較為精確且應用廣泛，所以當施加較小的負載，可使得薄膜產生彈性變形；施加變動的負載，可量測連續性的剛性；壓頭對薄膜施加負載時，可量測壓頭和薄膜之間的摩擦力，找出薄膜的摩擦係數，也可量測薄膜的硬度。主要的缺點在於奈米壓痕機施加

淺壓痕時，形狀函數容易發散難收斂，且奈米壓痕機儀器昂貴。

### 2.1.2 微懸臂樑測試(Micro Cantilever Beam Test)

微懸臂樑是利用微製程技術所製作出的，如圖 2.2 所示。利用聲波、磁力場、靜電力負載或是壓電式換能器等方式可驅動微懸臂樑，使其產生週期性運動，再使用光學測量方法，量測微懸臂樑的動態響應；而計算出來的共振頻率配合幾何尺寸，可求得微懸臂樑試片的機械性質。這種利用振動獲得膜片機械性質的方法，具有高靈敏度和高解析度的優點，但是會因為激發方式的不同，除了造成實驗結果的差異外，還可能因為空氣耦合效應和空氣阻尼效應等因素，使得薄膜產生溫度而影響實驗結果。

此外，懸臂樑除了應用振動，還可利用可移動式探針在懸臂樑試片的自由端施加負載，然後量測不同負載下試片的位移量，找出試片產生塑性變形時所需要的負載，而產生斷裂時的負載，則可求出試片的降伏強度和破裂強度，此方法稱為彎曲測試法。但此方法容易因為試片表面不夠平滑，使得探針所施加的負載不均勻，影響實驗的結果。因此亦可使用 AFM 或奈米壓痕機，利用奈米級壓頭對微懸臂樑施加集中力負載，量測位移與負載的關係找出膜片機械性質。

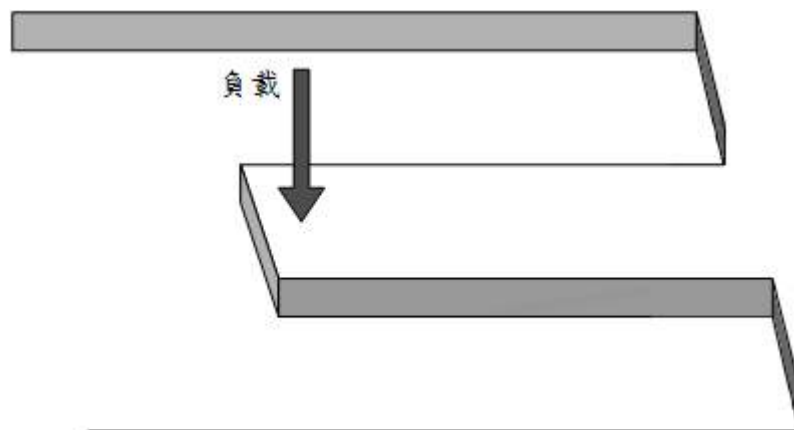
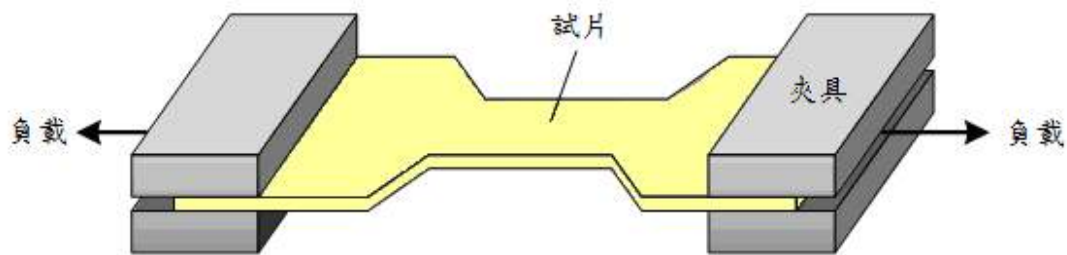


圖 2.2 微懸臂樑

### 2.1.3 微拉伸試驗(Micro Tensile Test)

以傳統拉伸試驗的原理為基礎，而設計出可拉伸毫米級甚至奈米級膜片的特殊微拉伸試驗機。利用微拉伸試驗機對毫米級或奈米級試片施加均勻的軸向負載，可直接量測到薄膜試片的應力與應變關係圖，得到試片的機械性質。

雖然微拉伸試驗的理論解析完整，並可以直接地量測出膜片的機械性質，但是試片機械性質容易受到製程影響，所以試片製作不容易；而且試片的夾具不容易穩定，在夾具固定時，試片上所造成的預應力和摩擦力將會影響實驗結果，更可能因為夾具的偏斜，使得試片所受到的負載並非是完全的單軸向拉力。



2.3 微拉伸試驗

### 2.1.4 膨脹測試法(Bugle Test)

膨脹測試法，過去因為懸浮薄膜的製程繁複，而且精度不夠使得此方法發展有限。但隨著微製程技術的進步，方形的甚至是圓形的懸浮薄膜，都比過去更容易被製作出來且具有一定水準的精確度。膨脹測試法主要的量測方法是對懸浮的薄膜試片施加均勻的壓力負載，使其產生膨脹鼓起的面外變形，再藉由具有光學全域性、非接觸性和高精度等優點的干涉儀就可測量出薄膜的出平面位移量。經由測量出來的位移量和施加的氣壓壓力兩者間的關係，可求出薄膜的雙軸函數和殘留應力；若波松比已知，則可求出薄膜的楊氏模數。

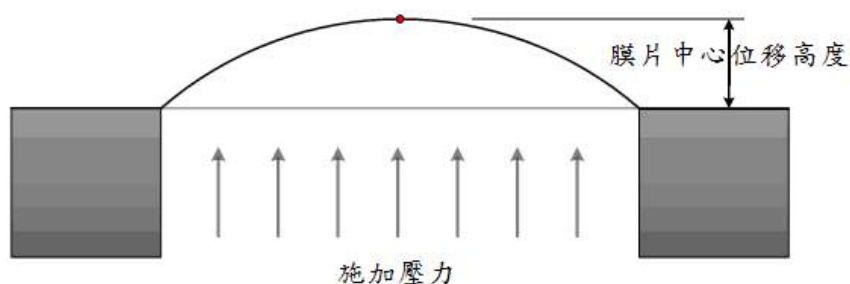


圖 2.4 膨脹測試法

## 2.2 膨脹方程式之修正歷程

此節將介紹膨脹測試法(Bugle Test)中所使用的膨脹方程式，並把其修正的過程及各個膨脹方程式中的理論推導做詳細的敘述。

### 2.2.1 Beams 之膨脹方程式

Beams[17]是最早開始提出膨脹測試法來測量膜片的機械性質。當圓形膜片受一均勻面壓力時，會均勻且對稱的膨脹。Beams[17]將膜片膨脹後的幾何形狀假設為一空心薄球殼之一部份（如圖 2.5 所示），並考慮膜片內部為等雙軸應力(Equi-biaxial stress) $\sigma$  與等雙軸應變(Equi-biaxial strain) $\varepsilon_r = \varepsilon_\theta$ 。

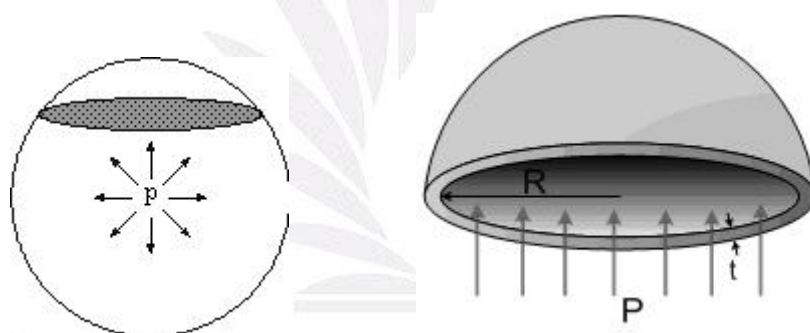


圖 2.5 膜片受均勻面壓力而膨脹，形狀假設為球殼的一部分

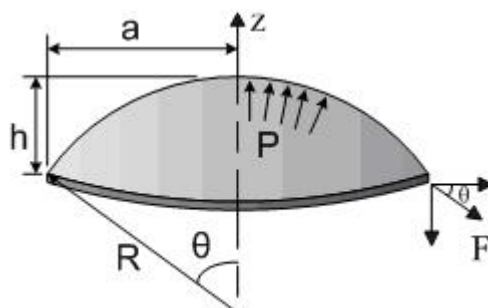


圖 2.6 膜片受均勻面壓力的情形

由圖 2.6 得知均勻面壓力( $P$ )與膜片內力( $F$ )的關係，考慮出平面方向



(Z 軸方向) 合力等於零，可寫出力平衡方程式為：

$$\sum F_z = P\pi a^2 - F \sin \theta = 0 \quad (2-1)$$

而公式(2-1)又可寫成：

$$P \cdot \pi a^2 = \sigma \cdot 2\pi a \cdot t \cdot \frac{a}{R} \quad (2-2)$$

其中  $P$  為均勻面壓力， $a$  為膜片半徑， $\sigma$  為等雙軸應力， $t$  為膜片厚度， $R$  為膨脹後膜片外型的曲率半徑。

因此由公式(2-1)可以解得應力( $\sigma$ )與壓力( $P$ )的關係：

$$\sigma = \frac{PR}{2t} \quad (2-3)$$

由圖 2.6 可以利用畢氏定理(Pythagorean Theorem)，得到膜片的半徑( $a$ )與膨脹高度( $h$ )之間的關係式：

$$(R-h)^2 + a^2 = R^2 \quad \therefore R = \frac{a^2}{2h} + \frac{h}{2} \quad (2-4)$$

又因為膜片膨脹後的高度相對於膜片的半徑而言非常小( $a \gg h$ )，所以可將公式(2-4)改寫成：

$$R \approx \frac{a^2}{2h} \quad (2-5)$$

將公式(2-5)代入公式(2-3)中可得到：

$$\sigma = \frac{pa^2}{4ht} \quad (2-6)$$

膜片的應變( $\varepsilon$ )為弧長的變化量( $\Delta l$ )除以初始弧長( $l_0$ ):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{R\theta - a}{a} = \frac{R\theta}{a} - 1 \quad (2-7)$$

而膜片膨脹時， $\theta$ 極小。當 $\theta$ 極小時:

$$\theta \approx \sin \theta = \frac{a}{R} \quad (2-8)$$

又由泰勒級數(Taylor series)，將 $\sin \theta$ 展開成：

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{6} + \dots \quad (2-9)$$

取公式(2-9)中，泰勒級數之前兩項並忽略其高次項：

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{6} \quad (2-10)$$

由公式(2-8)與公式(2-10)可解得：

$$a = R\theta \left(1 - \frac{\theta^2}{6}\right) \quad (2-11)$$

將公式(2-11)代入公式(2-7)：

$$\varepsilon = \frac{R\theta}{R\theta \left(1 - \frac{\theta^2}{6}\right)} - 1 \approx \left(1 + \frac{\theta^2}{6}\right) - 1 = \frac{\theta^2}{6} \quad (2-12)$$

再將公式(2-8)與公式(2-5)依序代入公式(2-12)解得：

$$\varepsilon = \frac{2h^2}{3a^2} \quad (2-13)$$

而膜片的應力應變關係為：

$$\sigma = M\varepsilon \quad (2-14)$$

將公式(2-6)和(2-13)代入公式(2-14)可整理得：

$$P = \frac{8}{3}Mt \frac{h^3}{a^4} \quad (2-15)$$

公式(2-15)是沒有考慮殘留應力的情況下，膜片的膨脹方程式。

雖然 Beams[17]最初設定膜片是線彈性材料，但實際上壓力和膜片變形之間的關係是非線性的。原因是膜片之應變被控制在出平面方向的延伸。

而考慮膜片內部殘留應力造成的殘留應變( $\varepsilon_0$ )，可以將公式(2-13)修改為：

$$\varepsilon = \frac{2h^2}{3a^2} + \varepsilon_0 \quad (2-16)$$

然後將公式(2-6)和公式(2-16)代入公式(2-14)可解得膨脹方程式為：

$$P = 4\sigma_0 t \frac{h}{a^2} + \frac{8}{3}Mt \frac{h^3}{a^4} \quad (2-17)$$

其中  $\sigma_0$  為殘留應力， $M = \frac{E}{1-\nu}$  為雙軸膜數。

Beams[17]依據球殼理論所推導的膨脹方程式中，是將膜片設定為一懸浮薄膜，而其所承受的是均勻面壓力並因此均勻對稱地膨脹，且膜片的應力應變都是等雙軸(Equi-Biaxial)的型態，當中並未考慮懸浮薄膜邊緣的效應。

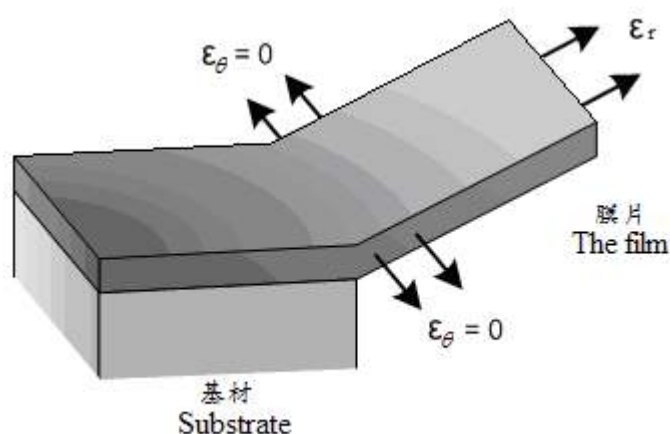


圖 2.7 膨脹懸浮膜片的邊緣效應

但事實上懸浮薄膜受壓膨脹時，其邊緣處會受到基材的限制。因此靠近邊緣部份的薄膜沒有橫向應變，所以懸浮薄膜在靠近中心部份的應變為等雙軸應變( $\epsilon_r = \epsilon_\theta$ )，而靠近在邊緣附近的應變為平面應變(Plane Strain)( $\epsilon_\theta = 0$ )(如圖 2-7 所示)，其中等雙軸應變與平面應變的模數分別為  $\frac{E}{1-\nu}$  和  $\frac{E}{1-\nu^2}$ 。

因為 Beams[17]依照球殼理論使用等雙軸膜數，沒考慮膜片邊緣的效應，所以 Beams[17]所推導的膨脹方程式高估了懸浮薄膜的強度，而使其最後計算出的膜片強度會高於實際數值[19]。

## 2.2.2 Timoshenko 之受均勻負載圓板的大變形近似方程式

Timoshenko[20]曾討論一個邊緣被夾緊(Clamped Edges)的圓形板材(Circular Plate)，其受到均勻分布的負載所產生的變形。Timoshenko[20]利用最小能量法來考量，當圓板受均勻負載後變形達到穩定狀態時，總應變能(Total Strain Energy)會是最小值，並借此來計算圓板中心的位移高度。

而 Timoshenko[20]滿足邊界條件，設定邊緣被固定且受均佈負載的圓形板材，其在線彈性變形範圍內的形狀變形函數為：

$$w = h \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right]^2 \quad (2-18)$$

其中  $h$  為高度的位移，當  $r = 0$  時，此高度等於圓形板材中心的膨脹高度， $a$  為半徑。公式(2-18)考慮到彎矩的影響而且在小位移情況下這個形狀函數是適合的。

徑度方向的位移函數可表示為：

$$u = r(r - a)(C_1 + C_2 r + C_3 r^2 + \dots) \quad (2-19)$$

其中， $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  為任意常數，公式(2-19)在圓形板材的中心位置  $r = 0$  與圓形板材邊緣位置  $r = a$  的徑向位移( $u$ )等於零，滿足邊界條件。

徑向應變(Radial strain)與切線方向應變(Circumferential Strain)可表示

為：

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dr} \right)^2 \quad (2-20)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (2-21)$$

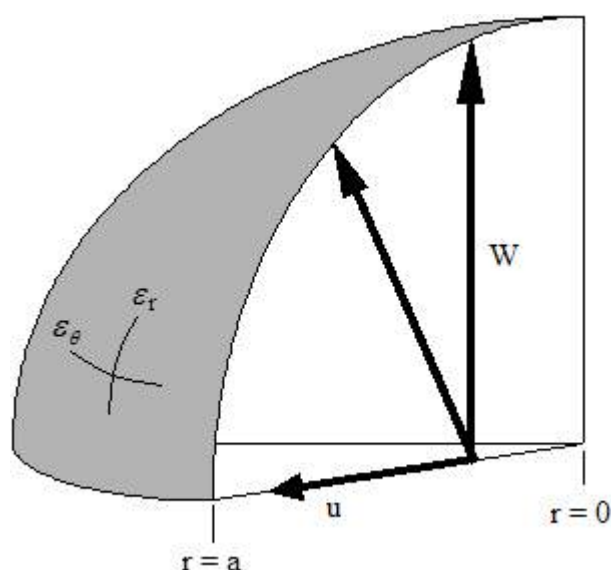


圖 2.8 圓形板材上，各函數分布示意圖

依據虎克定律(Hooke's Law)，可將每單位長度在徑向方向的總力 ( $N_r$ )與每單位長度在圓周切線方向的總力( $N_\theta$ )改寫為：

$$N_r = \frac{Et}{1-\nu^2} (\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta) = \frac{Et}{1-\nu^2} \left[ \frac{du}{dr} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dr} \right)^2 + \nu \frac{u}{r} \right] \quad (2-22)$$

$$N_\theta = \frac{Et}{1-\nu^2} (\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_r) = \frac{Et}{1-\nu^2} \left[ \frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} + \frac{\nu}{2} \left( \frac{dw}{dr} \right)^2 \right] \quad (2-23)$$

而受均佈負載的圓形板材的總應變能為：

$$V = \frac{D}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^a \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \frac{2\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right] \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$+ \int_0^{2\pi} \int_0^a \left( \frac{N_r \varepsilon_r}{2} + \frac{N_\theta \varepsilon_\theta}{2} \right) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$
(2-24)

其中第一部份為彎矩(Bending)所造成的應變能( $V_{Bending}$ )，公式中的

$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ ，第二部份為圓形板材中間部分延伸(Stretching)所造成的

應變能( $V_{Stretching}$ )。

因此，圓形板材的總應變能可表示成：

$$V = V_{Bending} + V_{Stretching}$$
(2-25)

接著將公式(2-22)、(2-23)代入公式(2-24)，並整理得到總應變能：

$$V = \pi \int_0^a \left\{ D \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \frac{2\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right] \right.$$

$$\left. + \frac{Et}{1-\nu^2} (\varepsilon_r^2 + \varepsilon_\theta^2 + 2\nu\varepsilon_r\varepsilon_\theta) \right\} \cdot r \cdot dr$$
(2-26)

取公式(2-19)的前兩項和公式(2-18)，並設定積分內的波松比等於

0.3，將總應變能積分展開後整理成：

$$V = \frac{32}{3} \pi D \frac{h^2}{a^2} + \frac{\pi E t a^2}{1-\nu^2} \left( 0.250 C_1^2 a^2 + 0.1167 C_2^2 a^4 + 0.300 C_1 C_2 a^3 \right.$$

$$\left. - 0.00846 C_1 a \frac{8h^2}{a^2} + 0.00682 C_2 a^2 \frac{8h^2}{a^2} + 0.00477 \frac{64h^4}{a^4} \right)$$
(2-27)

其中常數 $C_1$ 和 $C_2$ 要被計算，由最小能量法來考量，當受均勻壓力而變

形的圓形板材達力平衡位置時，其總應變能為最小值。所以將圓形板

材的總應變能取一階偏微分等於零：

$$\frac{\partial V}{\partial C_1} = \frac{\partial V}{\partial C_2} = 0 \quad (2-28)$$

由公式(2-28)中兩方程式聯立解出  $C_1$ 、 $C_2$  係數後，將  $C_1$ 、 $C_2$  係數代入公式(2-27)即可解得圓形板材的總應變能為：

$$V = \frac{32\pi}{3} D \frac{h^2}{a^2} \left( 1 + 0.244 \frac{h^2}{t^2} \right) \quad (2-29)$$

然後對圓形板材假設一個虛位移量( $\delta h$ )，再依照虛功原理利用公式(2-29)圓形板材的總應變能等於系統之位能變化，可以將關係式寫成：

$$\frac{dV}{dh} \delta h = 2\pi \int_0^a p(\delta w) r dr \quad (2-30)$$

將公式(2-18)代入公式(2-30)，可展開成：

$$\frac{dV}{dh} \delta h = 2\pi q \delta h \int_0^a \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) r dr \quad (2-31)$$

再將公式(2-29)代入公式(2-31)中，則可以得到圓形板材中心位置的位移高度( $h$ )與均勻面壓力( $P$ )的關係方程式：

$$P = 64 \frac{(1 + 0.488)D}{t^2} \cdot \frac{h^3}{a^4} \quad (2-32)$$

其中  $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ 。



### 2.2.3 Lin 之膨脹方程式

本實驗所使用的是 Lin[21]的膨脹方程式。當初 Lin 依照 Timoshenko[20]的理論，也使用最小能量法與虛功原理分析受壓力的圓形懸浮膜片，並將其分成兩種型態的單層模型來討論：薄膜片模型與厚膜片模型。

而藉由膜片變形來分析其機械性質的方式中，Lin 做了幾項假設：

第一，膜片是受到一個均勻面壓力而產生變形。

第二，當膜片變形時，膜片的邊緣是沒有位移的；也就是說膜片與基材的黏接處沒有剝離現象。

第三，所有膜片在製造方式上所產生的殘留應力為定值，並均勻地遍佈在膜片中。

第四，膜片變形是在線彈性範圍內。

#### 2.2.3.1 薄膜片模型之膨脹方程式

Lin 將厚度與長度之比例為 0.01 以下的定義為薄膜片模型。在此設定下，變形薄膜片的彎矩能是被忽略的。

Lin 假定半徑為  $a$  的圓形膜片，其邊緣被固定住並被施加一個均勻負載( $P$ )之壓力的狀況下，膜片變形表面的形狀用半球函數來表示為：

$$w = \sqrt{(R^2 - r^2)} - (R - h) \quad (2-33)$$

其中  $w$  是膜片垂直方向的變形函數， $R$  是變形膜片的曲率半徑， $r$  是膜片中心至邊緣的位置函數， $h$  是膜片中心的位移高度。

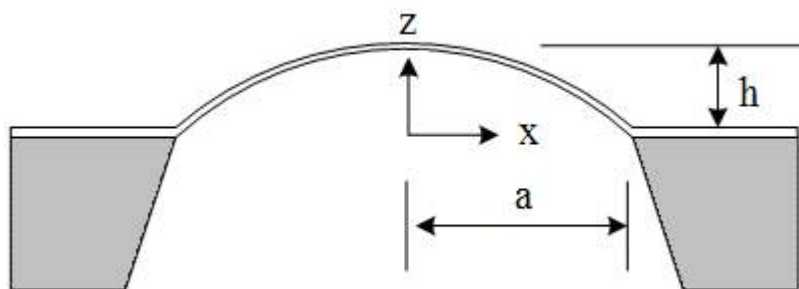


圖 2.9 圓形薄膜片模型

上式以泰勒級數展開成：

$$w = R \left( 1 - \frac{r^2}{2R^2} - \frac{r^4}{8R^4} \dots \right) - (R - h) \quad (2-34)$$

取第一個括號裡前兩項並將公式(2-4)代入上式得：

$$w = h \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \quad (2-35)$$

而從膜片中心至邊緣，即徑度方向的位移函數可表示

為：

$$u = r(a - r)(k_1 + k_2 r + k_3 r^2 + \dots) \quad (2-36)$$

其中， $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$  等為任意常數，公式(2-36)在膜片的中心位置和邊

緣的徑向位移( $u$ )等於零，滿足邊界條件。而將公式(2-36)簡化成：

$$u = r(a - r)(k_1 + k_2 r) \quad (2-37)$$

而徑向應變與切線方向應變可表示為：

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dr} \right)^2 = k_1 a + 2(k_2 a - k_1)r - 3k_2 r^2 + \frac{2h^2 r^2}{a^4} \quad (2-38)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} = (a - r)(k_1 + k_2 r) \quad (2-39)$$

依據虎克定律(Hooke's Law)，可將  $N_r$  和  $N_\theta$  改寫為：

$$N_r = \frac{Et}{1-\nu^2} (\varepsilon_r + \nu \varepsilon_\theta) \quad (2-40)$$

$$N_\theta = \frac{Et}{1-\nu^2} (\varepsilon_\theta + \nu \varepsilon_r) \quad (2-41)$$

其中  $N_r$  與  $N_\theta$  是每單位長度在徑向與圓周切線方向的力， $E$  是楊氏模數， $\nu$  是波松比， $t$  是膜片厚度。

而在膜片平面徑向與圓周切線方向的總力為：

$$N_r^{tot} = N_r + t\sigma_0 \quad (2-42)$$

$$N_\theta^{tot} = N_\theta + t\sigma_0 \quad (2-43)$$

其中  $N_r^{tot}$  與  $N_\theta^{tot}$  是每單位長度在徑向與圓周切線方向的總力， $\sigma_0$  是膜片的殘留應力。

由於受均勻壓力而變形的薄膜片忽略彎矩應變能，所以受一均勻壓力的膜片總應變能( $V$ )等於薄膜延伸應變能( $V_{Stretching}$ )(Strain Energy of Stretching)：

$$V = V_{Stretching} = \frac{1}{2} \int_A (N_r^{tot} \varepsilon_r + N_\theta^{tot} \varepsilon_\theta) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (2-44)$$

將公式(2-42)到公式(2-41)代入公式(2-44)中，則總應變能可改寫為：

$$V = V_{Stretching} = \frac{\pi Et}{1-\nu^2} \int_0^a (\varepsilon_r^2 + \varepsilon_\theta^2 + 2\nu\varepsilon_r\varepsilon_\theta) \cdot r \cdot dr + \pi\sigma_0 t \int_0^a (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \cdot r \cdot dr \quad (2-45)$$

而由於忽略彎矩應變能，所以公式中的第一部份被視為彈性延伸應變能( $V_{el}$ )，第二部份為殘留應力能( $V_{res}$ )，因此總應變能可表示成：

$$V = V_{Stretching} = V_{el} + V_{res} \quad (2-46)$$

所以將公式(2-45)積分後，彈性延伸應變能( $V_{el}$ )被展開成：

$$V_{el} = \frac{\pi Et}{1-\nu^2} \left( \frac{k_1^2 a^4}{4} + \frac{3k_1 k_2 a^5}{10} + \frac{7k_2^2 a^5}{60} + \frac{(\nu-3)k_1 a h^2}{5} + \frac{2(\nu-3)k_2 a^2 h^2}{15} + \frac{2h^4}{3a^2} \right) \quad (2-47)$$

而殘留應力能被展開成：

$$V_{res} = \pi\sigma_0 t h^2 \quad (2-48)$$

由最小能量法來考量，當受均勻壓力而變形的膜片達力平衡位置時，其總應變能為最小值。所以將總應變能取一階偏微分等於零：

$$\frac{\partial V}{\partial k_1} = \frac{\partial V}{\partial k_2} = 0 \quad (2-49)$$

然後將公式(2-47)、(2-48)、(2-49)聯立後，即可獲得  $k_1$ 、 $k_2$  為：

$$k_1 = \frac{(3-\nu)h^2}{4a^3} \quad (2-50)$$

$$k_2 = \frac{(3-\nu)h^2}{4a^4} \quad (2-51)$$

再把  $k_1$ 、 $k_2$  代入公式(2-47)並與公式(2-46)、(2-48)聯立，總應變能即可寫成：

$$\begin{aligned} V &= V_{Stretching} \\ &= \frac{\pi E t h^4 (7-\nu)}{24 a^2 (1-\nu)} + \pi \sigma_o t h^2 \end{aligned} \quad (2-52)$$

由虛功原理可知：

$$\frac{\partial V_{sys}}{\partial h} = 0 \quad (2-53)$$

其中系統位能( $V_{sys}$ )為膜片總應變能( $V$ )減去對膜片施加均勻面壓力( $P$ )

所作的功：

$$V_{sys} = V - \int_0^{2\pi} \int_0^a P \cdot w \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (2-54)$$

將公式(2-54)代入公式(2-53)可得：

$$\frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi P a^2}{2} \quad (2-55)$$

將  $V$  代入公式(2-55)，即可得到均勻面壓力( $P$ )與薄膜片中心的位移高度( $h$ )之間的關係：

$$P = 4\sigma_0 t \frac{h}{a^2} + \frac{7-\nu}{3} Mt \frac{h^3}{a^4} \quad (2-56)$$

其中  $M = \frac{E}{1-\nu}$  為雙軸膜數。



## 2.3 電子光斑影像干涉術 (Electric Speckle Phenomenon Interferency, ESPI)

電子光斑影像干涉術(ESPI)是一種數位影像拍攝法的光斑干涉術，即利用高同調光照射待測物粗糙表面，因而產生散射光干涉並結合電子照相機以測量待測物變形量的技術。

當雷射光照射一個表面為粗糙面的待測物時，會因粗糙面散射的雷射光彼此干涉而在空間中形成亮暗的顆粒，此亮暗顆粒即為光斑(Speckle)，光斑大小與光源波長以及成像系統之透鏡焦距、光圈有關，如此就看不到干涉條紋。此時就可以用電子光斑影像干涉術，即是利用雷射光經空間濾波器照射在待測物與參考鏡面上，把兩道反射的光反射至電子照相機，最後將電子照相機擷取待測物變形前與變形後的光斑圖之光強，再以相減的方式獲得干涉條紋，而利用干涉條紋數即可計算出物體變形量。其中由於影像相減所獲得的干涉條紋較清晰，且其對比度較高，所以通常電子光斑干涉術採用的是影像相減。

電子光斑影像干涉術依照所架設的光路方式可分成面內(In-plane)量測與面外(Out-of-plane)量測。面內量測是測量平行於物體表面方向的變形量；面外量測是測量垂直於物體表面方向的變形量。本次實驗架設光路的方式是屬於面外量測，將在下段小節做詳盡的介紹。

### 2.3.1 電子光斑影像干涉術之面外量測

當雷射光經空間濾波器由點光源變成球面波後，入射分光鏡而被分成透射光與反射光。透射光照射到參考鏡面上後，然後反射回分光鏡再反射至電子照相機，所以又稱參考光；反射光照射到待測物表面後，然後反射回分光鏡再透射至電子照相機，所以又稱物光。最後電子照相機擷取待測物變形前與變形後的光斑圖並作光強相減，而得到干涉條紋[25~28]。其中上面所述敘到的參考鏡面，本實驗所使用的是經過霧化處理的平坦且不透光的表面，但依據光路架設的不同也可使用毛玻璃。而本實驗所架設的 ESPI 面外量測之光路如圖 2.10。

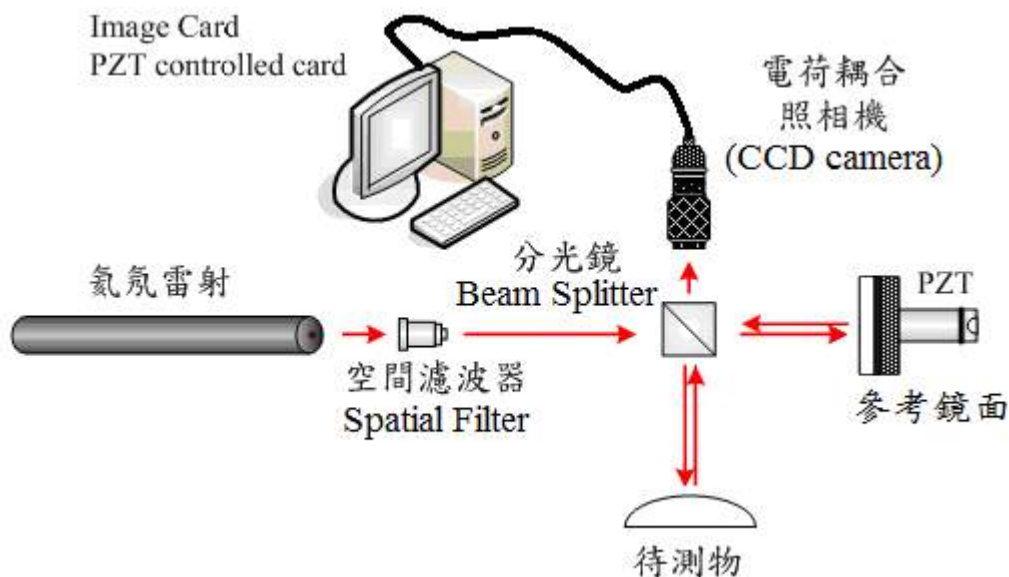


圖 2.10 ESPI 面外量測之光路架設方式

待測膜片變形前，物光電場函數( $E_o$ )與參考光電場函數( $E_r$ )為：



$$\begin{aligned} E_o &= A_o \cdot e^{i\phi_o(x,y)} \\ E_r &= A_r \cdot e^{i\phi_r(x,y)} \end{aligned} \quad (2-57)$$

其中  $A_o$  及  $A_r$  分別為兩道光之振幅， $\phi_o = \frac{2\pi}{\lambda} R_o$  為變形前物光相位， $\phi_r = \frac{2\pi}{\lambda} R_r$  為變形前參考光相位，而  $R_o$  及  $R_r$  為物體未變形前，兩道光到待測膜片表面的光程距離。

待測膜片變形前，物光與參考光干涉後之光強為：

$$\begin{aligned} I_{bf} &= |E_o + E_r|^2 \\ &= (E_o + E_r)(E_o^* + E_r^*) \end{aligned} \quad (2-58)$$

將公式(2-57)代入公式(2-58)後，經過計算可得到：

$$\begin{aligned} I_{bf} &= A_o^2 + A_r^2 + 2\sqrt{A_o^2 A_r^2} \cos(\phi_o - \phi_r) \\ &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi) \end{aligned} \quad (2-59)$$

其中，物光光強  $I_o = A_o^2$ ，參考光光強  $I_r = A_r^2$ ，物光與參考光的相位差

$$\phi = \phi_o - \phi_r \text{。}$$

當待測膜片變形後，參考光的相位與光程依舊不變，但是物光的光程

會因為待測膜片變形而改變，因此，變形後物光相位  $\phi'_o = \frac{2\pi}{\lambda} (R_o + \delta_o)$ ，

變形前參考光相位  $\phi'_r = \phi_r = \frac{2\pi}{\lambda} R_r$

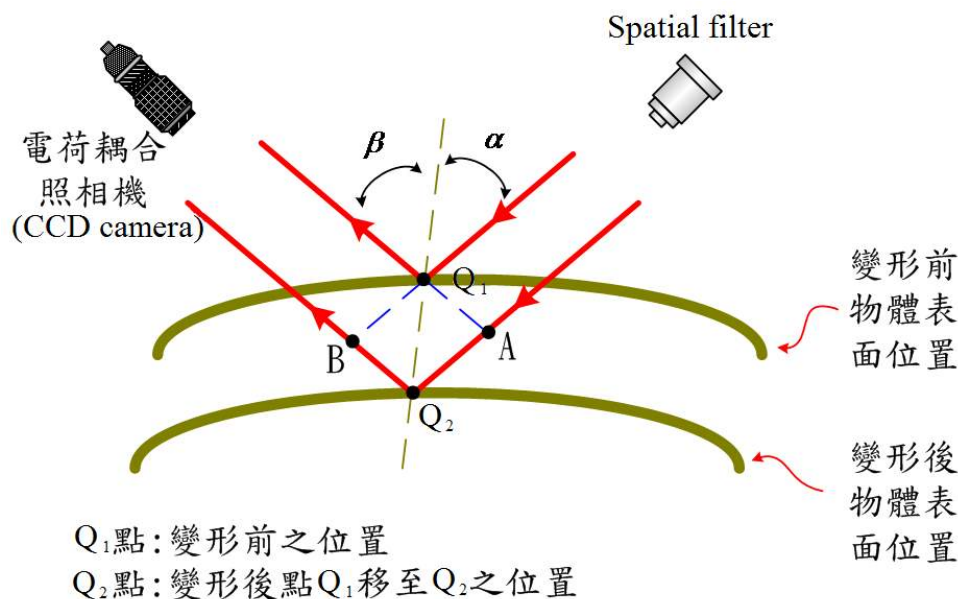


圖 2.11 ESPI 面外量測時，待測膜片變形前後光程差

從圖 2.11 可知，待測膜片表面點  $Q_1$  位置在變形後移動到  $Q_2$  位置，其變形前後物光增加的光程差  $\delta_o$  為：

$$\begin{aligned} \delta_o &= \overline{AQ_2} + \overline{Q_2B} \\ &= d_{out} (\cos \alpha + \cos \beta) \end{aligned} \quad (2-60)$$

其中  $d_{out}$  為變形前到變形後的位移 (即圖 2.11  $\overline{Q_1Q_2}$ )， $\alpha$  為入射角， $\beta$  為反射角。

因此，待測膜片變形後，物光及參考光干涉後的光強 ( $I_{af}$ ) 為：

$$\begin{aligned} I_{af} &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi') \\ &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{2\pi}{\lambda} \delta_o\right) \end{aligned} \quad (2-61)$$

其中  $\phi' = \phi_o' + \phi_r' = \phi + \frac{2\pi}{\lambda} \delta_o$ ， $\frac{2\pi}{\lambda} \delta_o$  為變形後物光產生的相位差。

將公式(2-59)變形前的光強與公式(2-61)變形後的光強相減，可得到干

涉條紋光強為：

$$\begin{aligned} I &= I_{bf} - I_{af} \\ &= 4\sqrt{I_o I_r} \sin\left(\phi + \frac{\pi}{\lambda} \delta_o\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \delta_o\right) \end{aligned} \quad (2-62)$$

其中  $\sin\left(\phi + \frac{\pi}{\lambda} \delta_o\right)$  為人眼無法辨識的高頻項（由於  $\phi$  變化很快），可視為常數，而  $\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \delta_o\right)$  為人眼可辨識的低頻項。

因此，由公式(2-62)得知，當亮紋出現時（即  $\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \delta_o\right) = 1$ ），可求得待

測膜片面外位移量為：

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \delta_o\right) &= 1 \\ \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} \delta_o &= \frac{(2n+1)}{2} \pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \\ \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} d_{out} (\cos \alpha + \cos \beta) &= \frac{(2n+1)}{2} \pi \\ \Rightarrow d_{out} &= \frac{(2n+1)\lambda}{2(\cos \alpha + \cos \beta)}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2-63)$$

其中  $n$ =條紋數

由公式(2-62)得知，當暗紋出現時（即  $\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \delta_o\right) = 0$ ），可求得待測膜片

面外位移量為：

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \delta_o\right) &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} \delta_o &= n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \\ \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} d_{out} (\cos \alpha + \cos \beta) &= n\pi \\ \Rightarrow d_{out} &= \frac{n\lambda}{(\cos \alpha + \cos \beta)}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2-64)$$

其中  $n$ =條紋數

從亮紋暗紋面外位移量，可得兩鄰近亮紋或暗紋的面外位移量差

( $\Delta d_{out}$ )為：

$$\Delta d_{out} = \frac{\lambda}{(\cos \alpha + \cos \beta)} \quad (2-65)$$



## 2.4 相移術(Phase Shifting Technology)

在獲得一張干涉條紋圖後，必須從圖形邊緣(N=0)向圖形中心去計算暗（亮）條紋數，並配合兩暗（亮）條紋的位移量方程式以得到膜片變形量。但以肉眼觀察條紋圖，上面只有最亮處( $I_{\max}$ )與最暗處( $I_{\min}$ )的條紋較能被辨認出，卻無法得知兩暗（亮）條紋間代表的位移量；而且以眼睛觀測干涉條紋數與條紋位置會因人而異，既不精確又不科學[28]。而相位移技術(Phase shifting technology) [1, 28~31]可以解決此問題。利用相移術取像，並將相位折疊圖變成相位展開圖，即可獲得膜片全域式的位移量。

以 ESPI 面外測量法為例，當單頻雷射被空間濾波器擴束成平行光，再被分光鏡分成兩道光，一道是反射到待測物的物光( $I_o$ )，另一道是穿透到參考鏡的參考光( $I_r$ )；這兩道光再經反射回分光鏡後，合併成一束並彼此干涉所產生的干涉圖被 CCD 相機拍攝下來。

在未使用相移術，CCD 相機拍攝到干涉圖的光強為：

$$I = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi) \quad (2-66)$$

在使用相移術時，CCD 相機拍攝到干涉圖的光強為：

$$I = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi + \delta) \quad (2-67)$$

其中  $\delta$  是以 PZT 推動參考鏡，其所推動之微小位移量的方向與參考光

平行 (如圖 2.12 所示), 如此使物光與參考光之光程差改變進而造成的額外相角, 稱做相移角(Phase Shift)。

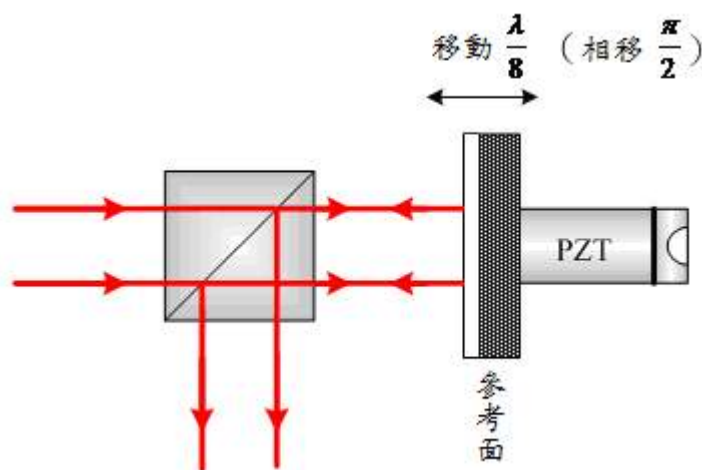


圖 2.12 PZT 推動參考面的方向平行於參考光

而相移角是設定的已知量,  $I$  是實驗時測得的光強, 則公式中只剩下  $I_o$ 、 $I_r$ 、 $\phi$  三個未知數。如此只要改變相移角( $\delta$ ), 並得到三組以上的獨立方程式後, 聯立即可解出相位( $\phi$ )。以上的技術稱作相移術。

而在許多相位量測的方法中, 利用運算多張不同時間之相位干涉圖來得到全場相位的方法, 稱作時間相移術(Temporal Phase Stepping)。其優點在於適用分析高解析度的圖像, 儘管在對比差的狀況下, 也能得到良好的結果[28]。

其中時間相移術又分為積分法(Integrating Method)及步進相位法(Phase-stepping Method)。本實驗所用的是步進相位法, 為步進式的相移術。其是在相位移動  $\Delta \rightarrow 0$  的狀況, 並在實驗進行時讓 PZT 產生一

相移後，CCD 相機才取一影像，此優點在於可以使條紋對比提高，如此相位( $\phi$ )的測量結果會更精準[28]。

常用的步進相位法包含三步相位移法(Three Steps Phase Shifting Method)、四步相位移法(Four Steps Phase Shifting Method)或五步相位移法(Five Steps Phase Shifting Method)，其分別取得三、四或五張干涉圖，經由聯立各圖之光強方程式來進而推算相位( $\phi$ )與變形前後之相位差，如此藉由相位( $\phi$ )可獲得相位折疊圖，再搭配相位差使其相位展開而得到物體變形的連續相位分布，也即可得知變形物體每點的位移量。

### 2.4.1 三步相位移法(Three Steps Phase Shifting Method)

在三步相位移法中[28~29]，每次相移的增加量為 $\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$ ，而 PZT 可控制三個相移角為 $\delta_1$ 、 $\delta_2$ 、 $\delta_3$ ，所以將相移角代入公式(2-84)並聯立求解。

當 $\delta_1 = 0$ 、 $\delta_2 = \frac{2\pi}{3}$ 、 $\delta_3 = \frac{4\pi}{3}$ 時，公式(2-67)可寫成：

$$\begin{aligned} I_1 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi) \\ I_2 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{2\pi}{3}\right) \\ I_3 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (2-68)$$

根據上式可解得：

$$\begin{aligned} I_3 - I_2 &= 2\sqrt{3}\sqrt{I_o I_r} \sin(\phi) \\ 2I_1 - I_2 - I_3 &= 6\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi) \end{aligned} \quad (2-69)$$

最後把公式(2-69)中兩方程式相除並整理可得到相位( $\phi$ )與條紋對比：

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{3}(I_3 - I_2)}{2I_1 - I_2 - I_3} \right] \quad (2-70)$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{I_o I_r}}{I_o + I_r} = \frac{\sqrt{3(I_3 - I_2)^2 + (2I_1 - I_2 - I_3)^2}}{3(I_o + I_r)} \quad (2-71)$$

其中  $\frac{2 \cdot \sqrt{I_o I_r}}{I_o + I_r}$  為條紋對比(Visibility)。

然而，由於電子光斑影像干涉術(ESPI)必須將膜片變形前後兩光斑的光強分佈，以相減而產生的相位差( $\Phi$ )來獲得干涉條紋。因此，為了搭配 ESPI，必須在變形前與變形後均使用相移術。以三步相位移法為例，分別在變形前與變形後各取三張調變光強圖，並把各圖之光強方程式經聯立求解得到變形前與變形後的相位後，再將兩相位相減而求得物體變形產生的相位差( $\Phi$ )。因此相位差( $\Phi$ )為：

$$\Phi = \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{3}(I_{3af} - I_{2af})}{2I_{1af} - I_{2af} - I_{3af}} \right] - \tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{3}(I_{3bf} - I_{2bf})}{2I_{1bf} - I_{2bf} - I_{3bf}} \right] \quad (2-72)$$

其中  $I_{1af}$ 、 $I_{2af}$ 、 $I_{3af}$  為變形後的相位調變光強， $I_{1bf}$ 、 $I_{2bf}$ 、 $I_{3bf}$  為變形前的相位調變光強。

當  $\delta_1 = \frac{\pi}{4}$ 、 $\delta_2 = \frac{3\pi}{4}$ 、 $\delta_3 = \frac{5\pi}{4}$  時，公式(2-67)可寫成：



$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{\pi}{4}\right) \\
 I_2 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{3\pi}{4}\right) \\
 I_3 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{5\pi}{4}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2-73}$$

根據上式可解得：

$$\begin{aligned}
 I_3 - I_2 &= \sqrt{2}\sqrt{I_o I_r} \sin(\phi) \\
 I_1 - I_2 &= \sqrt{2}\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi)
 \end{aligned}
 \tag{2-74}$$

最後把公式(2-74)中兩方程式相除並整理可得到相位( $\phi$ )與條紋對比：

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{I_3 - I_2}{I_1 - I_2}\right)
 \tag{2-75}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{I_o I_r}}{I_o + I_r} = \frac{\sqrt{(I_3 - I_2)^2 + (I_1 - I_2)^2}}{\sqrt{2}(I_o + I_r)}
 \tag{2-76}$$

其中  $\frac{2 \cdot \sqrt{I_o I_r}}{I_o + I_r}$  為條紋對比(Visibility)。

而膜片受壓變形所產生的相位差( $\Phi$ )為：

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{I_{3af} - I_{2af}}{I_{1af} - I_{2af}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{I_{3bf} - I_{2bf}}{I_{1bf} - I_{2bf}}\right)
 \tag{2-77}$$

其中  $I_{1af}$ 、 $I_{2af}$ 、 $I_{3af}$  為變形後的相位調變光強， $I_{1bf}$ 、 $I_{2bf}$ 、 $I_{3bf}$  為變形前的相位調變光強。

## 2.4.2 四步相位移法(Four Steps Phase Shifting Method)

在四步相位移法中[28]，每次相移的增加量為  $\frac{\pi}{2}$ ，而 PZT 可控制四個相移角為  $\delta_1 = 0$ 、 $\delta_2 = \frac{\pi}{2}$ 、 $\delta_3 = \pi$ 、 $\delta_4 = \frac{3\pi}{2}$ ，所以將相移角代入公

式(2-67)可得到：

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi) \\
 I_2 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) \\
 I_3 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi + \pi) \\
 I_4 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{3\pi}{2}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2-78}$$

根據上式可解得：

$$\begin{aligned}
 I_4 - I_2 &= 4\sqrt{I_o I_r} \sin(\phi) \\
 I_1 - I_3 &= 4\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi)
 \end{aligned}
 \tag{2-79}$$

最後把公式(2-79)中兩方程式相除並整理可得到相位( $\phi$ )與條紋對比：

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3}\right)
 \tag{2-80}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{I_o I_r}}{I_o + I_r} = \frac{\sqrt{(I_1 - I_3)^2 + (I_4 - I_2)^2}}{2(I_o + I_r)}
 \tag{2-81}$$

其中  $\frac{2 \cdot \sqrt{I_o I_r}}{I_o + I_r}$  為條紋對比(Visibility)。

而膜片受壓變形所產生的相位差( $\Phi$ )為：

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{I_{4af} - I_{2af}}{I_{1af} - I_{3af}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{I_{4bf} - I_{2bf}}{I_{1bf} - I_{3bf}}\right)
 \tag{2-82}$$

其中  $I_{1af}$ 、 $I_{2af}$ 、 $I_{3af}$ 、 $I_{4af}$  為變形後的相位調變光強， $I_{1bf}$ 、 $I_{2bf}$ 、 $I_{3bf}$ 、 $I_{4bf}$  為變形前的相位調變光強。

### 2.4.3 五步相位移法(Five Steps Phase Shifting Method)

五步相位移法[28, 30]為目前比較常使用的技術，是由於 PZT 控制的相移角所產生的測量誤差，會隨著相位移步數的增加而有所改善；而且也沒有四步相位移法中分子與分母可能同時趨近於零的困擾。因此，五步相位移法的量測比起三步與四步相位移法來得精準且更具可信度。

在五步相位移法中，每次相移的增加量為  $\frac{\pi}{2}$ ，而 PZT 可控制五個相移角為  $\delta_1 = 0$ 、 $\delta_2 = \frac{\pi}{2}$ 、 $\delta_3 = \pi$ 、 $\delta_4 = \frac{3\pi}{2}$ 、 $\delta_5 = 2\pi$ ，所以將相移角代入公式(2-67)可得到：

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi) \\
 I_2 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) \\
 I_3 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi + \pi) \\
 I_4 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos\left(\phi + \frac{3\pi}{2}\right) \\
 I_5 &= I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi + 2\pi)
 \end{aligned}
 \tag{2-83}$$

根據上式可解得：

$$\begin{aligned}
 I_4 - I_2 &= 4\sqrt{I_o I_r} \sin(\phi) \\
 I_1 + I_5 - 2I_3 &= 8\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi)
 \end{aligned}
 \tag{2-84}$$

最後把公式(2-84)中兩方程式相除並整理可得到相位( $\phi$ )與條紋對比：

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{2(I_4 - I_2)}{I_1 + I_5 - 2I_3} \right]
 \tag{2-85}$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{I_o I_r}}{I_o + I_r} = \frac{\sqrt{[2(I_4 - I_2)]^2 + (I_1 - I_5 - 2I_3)^2}}{4(I_o + I_r)} \quad (2-86)$$

其中  $\frac{2 \cdot \sqrt{I_o I_r}}{I_o + I_r}$  為條紋對比(Visibility)。

而膜片受壓變形所產生的相位差( $\Phi$ )為：

$$\Phi = \tan^{-1} \left[ \frac{2(I_{4bf} - I_{2bf})}{I_{1bf} + I_{5bf} - 2I_{3bf}} \right] - \tan^{-1} \left[ \frac{2(I_{4af} - I_{2af})}{I_{1af} + I_{5af} - 2I_{3af}} \right] \quad (2-87)$$

其中  $I_{1af}$ 、 $I_{2af}$ 、 $I_{3af}$ 、 $I_{4af}$ 、 $I_{5af}$  為變形後的相位調變光強， $I_{1bf}$ 、 $I_{2bf}$ 、 $I_{3bf}$ 、 $I_{4bf}$ 、 $I_{5bf}$  為變形前的相位調變光強。

#### 2.4.4 五一相移術

上述的五步相移術是在變形前與變形後各取五張調變光強圖，經由運算後求得相位，再把兩相位經相減解出膜片因變形而產生的相位差。但由於外在的環境因素，即使使用光學桌也無法完全避免的一些干擾，例如：擾流、聲音與振動等，均會造成干涉條紋的跳動甚而影響到相位圖的擷取並使其含有不需要的雜訊。如此所解得的答案是不夠精準的。

而本實驗所採用的五一相移術[1, 28, 31]可減少相位圖受雜訊的干擾。其方式是在膜片變形前擷取一張光斑干涉圖，變形後擷取五張相位變化的光斑干涉圖，然後由變形後五張光斑干涉圖個別與變形前一張光斑干涉圖相減，以得到膜片變形後產生的相位差。

電子光斑影像干涉術面外側量的干涉條紋光強為：

$$I = 4\sqrt{I_o I_r} \sin\left(\phi + \frac{\pi\delta_o}{\lambda}\right) \sin\left(\frac{\pi\delta_o}{\lambda}\right) \quad (2-88)$$

將上述方程式平方後，干涉條紋光強可表示成：

$$I' = I^2 = 16I_o I_r \sin^2\left(\phi + \frac{\Phi}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right) \quad (2-89)$$

其中  $\Phi = \frac{2\pi\delta_o}{\lambda}$  為膜片變形後，物光產生的相位差。

由於  $\sin^2\left(\phi + \frac{\Phi}{2}\right)$  為人眼無法辨識的高頻項（由於  $\phi$  變化很快），所以可視為常數。如此在公式(2-89)中，可將等號右邊前四項設為常數( $I_0$ )，而  $\sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)$  依半角公式化成  $\frac{1-\cos(\Phi)}{2}$ ，並在公式(2-89)中增加一個相移角而改寫成：

$$I' = I_0 [1 - \cos(\Phi + \delta)] \quad (2-90)$$

其中  $I_0 = 8I_o I_r \sin^2\left(\phi + \frac{\Phi}{2}\right)$  為常數項， $\delta$  為相移角。

而在五一相移術中，每次相移的增加量為  $\pi$ ，PZT 可控制五個相移角為  $\delta_1 = -2\pi$ 、 $\delta_2 = -\pi$ 、 $\delta_3 = 0$ 、 $\delta_4 = \pi$ 、 $\delta_5 = 2\pi$ ，所以將相移角代入公式(2-67)可得到：

$$\begin{aligned} I'_1 &= I_0 [1 - \cos(\Phi - 2\pi)] \\ I'_2 &= I_0 [1 - \cos(\Phi - \pi)] \\ I'_3 &= I_0 [1 - \cos(\Phi)] \\ I'_4 &= I_0 [1 - \cos(\Phi + \pi)] \\ I'_5 &= I_0 [1 - \cos(\Phi + 2\pi)] \end{aligned} \quad (2-91)$$

根據上式，將  $I_1' - I_5'$  與  $I_2' - I_4'$  聯立可解得：

$$\cos(\pi) = \frac{I_1' - I_5'}{2(I_2' - I_4')} \quad (2-92)$$

最後把  $I_3' - I_1'$  與  $I_3' - I_5'$  相加後，再與  $I_2' - I_4'$  聯立就可得到膜片變形後，

物光所產生的相位差( $\Phi$ )：

$$\Phi = \tan^{-1} \left[ \frac{1 - \cos(2\pi)}{\sin(\pi)} \cdot \frac{I_2' - I_4'}{2I_3' - I_1' - I_5'} \right] \quad (2-93)$$



## 第三章 實驗設備與操作

本次膨脹測試實驗是利用光斑干涉儀(Speckle Interferometry)來進行膜片受均勻面壓力而膨脹的量測，並且將所測量到的待測膜片中心膨脹高度數據配合已知的壓力，以曲線擬合(Curve Fitting)的方式擬合成膨脹方程式，藉此以獲得膜片的殘留應力與雙軸膜數。

本章節將介紹膨脹測試實驗所用到的設備與實驗的操作流程。實驗設備包括有懸浮桌、加壓系統與光學測量系統，而實驗流程則是從待測試片的製作到膨脹測試實驗的操作。

### 3.1 膨脹測試實驗設備

#### ■ 懸浮桌：

懸浮桌為一種在平台下有四根支撐用圓柱氣筒且能獨立作動的高性能避震實驗桌。在此實驗是用來搭載加壓系統與光學測量系統。產品由 Newport 公司製造。

#### ■ 加壓系統（如圖 3.1 所示）：

##### 1. 氮氣鋼瓶

氮氣鋼瓶內部裝有高壓氮氣，由於氮氣在空氣中含量最多，而且無色、無味，既不可燃更不助燃，所以在本實驗中用來當作對艙體加壓的來源。其上有兩個壓力表，一個

顯示鋼瓶內部的壓力；另一個顯示從氮氣鋼瓶到艙體之間管線內部的壓力。

## 2. 球閥

球閥(HK7142G4Y)裝置在氮氣鋼瓶到流量控制閥之管線路徑的中間，為控制氮氣在管線中之流量的中繼站。其正常運作的溫度範圍在 $-29^{\circ}\text{C} \sim +249^{\circ}\text{C}$ ，在室溫下可以承受的最大壓力為 $41.4\text{MPa}$ 。產品由台灣管件有限公司代理。

## 3. 流量控制閥

流量控制閥(HK1315G4Y)一端接在加壓艙體上，另一端連接氣體管線，用途為控制氮氣進入艙體的流量。其正常運作的溫度範圍在 $-54^{\circ}\text{C} \sim +232^{\circ}\text{C}$ ，在室溫下可以承受的最大壓力為 $34.5\text{MPa}$ 。產品由台灣管件有限公司代理。

## 4. 加壓艙體

加壓艙體周圍可連接流量控制閥、加壓管線、壓力計與洩壓閥，上方可搭載待測用試片，並用螺絲加以固定。為了防止試片與艙體之間不夠緊密而造成氣體洩漏，因此在試片與艙體之間加入 O 型橡膠圈，增加緊密度以防止漏氣的發生。產品由瑋城真空公司製造。



## 5. 壓力計

壓力計(AP-44)裝置在艙體上，用來測量壓加艙體內的壓力數值。其正常運作的溫度範圍在 $0^{\circ}\text{C} \sim +50^{\circ}\text{C}$ ，能量測的壓力範圍在 $-101.3 \sim +101.3\text{kPa}$ ，測量精度為 $0.02\text{kPa}$ 。產品由台灣基恩斯(KEYENCE)製造。

## 6. 洩壓閥

洩壓閥(SS-RL3S4)裝置在艙體上，在實驗過程中，可將閥旋上以抑制艙體內的氣體外洩；在實驗結束後，可將閥旋開使氣體向外釋放。其正常運作的溫度範圍在 $-12^{\circ}\text{C} \sim +135^{\circ}\text{C}$ ，在室溫下可以承受的最大壓力為 $2\text{MPa}$ 。產品由台灣管件有限公司代理。

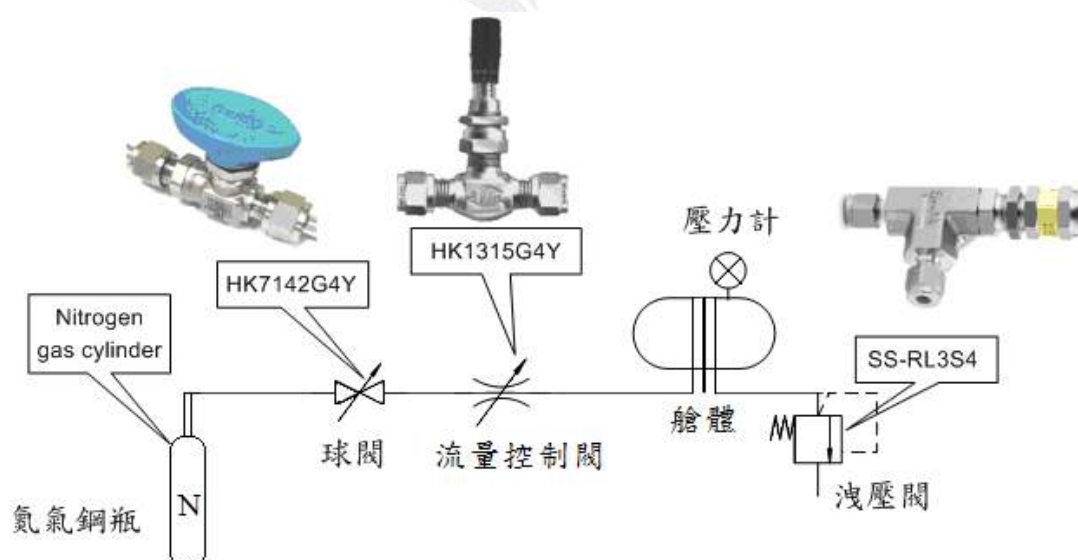


圖 3.1 加壓系統

## ■ 光學測量系統（如圖 3.2 所示）

### 1. 氦氖雷射

氦氖雷射(NPCH-10-6328)為光學測量系統的光源，其利用電子碰撞穩態的氦原子，使氦原子由基態躍升到與氖原子相近的能階，再經由氦原子碰撞氖原子到更高能階，而產生雷射光線。由於雷射光具有很好的相干性、單色性與指向性，使得在實驗過程中能夠在很短的時間內看到清楚的干涉條紋，讓干涉條紋方便觀察，而且雷射光線的擴散角度小，有極佳的平行度，更增加了實驗的精確度。本實驗採用的氦氖雷射輸出功率為  $20mW$ 、波長為  $632.8nm$ 。產品由銓州光電股份有限公司代理。

### 2. 空間濾波器(Beam Expander)

空間濾波器由物鏡與針孔(pin hole)所組成，可將雷射光擴束成平面波。其中物鏡倍率 40 倍、焦距  $4.7mm$ ，針孔大小為  $5\mu m$ 。產品由銓州光電股份有限公司代理。

### 3. 分光鏡(Beam Splitter)

分光鏡是由兩塊三菱鏡，在交界面也就是兩塊三菱鏡的斜面鍍上介電質，再用非極性的多層膜膠組合成的正

六面體。其用途為當雷射光經空間濾波器擴束成平面波通過分光鏡時，會被分成光強相同的透射及反射兩束光並分別導向參考鏡與待測膜片後，再將個別反射的光導回電荷耦合元件照相機。實驗採用的分光鏡尺寸為1.5吋，由銓州光電股份有限公司代理。

#### 4. 電荷耦合元件照相機(Charge-coupled Device Camera, CCD camera)

電荷耦合元件照相機用途為拍攝干涉條紋光強。

#### 5. 參考鏡

實驗採用的是將光亮鏡面噴上白色噴漆的霧面參考鏡，用途為反射參考光。其尺寸為直徑2吋，裝置在壓電棒上。

#### 6. 壓電棒(PZT)

壓電棒(P-840.10)用途為挾持與推動參考鏡以執行相移術，裝置在鏡座上，其開回路控制解析度為 $0.15\text{nm}$ 。產品由PI公司製造。

#### 7. 鏡座

鏡座(P100A series)用途為固定壓電棒，由Newport公司製造。

## 8. 相移卡(Phase Shifter Card)

相移卡(DT330)用途為搭配 IntelliWave 軟體控制壓電棒推動參考鏡，以執行相移術。產品由美國 DATA TRANSLATION 製造。

## 9. 影像擷取卡(Image Acquisition)

影像擷取卡裝置在個人電腦主機板上的 PCI 擴充槽上，利用影像擷取卡的轉換，將電荷耦合元件照相機以動態攝影把第一時間拍攝到干涉條紋的變化顯現在液晶螢幕上，也能將影像以數位照片的形式儲存在電腦裡，對於實驗數據的處理更加方便。產品由 Matrox 公司製造的 Meteor II Standard，8MB 記憶體。

## 10. IntelliWave 干涉圖擷取、分析軟體

IntelliWave revision 4.0 能測量各種形式光學的表面形狀，包括透鏡、反射鏡、半導體晶片與其他反射或不反射的表面。為了計算表面形狀，IntelliWave 需要用到干涉圖資料來產生光學位元相差輪廓圖（OPD 或表面輪廓圖），以得到代表被量測之光學元件的表面形狀。軟體由美國 ESDI(Engineering Synthesis Design)公司所開發。

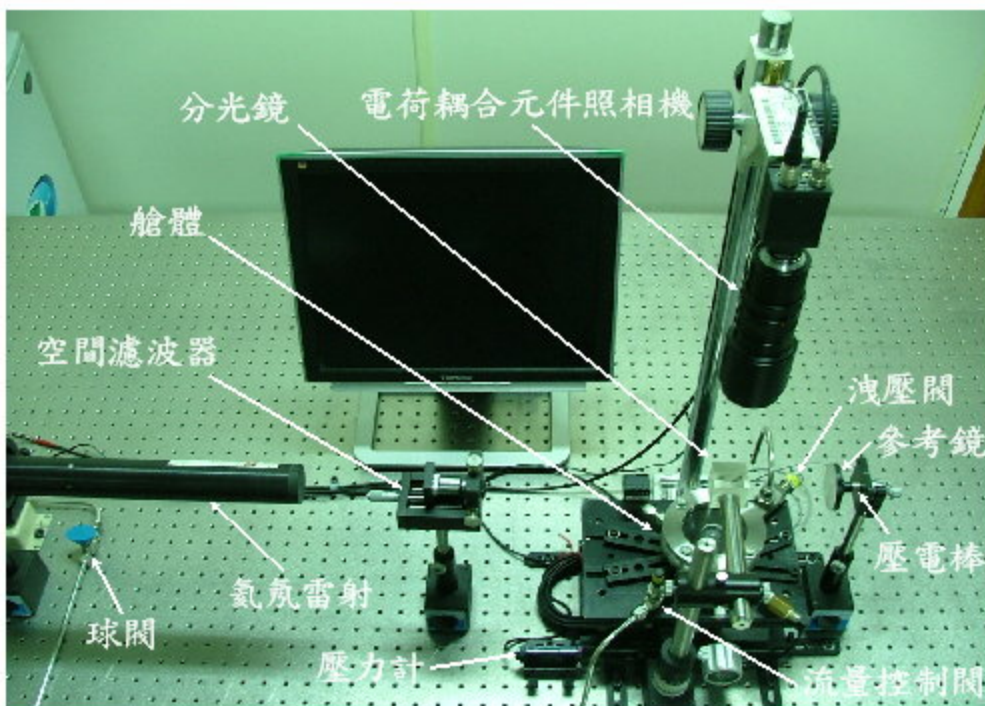


圖 3.2 膨脹測試系統 (其中包含加壓系統與光學測量系統)

## 3.2 膨脹測試實驗流程

本膨脹測試實驗的流程主要分成兩個部份：膨脹測試試片製作與膨脹測試實驗操作。

### 3.2.1 膨脹測試試片製作

首先準備一圓形的壓克力板，其直徑不可小於艙體的外徑，以免無法鎖緊在艙體上。由於本實驗所採用的是圓形模型推導出的膨脹方程式，因此膜片在受均勻面壓力的部位必須是圓形，所以在圓形壓克力板的圓心處開一個同心圓孔，使得實驗時膜片被施壓的面積為圓形。接著把本次實驗所要測量的光學膜片（擴散片）裁切成圓形，其直徑必須大於壓克力板中心的圓孔。



圖 3.3 膨脹測試用試片

然後將 EUROSUN 公司生產的 ANYLOK N-545X AB 膠以一比一的量擠出並混合均勻後，均勻地塗在壓克力板表面中心圓孔周圍，再把已切成圓形的擴散片以霧面朝壓克力板上方的形式黏貼上去（如圖 3.3 所示），並等待 2 小時使 N-545X AB 膠完全凝固，如此則完成膨脹測試試片的製作。

在經過數次實驗測試，考慮壓力計的解析度與試片能產生的條紋數得知，圓形壓克力板中心圓孔的尺寸為直徑 4mm 最適合本實驗。孔徑 4mm 的壓克力板，適用於厚度 38 $\mu$ m 的擴散片。

### 3.2.2 膨脹測試實驗操作

首先注意氮氣鋼瓶上，顯示從艙體連接至鋼瓶之間管線內部壓力的壓力表，其數值必須介於 0psi ~ 40psi 之間。若管線內部壓力為 0psi，則無法對膜片施加壓力；若管件內部壓力大於 40psi，除了會使流量控制閥漏氣導致艙體內部壓力無法穩定，使得壓力計數值上下劇烈變動無法伴讀，更讓操作者無法隨心所欲地施加想要的壓力值，如此實驗出來的數據將失去精確度與可信度。接著確認在流量控制閥是關閉的情況下，將洩壓閥旋開，並把黏好膜片的壓克力圓板鎖緊在艙體上（如圖 3.4 所示）。在把壓克力圓板越鎖越緊的同時，壓力計的數值也會逐漸上升。當壓克力圓板完全鎖緊時，壓力計數值會增加約 300Pa，這是由於壓克力圓板向下鎖緊導致艙體內的空氣被壓縮，所

以必須等待艙體內部壓力下降至穩定。再來將實驗所需的光路架設並調整好後，把洩壓閥旋緊，此時會發生像鎖緊壓克力圓板一樣，壓力計的數值會上升，所以也必須等壓力計數值趨於穩定後，才能開始進行加壓的膨脹測試實驗步驟。

在加壓的實驗步驟中，每加壓  $20Pa$  則用 IntelliWave 軟體執行相移術與擷取、分析干涉條紋圖，並將膜片膨脹的實驗數據、資料儲存於電腦硬碟中。最後由多筆施加壓力值與膜片中心位移量的數據，以曲線擬合成壓力—中心位移量的關係方程式，此式即為膨脹方程式。

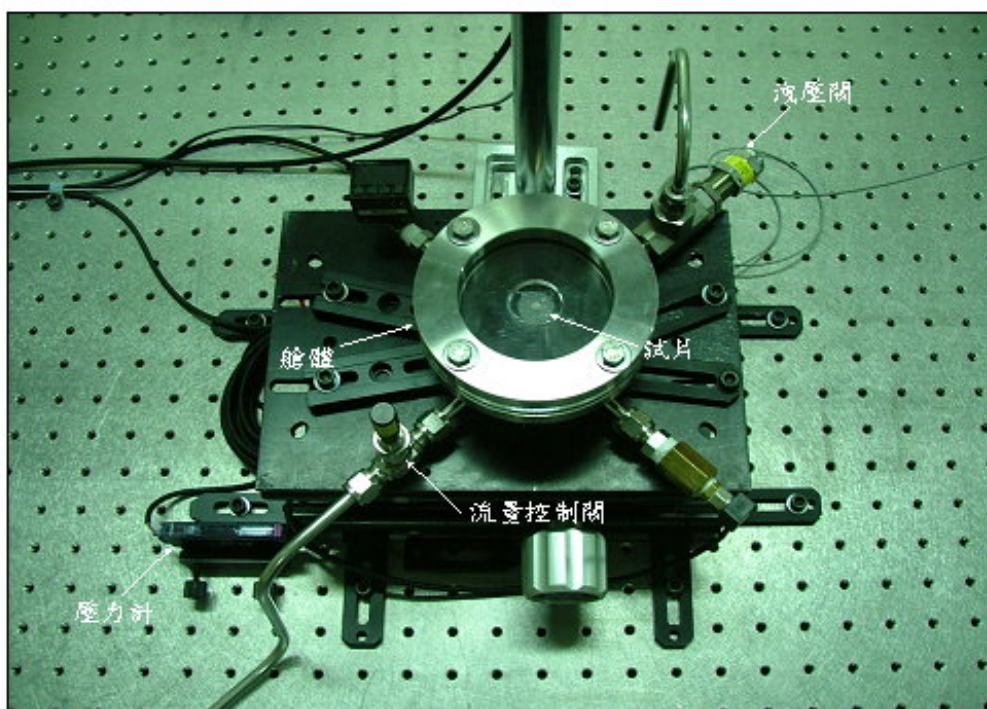


圖 3.4 加壓艙體與周圍裝置的設備



## 第四章 實驗結果

本章節為陳列與討論手機擴散片之實驗結果。

在 4.1 節中，陳列擴散片之相位調變條紋圖、相位折疊圖與相位展開圖，以及擴散片之曲線擬合圖與機械性質量測結果。而利用膨脹測試數據所作的曲線擬合，必須根據光學膜片厚度所對應的膨脹模型來決定。手機擴散片為薄膜片模型，故擬合成膨脹方程式  $P = Bh + Dh^3$ （其中  $P$  為對膜片所施加之壓力， $B$ 、 $D$  為常數， $h$  為膜片中心的膨脹高度）。

最後 4.2 節則是對於實驗結果的探討。



## 4.1 手機擴散片之實驗結果

在手機擴散片膨脹測試實驗，加壓範圍在 60~240Pa，膜片所測得的最大面外位移量為 1.1995  $\mu\text{m}$ （條紋級數  $N=7$ ）。當加壓超過 240Pa 以上後，膨脹產生的干涉條紋會漸漸模糊，如此導致相位調變條紋可視度不佳，所以無法順利地再使用相移術取得膜片面外位移量。

將加壓量與相對應的膜片中心膨脹高度，利用軟體 OriginPro 曲線擬合成薄膜(Thin-Film)膨脹方程式（如圖 4.1）：

$$\begin{aligned} P &= Bh + Dh^3 \\ &= 4.13 \times 10^7 h + 3.32 \times 10^{16} h^3 \end{aligned} \quad (4-1)$$

再將所得之 B、D 係數與公式 (2-68) 薄膜膨脹方程式

$P = 4\sigma_0 t \frac{h}{a^2} + \frac{7-\nu}{3} Mt \frac{h^3}{a^4}$  的係數項相對應求解，而得到兩組獨立方程式：

$$\begin{aligned} \frac{4}{a^2} \sigma_0 t &= 4.13 \times 10^7 \\ \frac{7-\nu}{3a^4} Mt &= 3.32 \times 10^{16} \end{aligned} \quad (4-2)$$

並把已知半徑  $a = 2\text{mm}$ 、厚度  $t = 38\mu\text{m}$  代入公式(4-2)，則可從第一條方程式得到殘留應力  $\sigma_0$ ：

$$\sigma_0 \cong 1.08\text{MPa} \quad (4-3)$$

而公式(4-2)第二條方程式內有雙軸模數和波松比兩個未知數，因此參考論文「平面顯示器光學膜片之機械性質探討」中所提供手機擴散片之波松比  $\nu = 0.48$  代入，如此即可求得雙軸模數  $M$ ：

$$M = \frac{E}{1-\nu} \tag{4-4}$$

$$\cong 6.44GPa$$

再把波松比  $\nu = 0.48$  代入公式(4-4)，可解得楊氏模數  $E$ ：

$$E \cong 3352.13MPa \tag{4-5}$$

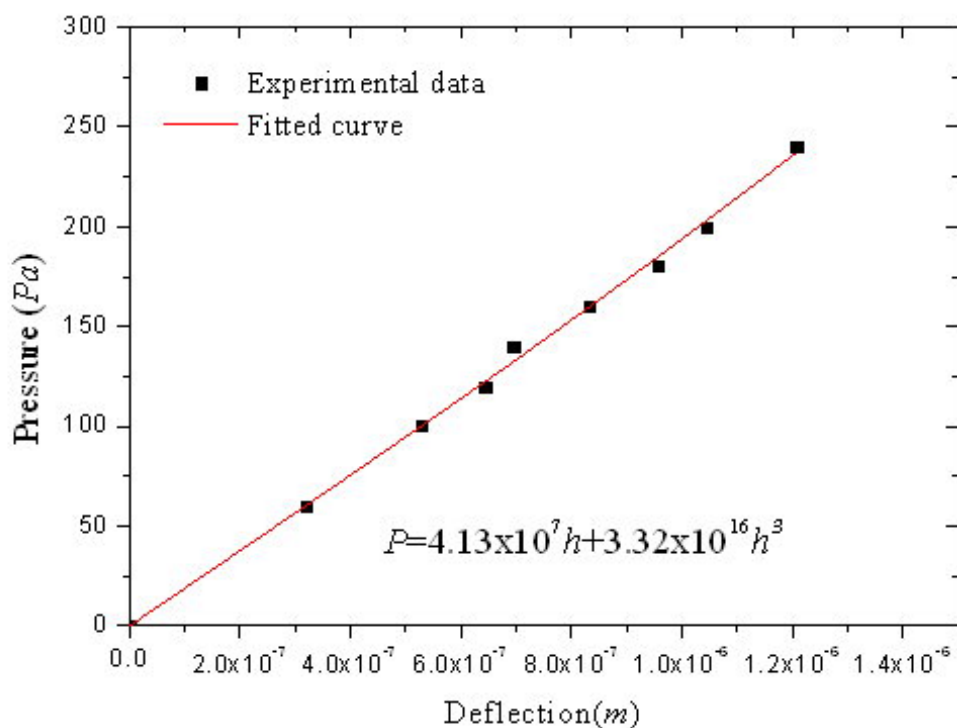


圖 4.1 手機擴散片膨脹測試曲線 (膜片厚 38 $\mu m$ ，試片孔徑 4mm)

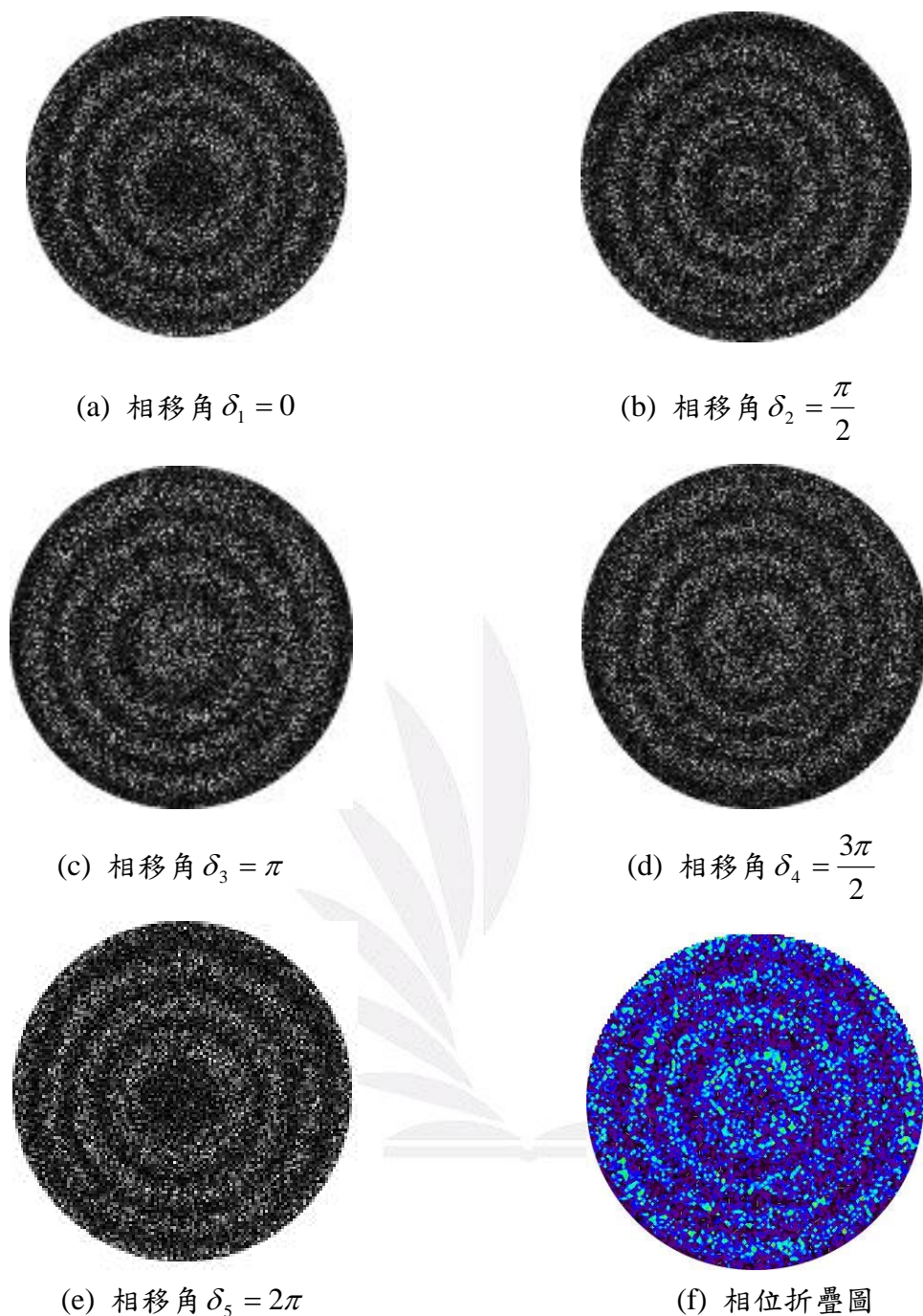


圖 4.2 五一相移術所對應之條紋圖：(a)相移角  $\delta_1 = 0$ ，(b)相移角  $\delta_2 = \frac{\pi}{2}$ ，  
(c) 相移角  $\delta_3 = \pi$ ，(d)相移角  $\delta_4 = \frac{3\pi}{2}$ ，(e)相移角  $\delta_5 = 2\pi$ ；(f)相位折疊圖

上圖 4.2 為膨脹測試試驗中，對試片孔徑  $4mm$  之手機擴散片施加均勻面壓力  $240Pa$  後，以五一相移術所得之相位調變條紋圖，相位調

變量為  $\frac{\pi}{2}$ 。經由 IntelliWave 軟體把圖 4.2(a)~(e)五張圖之光強方程式

聯立解得相位  $\phi$ ，藉此得到圖 4.2(f)相位折疊圖，再配合光強方程式

求得的相位差  $\Phi$ ，可以進而得到相位展開圖（面外位移圖）。

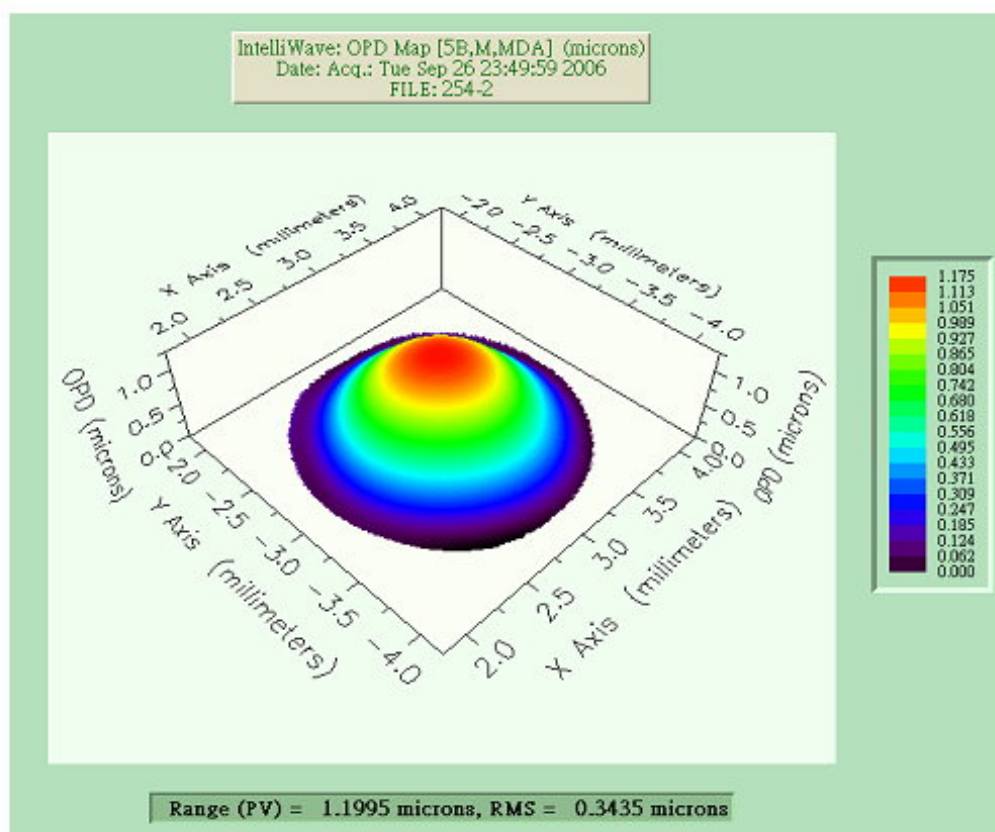


圖 4.3 手機擴散片之相位展開圖（面外位移圖）

圖 4.3 中，Z 軸方向為膜片面外位移量，右側各顏色所表示為各位移量數值，其中位移量單位為微米(micrometers)。而由上圖 4.3 可得知膜片中心的面外位移量最大，為  $1.1995\mu\text{m}$ 。

## 4.2 結果討論

厚度	機械性質				
	試片種類	雙軸模數	楊氏模數	殘留應力	波松比
38 $\mu m$	手機擴散片	6.44GPa	3352.13MPa	1.08MPa	0.48

表 4.1 擴散片機械性質

這些數據與擴散片的結構有關。從圖 1.6 可以知道擴散片是種由三種材料構成的複合材料，而參雜在擴散層、PET 膜與防黏硬膜處理層之間膠內的 PMMA 珠粒，其顆粒大小與參雜密度可能會引響擴散片的機械性質，也有可能因擴散片材料本身的高吸水性配合高濕的環境進而影響其機械性質。但在不知 PMMA 珠粒與膠的機械性質與體積比的情形下，即使是厚度相同的擴散片，其機械性質也可能不完全相同。

此機械性質將可以提供給工程師製作設計 LCD 一個參考依據。

## 第五章 結語

本實驗由於所使用的面外式電子光斑影像干涉術對於環境極為敏感，如果在實驗進行中有任何干擾，例如擾流、人走動產生的地面震動或是聲音等，都會造成干涉條紋的跳動(Dancing)而影響測量的精度。除了以上環境因素影響之外，人為因素，例如艙體內氮氣流量不容易有效控制，使得壓力不夠穩定，只要 0.02KPa 都會影響實驗穩定度與數據精確度，本實驗設備所使用的流量指示計，精確度剛好達 0.02KPa。將擴散片黏貼至壓克力片上之 AB 膠的厚度是否均勻，也影響著膜片中心膨脹高度是否為最高點，影響數據的準確性。而條紋圖的亮度對比與圖中之雜訊影像多寡或是相位展開圖上產生空孔破洞，可能是光路調整不良、儀器設備有瑕疵等，這些原因更是決定實驗的成敗。

本專題研究涉及的領域相當廣泛，像是光測力學、薄膜力學、奈米科技以及光學儀器操作等，讓學生學習到許多知識。雖然本實驗還有許多問題需要再進一步的研討與改進，但是本專題從無到有，由最初翻閱文獻、參考學長所撰寫的論文與其他相關期刊論文，到親自操作光學量測儀器、整理實驗數值與計算實驗結果，這些都使我不論是進入職場或是研究所，都是寶貴的經驗。

## 參考文獻

1. 鍾佳龍，“平面顯示器光學膜片之機械性質探討”，逢甲大學機械工程研究所碩士論文，2006年。
2. 黃素真，“液晶顯示器”，科學發展 349 期 36 頁，2002 年。
3. 方育斌，“LCD 背光模組之光學最佳化設計”，國立成功大學碩士論文，2004 年。
4. 黃松輝、洪誌瑋、李嫻嫻，“LED 光源運用於背光模組之介紹”，自強. 工業科學基金會，2005 年。
5. 林來誠，“液晶顯示器背光技術動向”，PIDA，1998 年。
6. 鮑友南、潘奕凱、姚柏宏、林建憲，“TV 用液晶顯示器之背光模組技術”，微機電技術專利，機械工業雜誌 245 期 158 頁，2003 年。
7. Eugene Hecht, Optics, 1987.
8. Ajoy Ghatak and K. Thyagarajan., An introduction to fiber optics, 1998.
9. <http://www.amctape.com/>
10. <http://www.exploit.com.tw/>
11. “大型 LCD TV 用背光模組技術趨勢探討”，工業技術研究院產業經濟與資訊服務中心，2003 年。
12. C. Ishiyama, Y. Higo, “Effects of humidity on Young’s modulus in poly(methyl methacrylate)”, J. Polym. Sci.: Part B: Polym. Phys., Vol. 40, pp. 460-465, 2002.



13. M. Suzuki, H. Hsieh, K. Huang, "Design considerations for a backlighting unit for a large area LCD-TV". International Display Workshop, pp. 669-672, 2003.
14. G. H. Kim, "A PMMA composite as an optical diffuser in a liquid crystal display backlighting unit (BLU) ", European Polymer Journal 41, 2005.
15. G. H. Kim, W. J. Kim, Seung Mo Kim, Joon Gon Son, "Analysis of thermo-physical and optical properties of a diffuser using PET/PC/PBT copolymer in LCD backlight units", Displays 26, 2005.
16. 劉源棟, "結合改良式膨脹測試法與修正式奈米壓痕測試法量測薄膜材料之機械性質", 逢甲大學機械工程研究所碩士論文, 2005年。
17. J. W. Beams, "Mechanical Properties of Thin Films of Gold and Silver", Structure and Properties of Thin Films, (edited by C. A. Neugebauer), John Wiley and Sons, New York, 1959.
18. R. J. Hohlfelder, "Bulge and blister testing of thin films and their interfaces", Ph.D. Dissertation, Stanford University, 1998.
19. 黃俊國、羅文妙、蔡哲正、林宏, "薄膜機械性質的量測—鼓脹測試", 機械工業雜誌, 奈米機械技術專輯, 2001年。
20. S. P. Timoshenko and S. W. Krieger, *Theory of Plates and Shells*, Second Edition, Singapore, 1959.
21. P. Lin, "The in-situ measurement of mechanical properties of multi layer coatings", Ph.D. Dissertation, MIT, 1990.
22. N. Butters and J. A. Leendertz, "Holographic and Video Techniques Applied to Engineering Measurement", J. of Transactions of the Institute of Measurement and Control, Vol. 4, pp. 349-354, 1971.
23. H. Hencky, "Über den Spannungszustand in kreisrunden Platten mit verschwindender Biegesteifigkeit", *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, Vol. 63, pp. 311, 1915.
24. R. J. Hohlfeder, "Bulge and Blister testing of thin films and their interfaces", Ph.D. Dissertation, Stanford University, 1998.
25. 行政院國家科學委員會精密儀器發展中心, *微機電系統技術與應*

用，全華科技圖書公司，2003年。

26. 洪雍淳，“電子斑點干涉術應用於振動模態之分析與研究”，國立中興大學碩士論文，2003年。
27. A. Wei and E. Carlsson “Speckle interferometry for measurement of continuous deformations”, Optics and Lasers in Engineering, Vol. 40, 2003.
28. 國家實驗研究院儀器科技研究中心，光機電系統整合概論，全華科技圖書公司，2005年。
29. Y. Y. Cheng, and J. C. Wyant, “Phase-shifter calibration in phase-shifting interferometry,” App. Opt., Vol. 24, pp. 3049-3052, 1985.
30. P. Hariharan, B. F. Orbel, and T. Eiju, “Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation,” Appl. Opt., Vol. 26, pp. 2504-2507, 1987.
31. C. C. Kao, G. B. Yeh, S. S Lee, C. K. Lee, C. S Yang, K. C. Wu, “Phase-Shifting Algorithms for Electronic Speckle Pattern Interferometry”, Appl. Opt., Vol. 41, No. 1, pp. 46-54, Jan. 2002.
32. 國家度量衡標準實驗室，奈米科技與檢測技術，工業技術研究院量測技術發展中心，2001年

## 致謝

能夠完成此專題，首先要感謝趙魯平教授能夠給學生這機會參與此研究，並給學生許多的指導與幫助，使學生在此期間成長不少；謝謝工研院精密量測中心研究員徐烱勛博士，指導學生光學儀器的操作，並教育學生許多光學知識；更感謝鍾佳龍學長，督促與教導我膨脹測試法的基礎理論以及各方面的知識；也謝謝方忠顯學長教我在未來如何做個稱職的研究生；還要謝謝陳明啟學長、張廷宇學長與王鍾儒學長，提供撰寫專題格式的建議和協助拍攝實驗設備，他們都給我許多的幫助。

在學生徬徨、無助時，謝謝家人們給予我建議與加油聲，更感激奶奶與媽媽不時地打電話關心我的生活作息，也謝謝室友施韋宇、朋友許世宗、黃子祐、陳怡均、女友小玉經常陪我聊天解悶，這些種種都成為我向前邁進的最大能量。

本專題蒙行政院國家科學委員會 95 年度大專學生參與國科會專題研究計畫補助(計畫編號 NSC95-2815-C-035-006-E)，順利完成，特此致謝。

張昭莒 謹誌