

逢甲大學學生報告 ePaper

報告題名：

流體力學試驗報告

第四章 渦流試驗

作者：黃靖純、吳佳倩、邱欣姿

系級：水利工程學系

學號：D9357230、D9357168、D9325517

開課老師：許少華 老師

課程名稱：流體力學試驗

開課系所：水利工程學系

開課學年：95 學年度 第1學期



摘要

操作儀器造成強制渦流與自由渦流的流況。並觀測強制渦流與自由渦流之水面線與流場，藉以了解等強制渦流與自由渦流的觀念。並比較強制與自由渦流的差異，進而了解可旋性流與非旋性流之特性。比較自由渦流和強制渦流的不同處，而自由渦流和強制渦流的原理乃是大同小異，最大的不同在於流動是否屬於旋轉流的狀況。

自由渦流和強制渦流的原理乃是大同小異，最大的不同在於流動是否屬於旋轉流。若放置二支小桿，利用小桿移動的狀態來判定是否有無旋轉的發生，無產生轉動的現象，則可說是類似剛體旋轉的流動屬於旋轉流，因此無法用速度勢表示，此種旋轉渦流通常稱為強制渦流(force vortex)；無旋轉渦流一般的稱自由渦流(free vortex)。

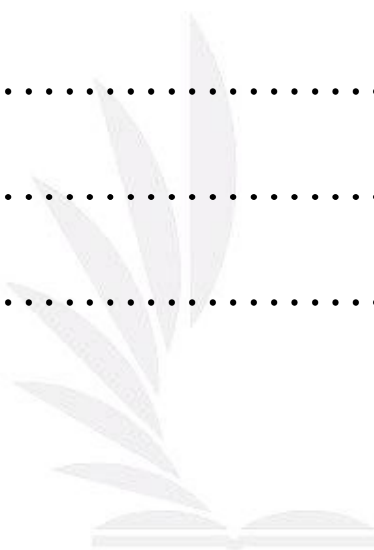
使用儀器為一透明圓筒安置在電動馬達上(以供強制轉動圓筒之用)，可透過在圓筒兩側設置兩個進水孔，可透過水管連接抽水馬達，圓筒底部有一出水口，由出水口下方之閘門控制。

關鍵字

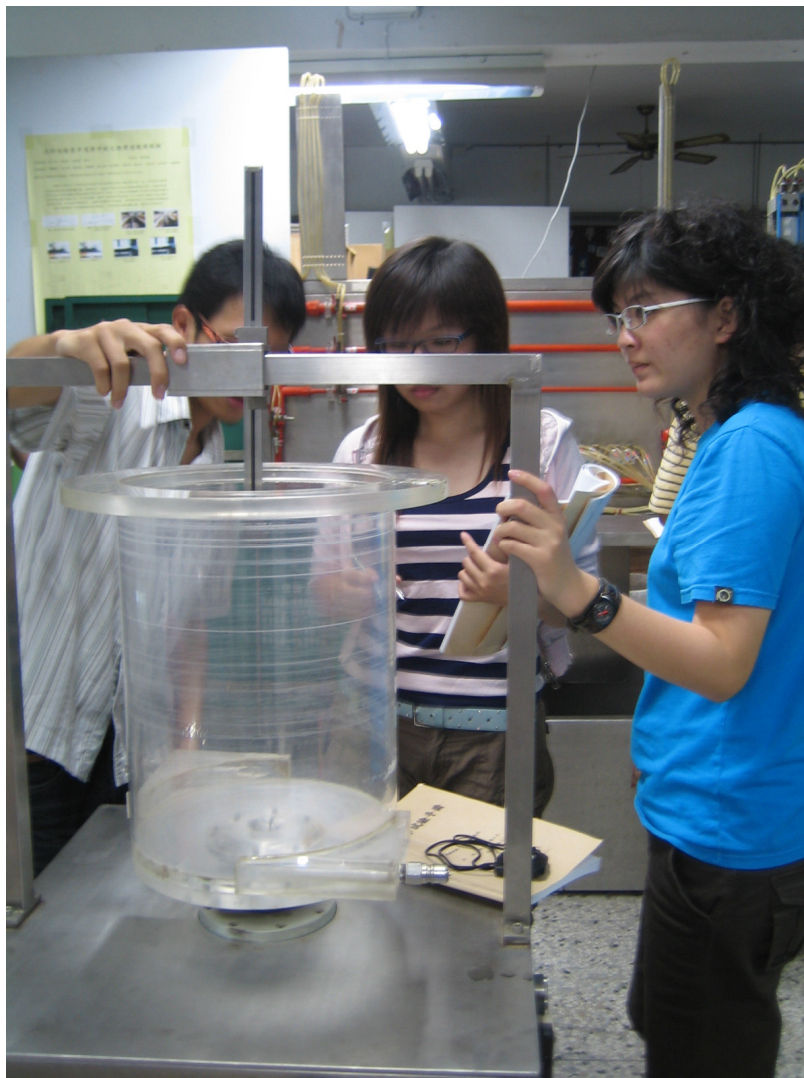
free vortex、force vortex、自由渦流、非旋流、旋流、強制渦流

目 次

一、前言.....	3
二、試驗原理.....	4
三、實驗步驟.....	8
四、實驗結果與分析.....	10
五、問題與討論.....	14
六、結論與心得.....	18
七、照片.....	19
八、參考文獻.....	21



第四章、渦流試驗



圖一 渦流試驗儀器

一、前言

觀測強制渦流水面線藉以了解等強制渦流的觀念，並與自由渦流比較，體會可旋性流與非旋性流的不同。

二、試驗原理

強制渦流：

在定量流、非可壓縮流場下，假設徑向 r 、鉛錘向 z 方向之速度為 0，且軸對稱 ($\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$)，流速 V 僅有 θ 的分量且只是徑向 r 的函數，繞著 Z 軸旋轉，其

Navier-Stokes 方程式之圓柱座標在 θ 方向上可表示如下式：

$$0 = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV) \right] \quad (1)$$

如此(1)式積分可得

$$V = \frac{C_1 r}{2} + \frac{C_2}{r} \quad (2)$$

因為在 $r=0$ ； V 為有限值；因此 $C_2=0$

代入邊界條件 $r=R$ ； $V=R\omega$ ； $C_1=2\omega$

因此

$$V = \omega r \quad (3)$$

又 Navier-Stokes 方程式之 r 、 z 分量為

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{V^2}{r} = \rho \omega^2 r \quad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{P}{h} = -\rho g \quad (5)$$

$$dP = \frac{\partial P}{\partial r} dr + \frac{\partial P}{\partial h} dh = \rho \omega^2 r dr - \rho g dh \quad (6)$$

(6)式積分可得

$$P = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho g h + C_3 \quad (7)$$

代入邊界條件

$$r=0, \quad h=h_0, \quad P=P_0 \quad (8)$$

可得

$$P - P_0 = -\rho g (h - h_0) + \frac{\rho \omega^2 r^2}{2} \quad (9)$$

水面之 $P = P_0$ ，代入(9)式可得強制渦流水面線方程式

$$h(r) = h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (10)$$

自由渦流：

在定量流、非可壓縮流流場下，假設徑向 r 、鉛錘向 z 方向之速度為 0，且對稱軸 ($\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$)，流速 V 僅有 θ 的分量且只是徑向 r 的函數，繞著 z 軸旋轉，

其中 Navier-Stokes 方程式之圓柱座標在 θ 方向上可表示為

$$0 = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV) \right] \quad (11)$$

如此(11)式積分可得

$$V = \frac{C_3 r}{2} + \frac{k}{r} \quad (12)$$

因 $V(r=0)$ 為無限大，因此 $k \neq 0$ 且帶入邊界條件 $r = R (R \gg 0); V \rightarrow 0, C_3 = 0$ ，因此

$$rV = \text{constant} = k \quad (13)$$

又 Navier-Stokes 方程式之 r 、 z 分量為

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{V^2}{r} = \rho \frac{k^2}{r^3} \quad (14)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial h} = -\rho g \quad (15)$$

$$\therefore dP = \frac{\partial P}{\partial r} dr + \frac{\partial P}{\partial h} dh = \rho \frac{k^2}{r^3} dr - \rho g dh \quad (16)$$

(16)式積分可得

$$P = -\rho \frac{k^2}{2r^2} - \rho gh + C \quad (17)$$

代入邊界條件

$$r = R (R \gg 0), h \rightarrow h_{\perp}, P \rightarrow P_0$$

$$P_0 = -\rho \frac{k^2}{2R^2} - \rho gh_{\perp} + C$$

$$C = P_0 + \rho \frac{k^2}{2R^2} + \rho gh_{\perp}$$

得

$$P - P_0 = \rho g (h - h_{\perp}) - \rho \frac{k^2}{2r^2} \quad (18)$$

令水面之 $P = P_0$ ，代入(18)式可得自由渦流水面線方程式

$$h(r) = h_0 - \frac{k^2}{2gr^2} \quad (19)$$

k 值之物理意義：環流量(circulation)用以表示渦流強度，其定義如下

$$\Gamma = \oint_c \vec{V} \cdot \vec{ds} \quad (20)$$

其中， Γ 為環流量； \vec{V} 為與封閉曲線 c 相切的速度分量； \vec{ds} 為沿封閉曲線之向量。

選擇以渦流中心為圓心、半徑為 r 的圓來決定環流量，此時 $ds = rd\theta, \vec{V} = V \vec{e}_{\theta}$

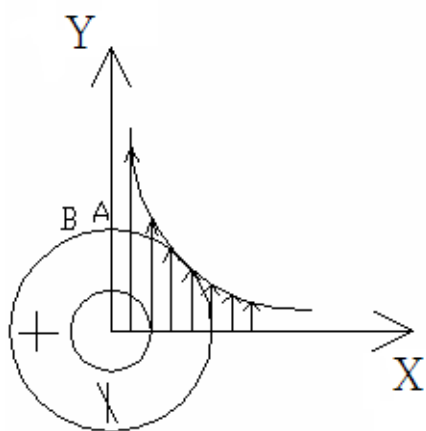
(20)式可表示為

$$\Gamma = \oint_c \vec{V} \cdot \vec{ds} = \int_0^{2\pi} V r d\theta = 2\pi V r = 2\pi k \quad (21)$$

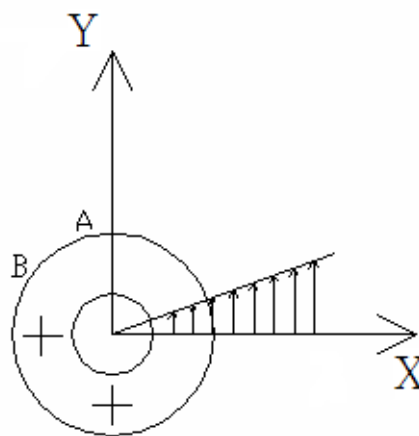
因此由(20)及(21)式可得

$$k = \frac{\Gamma}{2\pi} \quad (22)$$

下列以圖形來比較自由渦流和強制渦流的不同處，而自由渦流和強制渦流的原理乃是大同小異，最大的不同在於流動是否屬於旋轉流的狀況。若放置二支小桿，利用小桿移動的狀態來判定是否有無旋轉的發生。假設小桿放於流場 A 位置，參考圖一與圖二，隨著流動至 B，很明顯的由圖中可以看出圖一中的小桿產生轉動，圖二的小桿無產生轉動的現象，則可以說是類似剛體旋轉的流動屬於旋轉流，因此無法用速度勢表示，此種旋轉渦流通常稱為強制渦流(force vortex)；另外無旋轉渦流一般的稱自由渦流(free vortex)。

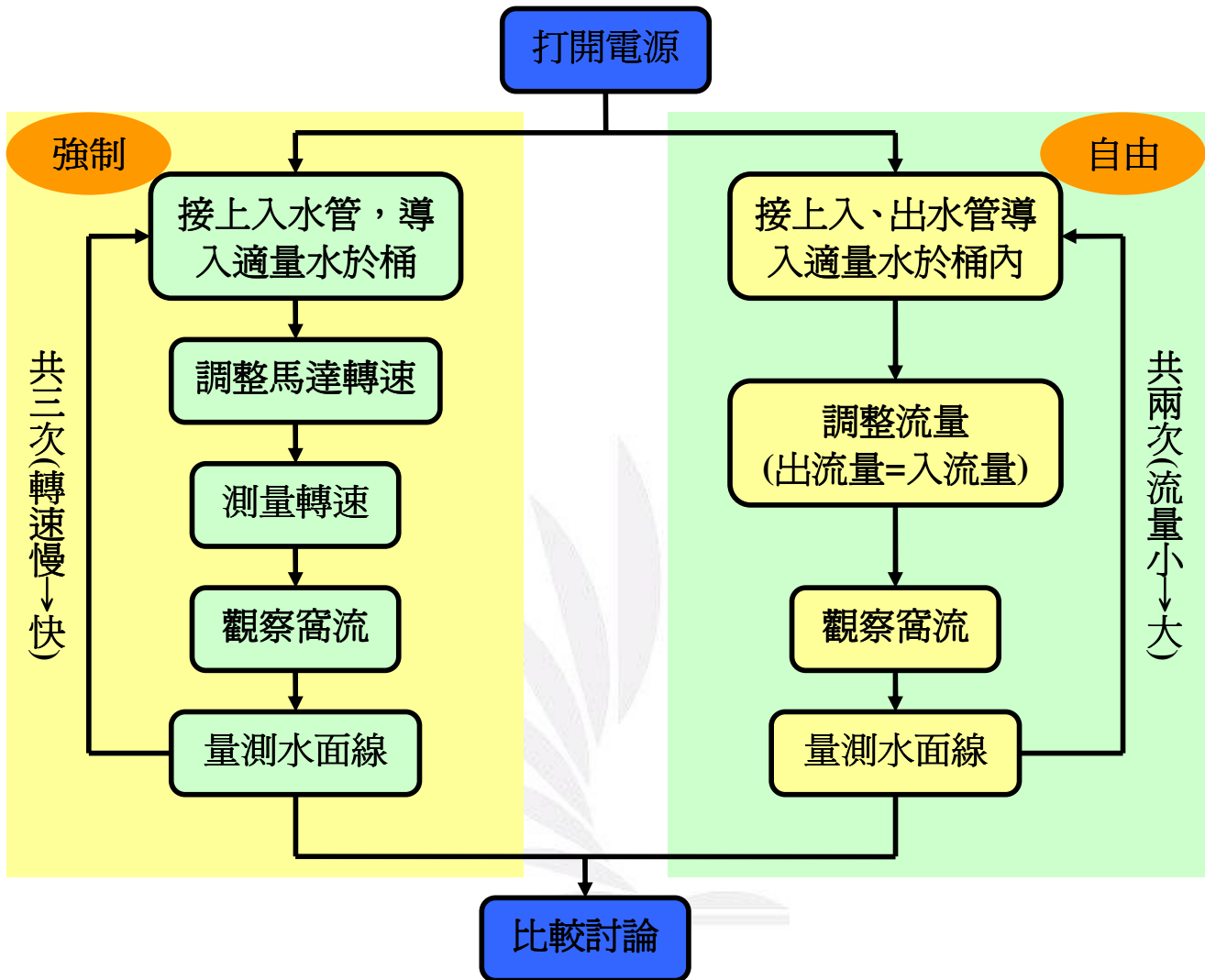


圖二 自由渦流

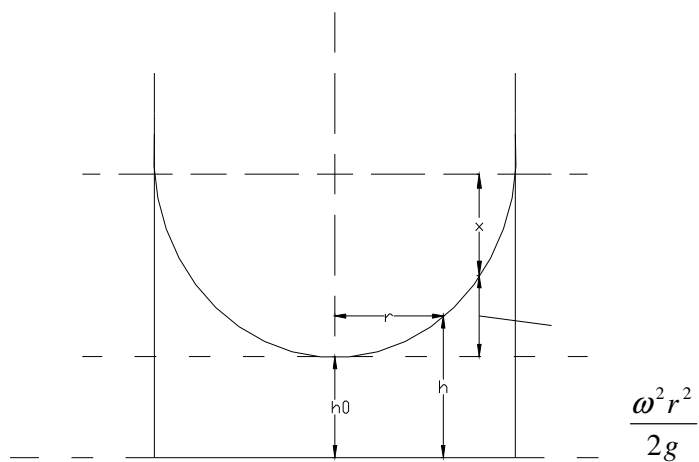


圖三 強制渦流

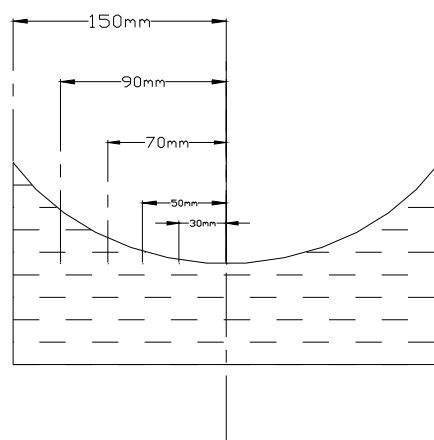
三、實驗步驟



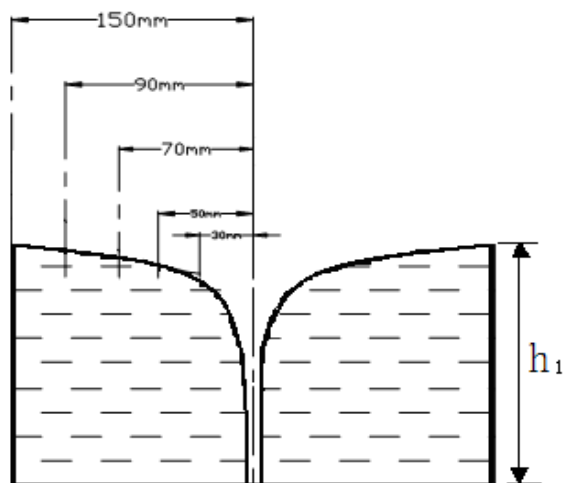
圖四 渦流試驗流程圖



圖五 強制渦流示意圖



圖六 強制渦流量測位置示意圖



圖七 自由渦流量測位置示意圖

四、實驗結果與分析

在渦流中，不同的位置會產生不同的速度和高度，利用理論方法計算出高度，並且和所觀測出的高度加以比較之。

◎強制渦流：

表一 A 第一次實驗數據表

量測時間: 15.17 sec		圈數: 10 圈				ω= 4.142 r.p.s	
NO.	量測位置 r (mm)						
半徑 r	130	110	90	70	50	30	0
X 量測位置	170	190	210	230	250	270	300
h^* 計算值	136.802	132.605	129.107	126.309	124.210	122.811	122.024
h 量測值	136.948	132.928	129.920	127.012	124.044	123.004	122.024
$\Delta h = h^* - h$	-0.146	-0.323	-0.813	-0.703	0.166	-0.193	0.000

註 1: $h^* = h_0 + \omega^2 r^2 / 2g$

2: 由水面量測器中心量起。

3: 計算時 ω 需為徑度，1 圈 = 2π 。

4: $\omega = \frac{\text{圈數} \times 2\pi}{\text{秒}}$

表一 B 第二次實驗數據表

量測時間: 8.75 sec		圈數: 10 圈				ω= 7.181 r.p.s	
NO.	量測位置 r (mm)						
半徑 r	邊緣	110	90	70	50	30	0
X 量測位置	170	190	210	230	250	270	300
h^* 計算值	148.374	135.758	125.245	116.835	110.527	106.321	103.956
h 量測值	147.956	134.984	124.028	114.928	108.996	105.096	103.956
$\Delta h = h^* - h$	0.418	0.774	1.217	1.907	1.531	1.225	0.000

表一 C 第三次實驗數據表

量測時間: 7.40 sec		圈數: 10 圈				$\omega = 8.491$ r.p.s	
NO.	量測位置 r (mm)						
半徑 r	邊緣	110	90	70	50	30	0
X 量測位置	170	190	210	230	250	270	300
h^* 計算值	156.030	138.392	123.693	111.934	103.115	97.235	93.928
h 量測值	155.024	137.024	121.912	109.980	101.032	95.912	93.928
$\Delta h = h^* - h$	1.006	1.368	1.781	1.954	2.083	1.323	0.000

根據實驗數據，計算出速度水頭和位置水頭，兩水頭相加後可繪製總能量和半徑的關係圖。

表二 A 第一次總能量計算數據表

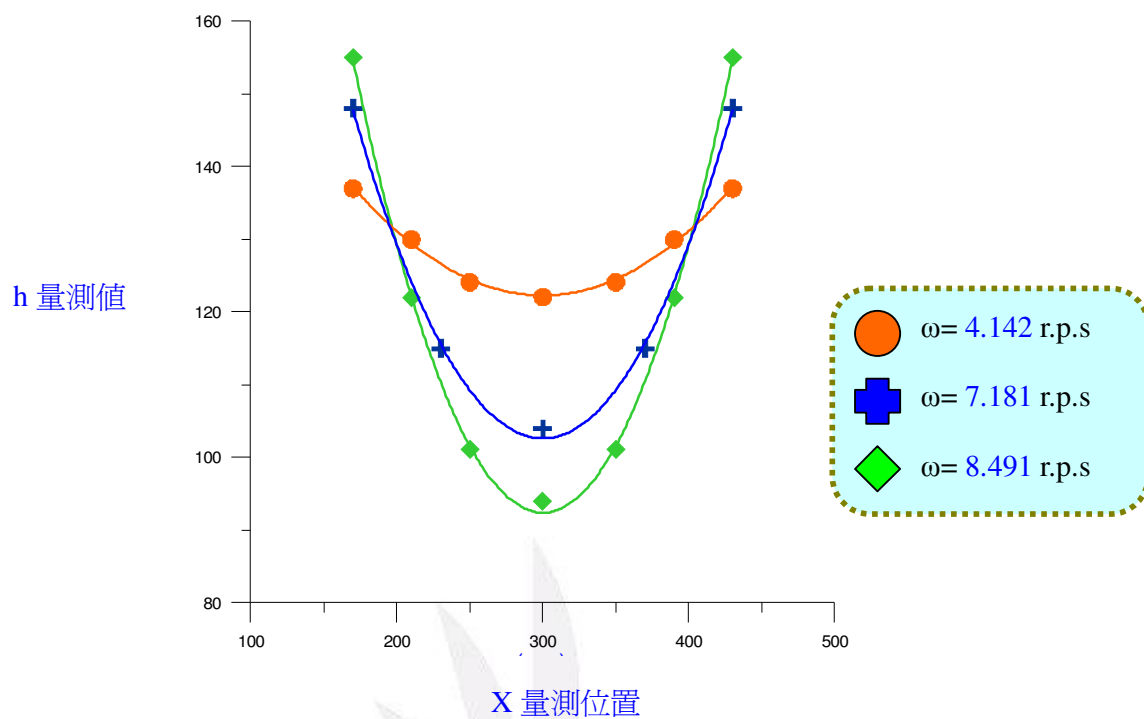
$\omega = 4.142$ r.p.s							
半徑 r (mm)	130	110	90	70	50	30	0
位置水頭(mm)	129.148	133.168	136.176	139.084	142.052	143.092	144.072
速度水頭(mm)	14.778	10.581	7.083	4.285	2.186	0.787	0.000
總能量(mm)	143.926	143.749	143.259	143.369	144.238	143.879	144.072

表二 B 第二次總能量計算數據表

$\omega = 7.181$ r.p.s							
半徑 r (mm)	130	110	90	70	50	30	0
位置水頭(mm)	118.140	131.112	142.068	151.168	157.100	161.000	162.140
速度水頭(mm)	44.418	31.802	21.289	12.879	6.571	2.365	0.000
總能量(mm)	162.558	162.914	163.357	164.047	163.671	163.365	162.140

表二 C 第三次總能量計算數據表

$\omega = 8.491$ r.p.s							
半徑 r (mm)	130	110	90	70	50	30	0
位置水頭(mm)	111.072	129.072	144.184	156.116	165.064	170.184	172.168
速度水頭(mm)	62.102	44.464	29.765	18.006	9.187	3.307	0.000
總能量(mm)	173.174	173.536	173.949	174.122	174.251	173.491	172.168



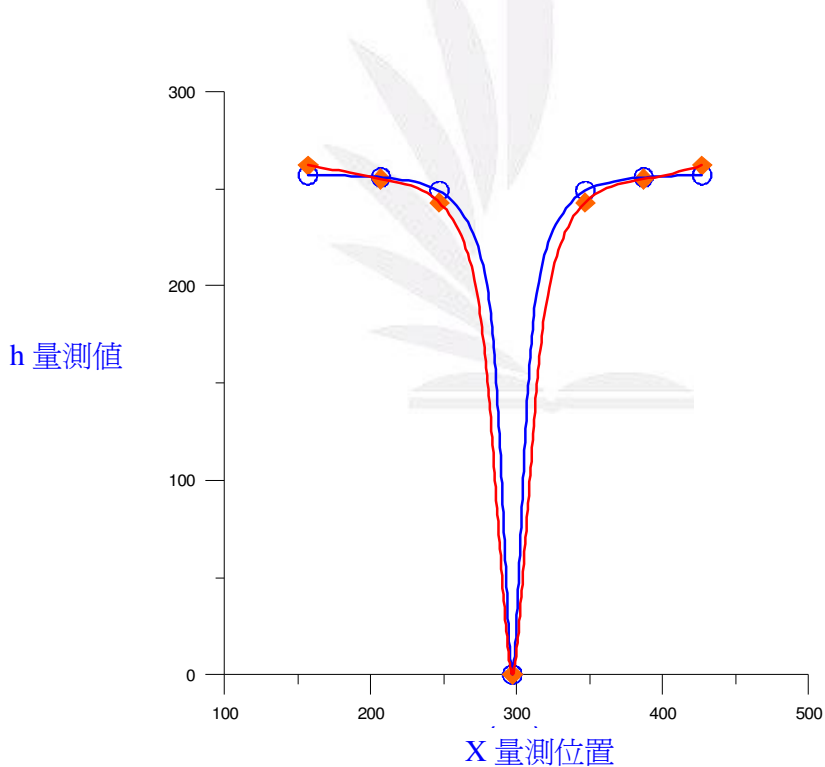
◎自由渦流：

表三 A 第一次實驗數據表(小流量)

NO.	量測位置 r (mm)						
	邊緣	110	90	70	50	30	0
X 量測位置	157	187	207	227	247	267	297
h 量測值	257.096	256.696	255.976	253.988	249.064	231.964	0

表三 B 第二次實驗數據表(大流量)

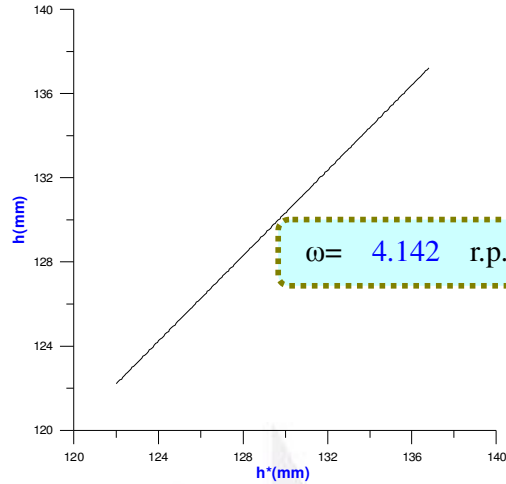
NO.	量測位置 r (mm)						
	邊緣	110	90	70	50	30	0
X 量測位置	157	187	207	227	247	267	297
h 量測值	261.996	258.036	255.06	251.952	242.916	215	0



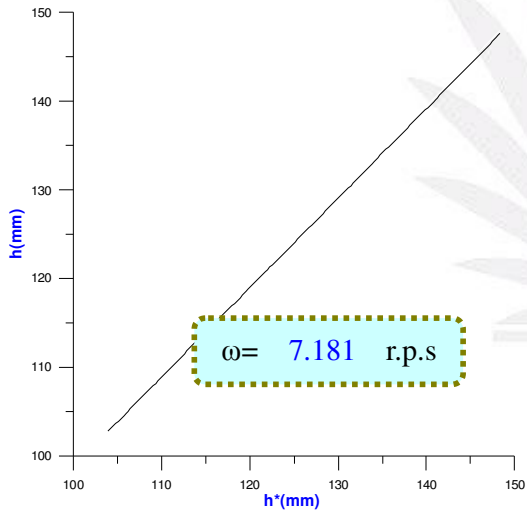
圖九 自由渦流水面線圖

五、問題與討論

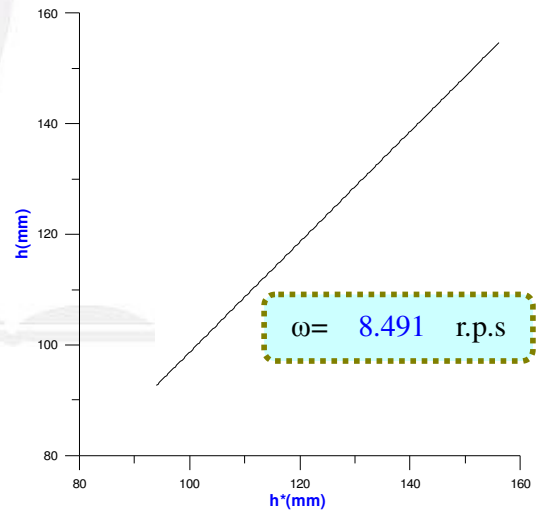
1. 計算 h 值，點繪其結果，並與理論值做比較。



圖十 h 之實驗值與理論值比較圖之一



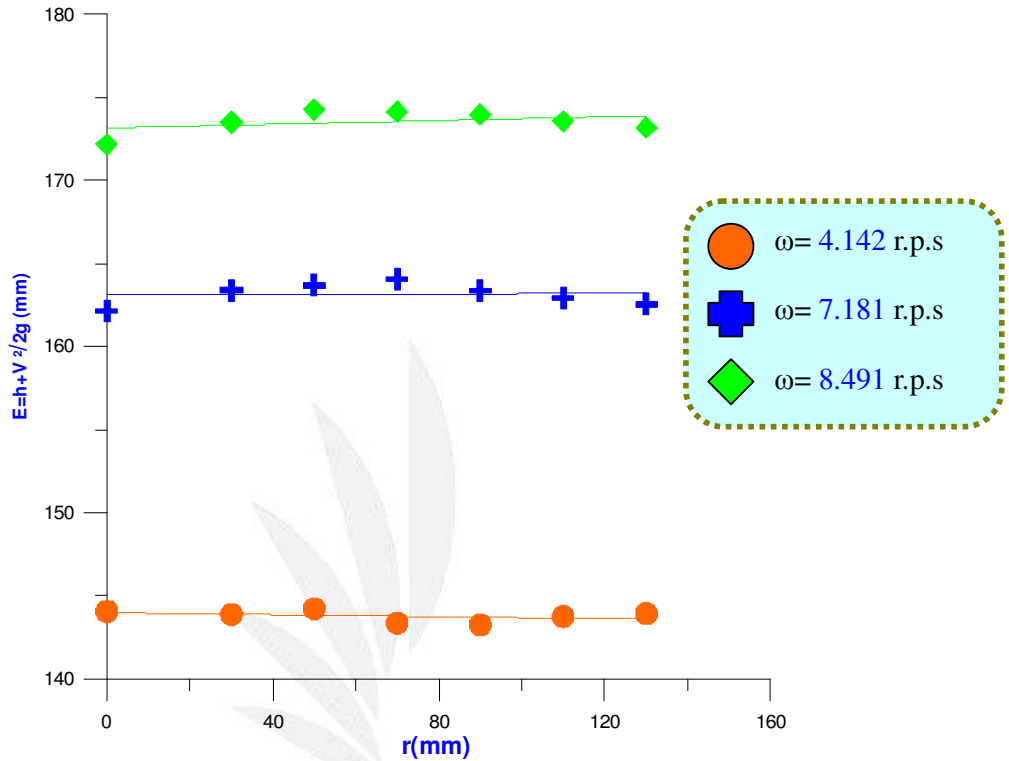
圖十一 h 之實驗值與理論值比較圖之二



圖十二 h 之實驗值與理論值比較圖之三

2. 試問強制渦流各位置之總能量($\frac{p}{\rho g} + h + \frac{v^2}{2g}$)是否為定值，試繪其與 r 值之關係，並與水面線做一比較。

強制渦流各位置之總能量趨近於定值，以下為比能與半徑之關係圖。



圖十三 比能與半徑之關係圖

3. 液體之黏滯性對強制渦流的影響為何，試說明之。

液體的黏滯性會影響強制渦流的位頭和速頭，因為液體間具有黏滯性，黏滯性越高，摩擦力越高，使轉動難以牽制液體形成渦流，液體彼此會互相吸引，且會對邊壁產生較大的吸附力，所以在有黏滯性的強制渦流時，應該要加入其摩擦力探討之。

4. 根據(9)式，可定義能量線為：

$$\frac{p - p_0}{\gamma} + (h - h_0) - \frac{\omega^2 r^2}{2g} = c$$

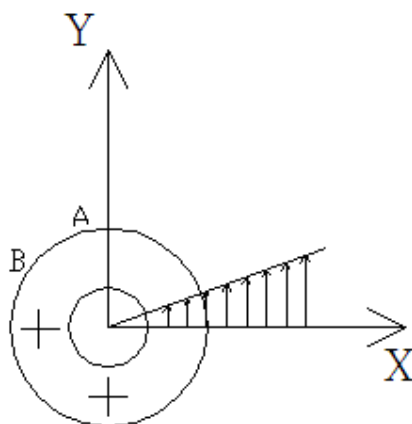
不同的 c 值，代表個別對應之等能量線。請利用一組數據，繪出

3~5 條不同之能量線，並與 $\omega = 0$ 時做一比較。

5.請探討強制渦流是否具有可旋性。

是，具有可旋性。

假設小桿放於流場 A 位置，隨著流動至 B，很明顯的可以由圖中看出小桿不會產生轉動，故類似剛體旋轉的流動屬於旋轉流。



圖一、強制渦流

6.請舉例自然界中有哪些為強制渦流？

果汁機(機器轉動、洗衣機(使其有渦流產生)，用攪拌棒泡咖啡牛奶(使咖啡牛奶產生漩渦)。

7.試討論自由渦流與強制渦流之異同。

- (1.)強制渦流為旋轉流，其旋度不等於 0，其等壓面為旋轉拋物面的自由液面，且內圈速度小於外圈速度以保持剛體之不變形。
- (2.)自由窩流為分旋轉流，其旋度等於 0，流場內的剛體是成直線運動而不旋轉，其速度分不與半徑成反比，適用於柏努力方程式。

8.自由渦流是否有等勢能線？

是。因為自由渦流為無旋轉流，可用等勢能線表示。

9.試舉例自然現象中哪些為自由渦流？

龍捲風、颱風、排水口附近的漩渦...等。自由窩流現象主要是受到柯氏力及壓力梯度力的影響，流體因為壓力差的關係，會從高壓區往低壓區流動。

例如颱風，由於颱風中心屬於低氣壓區，因此受到壓力梯度力的影響，導致空氣會由外向內流動。



六、結論與心得

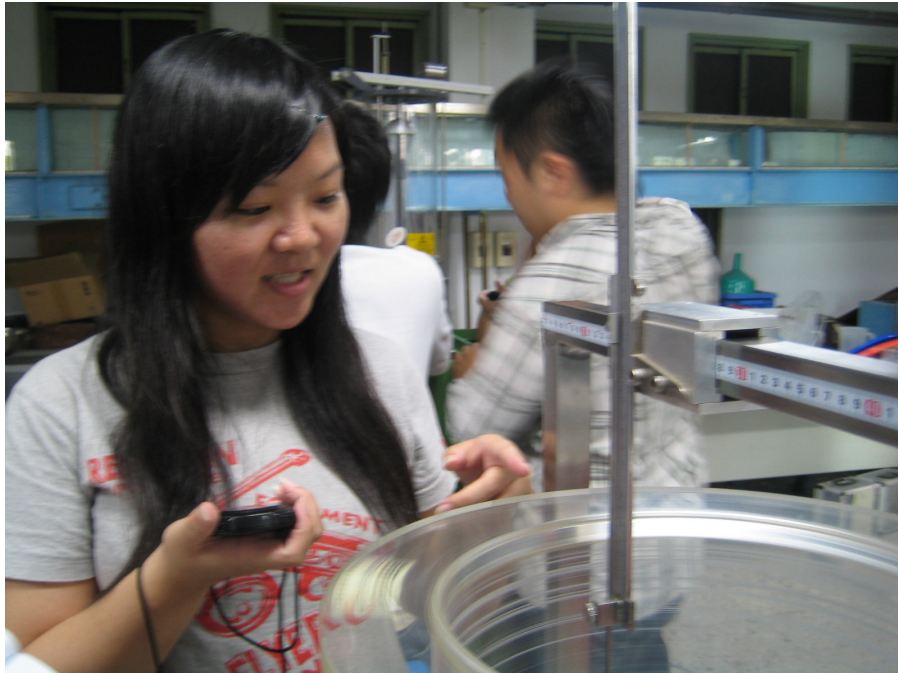
這次的實驗使我們發現在日常生活當中，常見的一些渦流運動現象，如颱風、洗衣機、龍捲風...等。根據本實驗所認識的兩種渦流所具有不同的特性，知道如何區別出兩種渦流。也讓我們了解到柏努力方程式的意義，在物理現象上，通常無法直接得知壓力分布圖，需要經由能量的轉換式，這次的結果報告中，畫了許多不同的比較圖表，表示要了解一個渦流的物理現象，除了操作、數據與外觀之外，圖表所表示的意義也是很重要的，能夠最清楚的表達出所代表的意義。

在實驗過程中須注意事項(與小技巧)：

- 1.量測邊壁時需注意量尺與容器間的距離，以免破壞容器。
- 2.觀測自由渦流時要迅速，否則水位會有變動，造成實驗誤差。
- 3.觀測強制渦流時，在轉動馬達轉速後，需等候數分鐘到數十分鐘不等，待窩流形狀完全成形後再行觀測。



七、照片



照片一 轉速量測



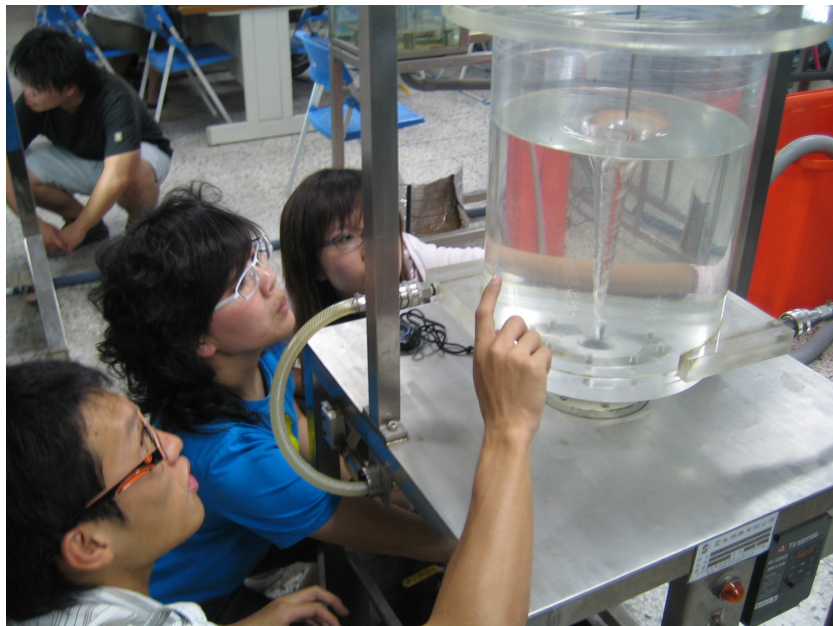
照片二 水面線觀察與記錄



照片三 自由渦流



照片四 強制渦流



照片五 討論與研究

八、參考文獻

1. Young, D. F., B. R. Munson, and T. H. Okiishi, 1997, A Brief Information to Fluid Mechanics, Chapter 6 - Differential analysis of fluid flow, pp.239-242. (流體力學課本)
2. 流體力學試驗手冊.