

台股日內指數期貨與現貨市場非線性動態關聯性之研究

柏婉貞*

摘要

本研究以台股指數期貨與現貨的五分鐘日內資料，使用 Balke and Fomby(1997)所提出的門檻共整合的觀念，重新審視在不同交易成本之下，台股指數期貨與現貨市場的套利行為及價格發現功能。本文主要研究議題為檢視台灣股價指數期貨與現貨市場價格間是否具有非線性關係，進一步以門檻共整合分析在不同套利區間下基差對股價指數期貨與現貨市場價格的影響及股價指數期貨市場是否存在價格發現功能。本文最主要貢獻在於利用 Tsay (1998)所建議的多變量門檻自我迴歸模型(MVTAR)來說明台股指數期貨與現貨價格交互動態關係。研究結果發現考慮期貨與現貨價格交互動態關係之雙變量模型，更能彰顯期貨與現貨市場在套利區間與無套利區間的價格發現與套利行為之動態關係。

關鍵詞：台股指數期貨、價格發現、套利、門檻共整合、多變量門檻自我迴歸

*聯繫作者：柏婉貞，高苑技術學院講師暨國立中正大學國際經濟所博士生。通訊地址：嘉義縣民雄鄉三興村 160 號，電話：0937340640，傳真：(07)3596734，電子郵件信箱：dcbor@cc.kyit.edu.tw

1 前言

台灣期貨交易所於 1997 年 10 月正式成立，象徵我國期貨市場邁向新的里程碑，隔年 7 月 21 日臺灣證券交易所股價指數期貨契約上市，為臺灣第一個國內期貨商品。國內期貨市場歷經了多年的發展，成交量快速攀升，2003 年成交口數，已突破一千萬口。指數期貨的推出，使現貨市場及期貨市場相互連接，同時提供投資人更多樣化的投資策略選擇。期貨理論價格主要依現貨價格為基準，在市場完美且無摩擦條件下，同一商品在不同的兩交易市場其價格應相同，若期貨價格高於現貨價格，可低價買入現貨，並高價賣出期貨，獲取無風險套利利潤，此套利行為會立即提高現貨價格，並降低期貨價格，使兩者價格趨於一致(Converge)，套利活動促使基差(basis)在合約到期日時亦應趨於零。

然而，在實務上，由於交易成本、利率風險和股利不確定等因素導致兩市場價格偏離時並非立即有套利行為產生，亦即在套利區間內，不會有套利活動。我們知道任何市場的交易一定會發生交易成本，若忽略此交易成本可能導致模型的結論不正確。Mackinlay & Ramaswamy(1988)以日內資料來檢試期貨與現貨價格間套利行為，認為傳統的套利策略因為交易成本的加入導致獲利並非無風險。Yadav, Pope, and Paudyal(1994)認為交易成本的存在，使相同資產的價格不同而產生套利行為。

過去研究指數期貨與現貨市場兩者之關聯性，均強調市場價格發現功能。De Jong and Nijman(1997)證明 S&P500 期貨市場領先現貨市場十分鐘，但現貨市場只領先期貨市場二分鐘；Ebrahim and Morgan(2000)進一步模擬現貨市場，發現 S&P500 期貨領先現貨市場二分鐘，但現貨市場領先期貨市場一分鐘。另外，實證分析認為相對交易成本是決定兩市場價格發現功能的關鍵因素。Fleming, Ostdiek, and Whaley(1996)主張不同的交易成本會影響期貨與現貨兩市場的價格發現功能，驗證交易成本假說“trading-cost hypothesis”：也就是市場存在較低交易成本，對新訊息反應時間較快，期貨價格傾向領先現貨價格；De Jong and Donders (1998)檢測出股價指數期貨領先現貨，一部份歸因於較低交易成本；Wang and Yau(2000)指出交易成本存在如同擴大買賣價差(bid ask spread)且將降低成交量。Board and Sutcliffe(1996)亦認為交易成本是決定套利者是否進場交易的重要因素，不同的交易成本對套利的價格差異造成很大衝擊。

考量交易成本的存在，市場會產生無套利行為區間，基差小於或等於交易成本，造成價格偏離均衡而在此區間上下波動，呈現隨機漫步的現象；唯有當價格偏差超出交易成本而使投資有淨獲利時，才會出現套利活動，產生均數回復(mean reverting)，使股價指數期貨市場藉由基差調整而達長期均衡。相關文獻可以參考 Mackinlay and Ramaswamy(1988)，Yadav and Pope(1990)。

過去在探討有關交易成本的套利行為實証研究中，多採用線性模型來解釋基差持續性偏離持有成本模型。然而，只有在假設基差為線性自我迴歸調整過程，即表示不論偏離均衡值多少，基差向均衡值調整為連續且固定的速度，此模型才適用。

交易成本的存在，導致基差動態調整呈現非線性走勢。因此，本文提出以雙變量門檻自我迴歸(MVTAR)模型來描述基差非線性調整過程，進一步檢驗基差與期貨、現貨價格之間的互動關係。我們以門檻模型來探討基差的非線性模型，允許基差在交易成本區

間內不會發生調整，所以，基差呈現單根行為，而若基差偏離均衡值而在區間外，則基差走勢轉變為穩定的自我迴歸過程。相關文獻如：Yadav, Pope, and Paudyal(1994)建議以 Threshold autoregressive (SETAR) 模型估計與檢定 FTSE 100 指數期貨與現貨的價格差異。Dwyer, Locke, and Yu(1996)利用非線性模型來分析 S&P 500 指數套利的非連續行為，並指出基差收斂速度較線性模型快。Brooks and Garrett(2002)也採用 FTSE 100 指數期貨與現貨，建構一個 SETAR 模型，說明買賣價差高於門檻上限時，套利策略為放空期貨作多現貨；若低於門檻下限時，投資人應反向操作即放空現貨作多期貨，且由於放空現貨被受限，因此放空期貨較容易，成本也較低。Monoyios and Sarno (2002) 提出 smooth transition autoregressive (STAR) 模型，檢測 S&P500 指數期貨市場。

另一方面，回顧國內文獻，研究國內本土型股價指數期貨與現貨之互動關係皆著重在價格發現、資訊傳遞和波動外溢效果，對於二市場間套利策略著墨甚少。例如：莊忠柱(2000)探討台灣股價指數現貨與期貨報酬及報酬波動性的動態關聯性，周雨田等(2002)分析台灣期貨對現貨市場的資訊傳遞效果。

有鑑於國內外相關研究多以線性模型來分析期貨和現貨市場的交互動態關係，忽略交易成本所扮演的角色。因此，本研究以 Balke and Fomby(1997)所提出的門檻共整合的觀念，使用台股指數期貨與現貨的五分鐘日內資料，重新審視在不同交易成本下台股指數期貨與現貨市場的價格發現功能和套利行為。此外，由於門檻值本身無法觀察到，本文最主要貢獻在於使用台股指數期貨與現貨價格交互動態關係之雙變量門檻迴歸模型來描述基差非線性調整過程，以 Tsay (1998)所建議的檢定及估計方法同時估計對稱性的套利與無套利區間之後，進一步探討期貨與現貨在套利區間與無套利區間的價格發現與套利過程之動態關係。此一做法，有別於一般傳統文獻，將模型化簡為基差的單一方程式，利用 SETAR 模型先估計基差的套利水準後，再利用此一套利水準來估計不同套利區間的動態關係。(Dwyer, Locke, and Yu, 1996; Brooks and Garrett, 2002)。因此，本文研究目的：

- (1) 使用多變量門檻自我迴歸模型檢視台灣股價指數期貨與現貨市場是否具有非線性關係。
- (2) 以門檻共整合模型分析在不同體制下基差對股價指數期貨與現貨市場的影響，並進一步探討其套利行為。
- (3) 檢驗非線性模型是否較傳統線性模型有助於提升訊息傳遞效率與價格發現功能。

本文其他研究架構如下：第二部份介紹理論模型和相關經濟原理，第三部份對模型設定及估計方法作一深入介紹，第四部份樣本資料處理，第五部份為實証結果分析，最後則為綜合結論。

2 理論模型

股價指數期貨價格是採持有成本模型 (cost -of-carry model) 來決定，欲使期貨價格與現貨價格同時均衡的條件如(1)式，否則會有套利機會存在。(1)式中 F_t 為期貨合約在 t

期的理論價格； S_t 是 t 期的現貨價格； ρ 與 δ 分別代表無風險利率與股票股利； τ 為合約到期天數； C 為交易成本，包括手續費、稅賦及市場衝擊等。期貨理論價格如下式¹。

$$F_t = S_t e^{(\rho - \delta)\tau} + C \quad (1)$$

(1)整理移項可得

$$b_t - (\rho - \delta)\tau = c \quad (2)$$

其中， b_t 為基差是指期貨價格和現貨價格之間的差距。

當期貨價格大於現貨價格，而產生正價差($b_t > 0$)情況時，表示現貨價格偏低，投資人可進行放空期貨作多現貨的正向套利活動。相反的，若期貨價格小於現貨價格，出現逆價差($b_t < 0$)，也就是期貨價格偏低，投資人可進行放空現貨作多期貨的反向套利行為。實務上，套利者以 b_{t-d} 做為是否進場套利的指標，其中， d 為延遲參數，代表套利者偏離均衡價格所反應的時間。因此套利機會發生的條件如下：

$$\begin{aligned} b_{t-d} - (\rho - \delta)\tau &> c_1 \\ b_{t-d} - (\rho - \delta)\tau &< c_2 \end{aligned} \quad (3)$$

滿足任一(3)式，表示基差在套利區間外，可藉由正向與反向套利活動使基差回復均值而穩定；然而，若不滿足，表示基差在無套利區間，無法回復均值而呈現隨機漫步走勢。因此基差值可被解釋為引發投資套利機會的信號指標，而唯有套利收益大於交易成本 c_1 (c_2) 時，套利活動才會進行。式(3)建議在期貨與現貨價格的經濟模型下，依有無套利機會區分成下列三體制 (regimes)：

$$\begin{aligned} \text{體制一}(j=1) &\text{ if } b_{t-d} > c_1 \\ \text{體制二}(j=2) &\text{ if } c_1 \leq b_{t-d} \leq c_2 \\ \text{體制三}(j=3) &\text{ if } b_{t-d} < c_2 \end{aligned} \quad (4)$$

當基差落在體制一與體制三時，因基差大於交易成本而存在套利機會；另一方面，如果基差在體制二內，則基差小於交易成本而無套利空間。Ghosh(1993)，Wahab and Lashgari(1993)，Brenner and Kroner(1995)提出期貨和現貨價格存在共整合關係，當期的期貨與現貨報酬可由過去的期貨與現貨報酬和兩市場的基差來解釋，後者即所謂的誤差修正項(ECM)。Balke and Fomby(1996)以門檻共整模型來描述誤差修正項對當期報酬的非線性動態影響。

將過去文獻用來探討期貨價格發現功能的線性 VAR 或 VECM 依式(4)的關係分成三個體制，分別討論期貨與現貨價格在有套利區間($j=1$ 及 3) 及無套利區間($j=2$)之動態關係為本研究的重點。因此我們建構以下之門檻誤差修正模型(threshold vector error correction mechanism, TVECM)來描述交易成本下的套利行為與共整合的關係。

¹ 詳細推導過程見 Dwyer, Locke, and Yu(1996)

$$\begin{aligned}\square s_t &= \alpha_{0,j}^s + \gamma_j^s b_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_{i,j}^s \Delta s_{t-1} + \sum_{i=1}^k \beta_{i,j}^s \Delta f_{t-1} + \varepsilon_t^s \\ \square f_t &= \alpha_{0,j}^f + \gamma_j^f b_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_{i,j}^f \Delta s_{t-1} + \sum_{i=1}^k \beta_{i,j}^f \Delta f_{t-1} + \varepsilon_t^f\end{aligned}\quad (5)$$

其中， b_{t-1} 為誤差修正項(基差)； j 表示不同體制。若統計上棄卻 $\gamma_j^s = 0$ 或 $\gamma_j^f = 0$ 的虛無假設，表示基差的變動可以改變現貨或期貨的價格，亦即套利行為存在；如果棄卻 $H_0: \gamma_j^s = 0, \beta_i^s = 0 \quad i=1\dots k$ 的虛無假設，表示 $\Delta f_{t-1} \rightarrow \Delta s_t$ ，即文獻上所謂的期貨市場價格領先現貨市場的價格發現功能；另一方面，若棄卻 $H_0: \gamma_j^f = 0, \alpha_i^f = 0 \quad i=1\dots k$ ，表示 $\Delta s_{t-1} \rightarrow \Delta f_t$ ，即過去的現貨價格會影響期貨價格。我們預期 $\gamma_j^s > 0$ 且(或) $\gamma_j^f < 0$ ，且在 $j=1$ 及 3 時，因為套利可以獲利， γ_1^s 、 γ_1^f 和 γ_3^s 、 γ_3^f 在統計上均將顯著；而 $j=2$ 時，由於無套利空間，所以 $\gamma_2^s = \gamma_2^f = 0$ 。式(5)為一種三體制的門檻模型，因此，需要利用 Tsay(1998)所建議之檢定方法，先檢定資料是否存以 b_{t-d} 為門檻變數的式(5)關係，一但資料可棄卻線性 VAR 或 VECM 的假設後，接著，再利用 Tsay(1998)所建議的多變量門檻迴歸模型的估計方式，同時估計門檻水準值 c 及式(5)的所有係數。下一節先說明 Tsay(1998)的統計檢定及模型估計之步驟。

3 多變量門檻迴歸(Multivariate Threshold Autoregression;MVTAR)

本文所採用之計量方法緣自於門檻自我迴歸模型(Threshold Autoregression Model；TAR)，最早由 Tong(1978)提出。TAR 模型的門檻變數若由自身因變數之落後期決定則稱為 Self-Exciting TAR(SETAR)模型。文獻關於非線性門檻檢定主要有二種方式：(1)Chan and Tone(1990)，Hansen(1996)以概似比檢定非線性模型，但存在對立假設下參數無法定義的擾攘參數問題(nuisance parameters)。(2)Tsay(1989)基於排序迴歸(arranged regression)和預測殘差(predicted residuals)檢定在對立假設下的單變量 TAR 模型。Tsay (1998) 提出多變量門檻自我迴歸模型檢定與估計方法，建構一簡單且檢定力強的統計檢定量。

多變量門檻非線性檢定主要概念為將資料依門檻值分段，每段資料呈現線性 AR 模型，並將所有分段後的 AR 模型，依門檻變數大小順序，合併成排序迴歸模型，檢定排序迴歸的殘差是否為白噪音。步驟如下：

(1)模型設定

考慮 k 維時間序列 $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{kt})'$ 和 v 維外生變數 $x_t = (x_{1t}, \dots, x_{vt})'$ ，令 $-\infty = c_0 < c_1 < \dots < c_{s-1} < c_s = \infty$ ， y_t 若滿足(6)式則為多變量門檻模型。

$$y_t = a_j + \sum_{j=1}^p \phi_i^j y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \beta_i^j x_{t-i} + \varepsilon_t^j \quad c_{j-1} < z_{t-d} \leq c_j \quad (6)$$

其中， c_j 為 s 個區段的門檻值， z_t 為門檻變數， d 為延遲參數。

(2) 排序迴歸

給定觀察值 $\{y_t, x_t, z_t\}$ ， $t = 1, 2, \dots, n$ ，假設 p, q, d 已知，我們建構最小平方迴歸模型：

$$y'_t = X'_t \Phi + \varepsilon'_t \quad t = h+1, \dots, n \quad (7)$$

其中， $h = \max(p, q, d)$ ， $X_t = (1, y'_{t-1}, \dots, y'_{t-p}, x'_{t-1}, \dots, x'_{t-q})$ 為 $pk + qv + 1$ 維度的迴歸因子， Φ 為係數矩陣。

將 y_t 與 X_t 依門檻變數 Z_{t-d} 由小到大排列後的排序迴歸：

$$y'_{t(i)+d} = X'_{t(i)+d} \Phi + \varepsilon'_{t(i)+d} \quad i = 1, \dots, n-h \quad (8)$$

(3) 建構統計檢定量

Tsay 利用預測殘差與遞迴最小平方法 (Recursive Least Squares Method; RLS) 做非線性檢定。若 y_t 為線性則 (8) 式排序迴歸的遞迴最小平方估計式 Φ 具一致性，即預測殘差為白噪音，若不成立， y_t 為非線性門檻模型，預測殘差不為白噪音。

令 $\hat{\Phi}_m$ 為 Φ 由 $i = 1, \dots, m$ 的最小平方估計式。

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_{t(m+1)+d} &= y_{t(m+1)+d} - \hat{\Phi}'_m X_{t(m+1)+d} \\ \hat{\eta}_{t(m+1)+d} &= \hat{\varepsilon}_{t(m+1)+d} / \left[1 + X'_{t(m+1)+d} V_m X_{t(m+1)+d} \right]^{1/2} \\ \text{其中 } V_m &= \left[\sum_{i=1}^m X'_{t(i)+d} X_{t(i)+d} \right]^{-1} \end{aligned}$$

此二式分別為 (8) 式之預期殘差和標準化預期殘差，考慮一迴歸式

$$\eta'_{t(l)+d} = X'_{t(l)+d} \Psi + w'_{t(l)+d} \quad l = m_0 + 1, \dots, n-h, \quad (9)$$

其中 m_0 表示遞迴最小平估計的起始點。Tsay 建議序列為 $I(1)$ 時， $m_0 \approx 5\sqrt{n}$ ；若為 $I(0)$ ， $m_0 \approx 3\sqrt{n}$ 。

我們欲檢定的虛無和對立假設為：

$$\begin{aligned} H_0 &: \Psi = 0 \\ H_1 &: \Psi \neq 0 \end{aligned}$$

Tsay(1998) 建構 $C(d)$ 統計量進行檢定

$$C(d) = [n - h - m_0 - (pk + qv + 1)] \times \{ \ln[\det(S_0)] - \ln[\det(S_1)] \}$$

$$S_0 = 1/(n - h - m_0) \sum_{l=m_0+1}^{n-h} \hat{\eta}_{t(l)+d} \hat{\eta}'_{t(l)+d}$$

$$S_1 = 1/(n - h - m_0) \sum_{l=m_0+1}^{n-h} \hat{w}_{t(l)+d} \hat{w}'_{t(l)+d}$$

其中 \hat{w}_t 為式 (9) 迴歸殘差

依據 Tsay(1998)，在 y_t 為線性的虛無假設 H_0 下， $C(d)$ 統計量的極限分配會近似

於自由度為 $k(pk + qv + 1)$ 的 Chi-Square 分配。

關於非線性門檻模型參數之估計，傳統文獻採用最小平方方法或最大概似法，Tsay(1998)、Shen & Chiang (1999) 依訊息準則如 AIC 和 SIC 來決定最適參數，Hansen(1997) 利用 Sequential conditional LS，選擇門檻參數和延遲參數以極小化殘差變異，同時估計門檻參數和延遲參數。Tsay(1998) 使用 Recursive LS 先求出序列的變異共變異矩陣，再使殘差平方和最小。

4 資料來源與處理

本文選取台股指數期貨與台股指數現貨為研究對象，說明指數期貨與現貨的關聯性，採用高頻率的每五分鐘日內(intraday)資料進行分析，資料取自台灣期貨交易所和新報資料庫，資料期間自 2002 年 4 月 8 日至 2002 年 9 月 27 日，扣除國定假日休市等因素，共 21 週，每週 270 筆觀察值，總共 5670 筆觀察值。樣本資料為台灣證券交易所加權股價指數五分鐘收盤價。

由於期貨合約在近月份契約的交易最為活絡，所選取的交易資料皆為最近到期月份期貨契約的交易資料。為了避免期貨價格受到到期月份的影響，到期月份資料係以次一契約之交易資料取代，另外，因資料有非同步與非連續交易及開盤資料累積過去資訊等問題，而造成統計上的可能誤差，我們先將上午開盤後的前 30 分鐘資料予以刪除，並利用虛擬變數方法來排除日內資料的一些 diurnal 現象。又非線性檢定過程中，為避免樣本觀察值太少產生偏誤，本文以每 4 週樣本資料作分析，我們亦加入虛擬變數的方式來解決可能存在的星期效應。

5 實證結果與分析

5.1 基本資料描述

由於資料收集期間(2002/04/08-09/27)，台股加權股價指數呈現下跌走勢且大部份處於逆價差，如圖 1。

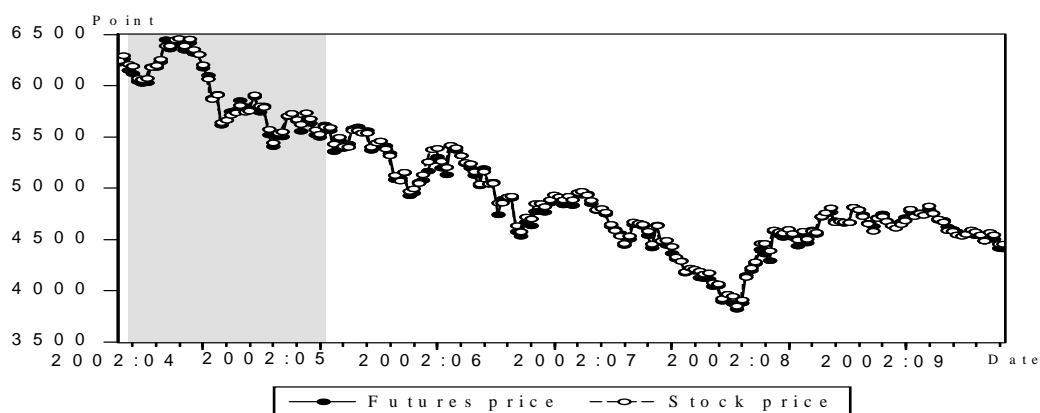


圖 1：台股指數期貨與現貨

本文僅列出代表性 4 週(2002/04/08-05/03)，此期間包含正價差與逆價差，共 940

個觀察值。首先，將期貨報酬、現貨報酬與基差資料作一般性的統計檢定，計算出樣本之均數、變異數、偏態係數及峰態係數。我們定義現貨日報酬為 $\Delta s_t = 100(\log S_t - \log S_{t-1})$ ，期貨日報酬為 $\Delta f_t = 100(\log F_t - \log F_{t-1})$ ，另外，期貨與現貨價格的基差 $b_t = \log F_t - \log S_t$ ，結果如表 1，指數期貨的平均報酬高於現貨市場平均報酬；由標準差來看，現貨的風險略高於期貨；偏態與峰態係數顯示期貨與現貨的報酬未符合常態分配。另外，期貨與現貨的基差 $b_t = -0.0058$ ，呈現逆價差，表示研究期間期貨價格平均低於現貨價格。

表 1 台股指數期貨與現貨基本統計量

變數	Mean	Std. Dev.	Skewness	Kurtosis	Sample
Δs_t	-0.0012	0.1393	-0.1662	4.5464	940
Δf_t	0.0046	0.1181	0.0961	3.7070	940
b_t	-0.0058	0.0051	0.5491	2.7728	940

說明：1. Δs_t 、 Δf_t 、 b_t 分別表示現貨報酬、期貨報酬及基差。

5.2 單根、共整合檢定

在進行共整合檢定之前，必須先對所有變數進行單根檢定，了解時間序列是否具有恆定特性，以符合共整合的必要條件。Granger and Newbold(1974)證明，非恆定序列不符合傳統迴歸同階定態的假設，將產生虛假迴歸(spurious regression)，導致估計和檢定的誤差。模型如下：

$$\Delta y_t = \mu + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

$H_0 : \gamma = 0$ ， y_t 為單根且非恆定。

$H_1 : \gamma < 0$ ， y_t 無單根且為恆定。

表 2 為單根檢定結果，台股指數期貨與現貨價格經 ADF 單根檢定後，在 1% 的顯著水準下，均無法拒絕其存在單根的現象，表示變數為非恆定序列。然而，經過一階差分後，以單根檢定，發現期貨與現貨報酬序列皆具有恆定特性。另一方面，期貨與現貨價格的基差 b_t ，在 1% 的顯著水準下，拒絕存在單根，因此，由表 2 我們看到 Δs_t ， Δf_t 及 b_t 均符合 $I(0)$ 的假設，而 $b_t \neq I(0)$ 意味著單體制的式(5)為一種 ECM 的關係。表 3 共整合檢定顯示期貨和現貨市場價格其 LR 統計檢定量均大於臨界值，證明兩市場價格存在共整合關係。

表 2 台股指數期貨與現貨市場之 ADF 單根檢定

變數	s_t	f_t	Δs_t	Δf_t	b_t
落後期數	4	5	2	3	1
統計量	-0.76614	0.3247	-19.5952***	-30.5164***	-3.5153***

說明：1. *** 表示在 1% 顯著水準下為顯著的估計值。

2. 臨界值是 MacKinnon critical values 拒絕單根的虛無假設。

表 3 台股指數期貨與現貨市場之 Johansen 共整合檢定

Eigenvalue	λ_{trace}	λ_{max}
統計量	227.4934***	135.9279***

說明：1. λ_{trace} 、 λ_{max} 在 1% 顯著水準下臨界值分別為 20.04、18.63。

2. *** 表示在 1% 顯著水準下為顯著的估計值。

5.3 價格發現之因果關係檢定

Hasbrouck (1995)指出當兩市場價格存在共整合關係時 VAR 模型不適用，Engle and Granger(1987)認為應採用誤差修正模型(ECM)模型。在描述台股期貨與現貨兩市場價格的動態關係中，如果期貨與現貨價格間存在共整合的現象，表示體系存在長期均衡關係，均衡時價格應相同，因此必須在 VAR 模型內加入限制條件 $b_{t-1} = f_{t-1} - s_{t-1}$ ，加入此限制條件的 VAR 稱為 ECM。

$$\square s_t = \alpha_0^s + \gamma^s b_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i^s \Delta s_{t-1} + \sum_{i=1}^k \beta_i^s \Delta f_{t-1} + \varepsilon_t^s$$

$$\square f_t = \alpha_0^f + \gamma^f b_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i^f \Delta s_{t-1} + \sum_{i=1}^k \beta_i^f \Delta f_{t-1} + \varepsilon_t^f$$

上式第二項為誤差修正項，共整係數為(1,-1)， γ^s 與 γ^f 係數代表體係徧離長期均衡關係的誤差調整速度。

傳統文獻多以期貨和現貨市場間領先、落後關係來描述價格發現之功能，若一市場具有快速的價格發現，表示該市場報酬領先另一市場之報酬，本文以 Granger's Causality 檢定因果關係，說明如下：

- (1) 若 γ^s (γ^f) 顯著異於零，表示基差長期會影響現貨價格(期貨價格)。當正價差擴大時，隱含投資人的套利策略為放空期貨(作多現貨)，另一方面，當逆價差擴大時，套利者會作多期貨(放空現貨)，我們定義此一關係為套利功能。
- (2) 若 γ^s 與 β_i^s ， $i=1\dots k$ 顯著不為零，表示期貨報酬領先現貨報酬，即傳統所認為的價格發現功能。
- (3) 若 γ^f 與 α_i^f ， $i=1\dots k$ 顯著不為零，表示現貨報酬領先期貨報酬。
- (4) 當(2)、(3)同時發生時，意謂期貨與現貨報酬間互相影響，具有雙向回饋關係。
- (5) 當 γ^s 、 γ^f 、 β_i^s 與 α_i^f ， $i=1\dots k$ 均為零，意謂期貨與現貨報酬間互相不影響，具獨立關係。

理論上，決定於線性自我迴歸模型的最適期數會因體制不同而有不同的落後期數，本文雙體制下體制一及體制三的最適落後期數均為一期，以避免造成期數太長，

使觀察值過少而產生偏誤，另單體制及體制二最適落後期數選取為六期，至於落後期數的選擇仍沿用最小殘差平方和之 AIC 準則。

5.4 雙變量門檻模型的非線性檢定

確定期貨與現貨價格之間可建立成雙變量的 VECM 模型之後，可再檢視期貨與現貨市場之間是否存在如式(5)的非線性隨機過程，實證步驟如下：

- (1) Tsay 配適期貨與現貨價格為 $AR(p)$ 之時間序列，依 AIC 準則決定最適落後參數 p 和設定門檻變數 b_{t-d} ，並令延遲參數 $d = p = \lambda$ ， λ 為遞延期數上限。
- (2) 將門檻變數 b_{t-d} 由小至大排列，共有 λ^2 組合模式，在各種 p 與 d 組合中，選擇

$C(d)$ 統計量最大或 p 值最小者其所對應的落後期數 p 和延遲參數 d 即為最適落後期數 p^* 和門檻延遲參數 d^*

經由上述非線性檢定後，發現樣本資料呈現非線性的門檻效果，表示交易成本使期貨與現貨價格間存在套利與非套利行為。表 4 為非線性檢定之結果。單體制之最適落後期數由上述因果關係檢定選取為六期，根據步驟二將所有 p 與 d 交叉組合，計算出 $C(d)$ 統計量和 p 值。表 5 中粗黑體字代表期貨和現貨市場價格存在非線性關係，最適落後期數為 $p^* = 6$ ，延遲期數 $d^* = 3$ 。

表 4 雙變量門檻模型非線性檢定

delay lag	d=1	d=2	d=3	d=4	d=5	d=6
VAR(1)	0.68 (0.99)	3.14 (0.79)	3.22 (0.78)	3.54 (0.74)	7.64 (0.06*)	3.06 (0.80)
VAR(2)	3.32 (0.97)	4.55 (0.92)	9.14 (0.05**)	4.99 (0.89)	6.59 (0.76)	6.03 (0.81)
VAR(3)	6.14 (0.96)	12.39 (0.03**)	13.26 (0.51)	13.17 (0.51)	10.04 (0.74)	12.20 (0.59)
VAR(4)	7.60 (0.98)	13.47 (0.76)	19.83 (0.34)	19.18 (0.38)	15.07 (0.66)	23.43 (0.17)
VAR(5)	20.26 (0.57)	18.96 (0.65)	30.35 (0.11)	32.05 (0.04**)	21.74 (0.48)	26.41 (0.23)
VAR(6)	23.65 (0.60)	21.49 (0.72)	39.93 (0.001***)	35.90 (0.004***)	33.11 (0.16)	29.85 (0.27)

說明：1. 虛無假設 H_0 為線性模型。

2. 表格內數值為 $C(d)$ 統計檢定量，括弧內表 p 值。

3. ***、** 和 * 分為表示在 1%、5% 和 10% 顯著水準的估計值。

5.5 門檻值與延遲參數的估計

Dwyer, Locke, and Yu(1996), Brooks and Garrett(2002)將期貨與現貨價格序列以簡化成(reduced form)基差的單一方程式之後，利用 SETAR 模型的概念來估計最適門檻值 c ，此一作法忽略期貨與現貨價格之間的聯立關係。另外，由單一基差模型估計所

得之最適 c ，不見得為式(5)架構下的最適 c 。我們為了解決過去文獻在估計上的缺點，本研究應用 Tsay(1998)的概念，使用系統性聯合方程組估計門檻值，同時考慮期貨與現貨交互動態價格關係，更能表彰期貨與現貨價格互動關聯性。

有關門檻值的估計，實證上相關學者提出不同的估計方法。例如：Tsay(1989)提出以 AR 係數之 t-ratio 與門檻值繪製一散佈圖(Scatterplot)觀察其轉變情形求取其門檻值，較 Tong 及 Lim(1980)所使用分位數(Percentile)取其所得之 NAIC 最小，決定較具效率。Hansen(1996)發展出以 Least Square(LS)法來進行門檻值的估計，其估計法類似最小平方法，首先檢定是否存在區間，再利用 Bootstrap 法反覆估計出門檻值。本文採用 Dwyer, Locke, and Yu(1996)，Monoyios and Sarno (2002)，以 grid search 方式逐步搜尋門檻值，其主要概念為在不同的兩個門檻值的範圍內尋求最小殘差平方和。作法如下：

- (1) 在給定門檻值 c 與延遲參數 d 之下，估計 VECM 模型。
- (2) 估計 VECM 殘差的變異及共變異矩陣 Σ 。
- (3) 本文利用 Weiss(1999)建議的準則，依據不同 c 所得到 Σ ，在 $c^* = \arg \min_{c,d} \det|\Sigma|$ 條件之下，求得最適門檻水準 c^* 。此準則可避免不合理的係數限制。
- (4) 在多變量常態分配假設之下：

$$AIC(p, q, d, s) = \sum_{j=1}^s n_j \ln\left(\hat{\Sigma}_j\right) + 2k(kq + rq + 1)$$

至於延遲參數 d 的估計， d 愈大表示市場參與者反應偏離至均衡的時間愈長，依經濟直覺而言市場對衝擊的反應調整不應太長，基於此理由相關文獻直接設定 $d=1$ 如：Yadav, Pope, and Paudyal(1994)、Obstfeld and Taylor (1997)均認為延遲一期足以捕捉任何可能套利活動，但此做法不夠嚴謹，本文設定落後期數 1 至 6 期，在各期 p 與 d 的組合中，選擇迴歸殘差無序列相關且 AIC 值最小，即為最適落後期數 p^* 和門檻延遲參數 d^* 。另外，在單體制下的 AIC 值為-8029.87，而雙變量非線性 AIC 值為-8133.92，表示以非線性模型配適較一般線性模型理想。

此外，Dwyer, Locke, and Yu(1996)以參數(parametric)及非參數(nonparametric)檢定門檻變數的對稱關係，結果發現無法拒絕基差為對稱的虛無假設，Monoyios and Sarno (2002)檢驗 S&P500 亦認為基差向均衡調整存在對稱性。實務操作上，指數套利的交易成本包括手續費、交易稅、賣空現貨股票所產生的融券成本及期貨保證金之資金成本等直接可衡量的交易成本和市場衝擊成本等無法估計的間接交易成本，其中股票交易稅和手續費分別為千分之 3 和千分之 1.425，期貨部份單筆交易稅和手續費分別為 200 元和千分之 0.25，融券成本包含融券手續費以及保證金的資金成本等，市場衝擊成本乃是因為套利時，必須同時一買一賣且迅速調整大量現貨與期貨部位，以致無法以要求的價格成交，而以較高的價格買入或以較低的價格賣出，再者，投資人也面臨政治及經濟等風險，因此，間接交易成本涵蓋面太廣，難以認定。由於交易成本會隨大盤指數變動而不同，我們以大盤 6200 點為例，投資人從事套利活動其

直接交易成本大約為 30 點²。

本文假設門檻值具對稱性，也就是上下門檻值相同情況下，不論投資人採取作多期貨(現貨)或放空現貨(期貨)其交易成本一致，進一步以 grid search 方式尋找上下門檻值，結果如圖 2 所示，上門檻值 35.43，下門檻值大約 36.19 點，上下門檻值呈對稱，表示進行套利的適當時機為期貨與現貨價差超過 36 點，投資人才值得進場套利，由於大部份樣本觀察值為逆價差現象，其價格偏差程度大於交易成本的頻率很高，顯示套利交易的訊號大部份在現貨空頭部位。一般來說，由於期貨市場與現貨市場參與者眾，市場有一定的成熟度，所以套利空間並不大，然而台灣期貨市場屬於新興市場，許多市場規章與機制皆異於成熟期貨市場，在初期參與交易者少，及流動性不佳，容易產生不合理價位，導致台股指數期貨契約價格普遍被低估，使市場存在套利機會。

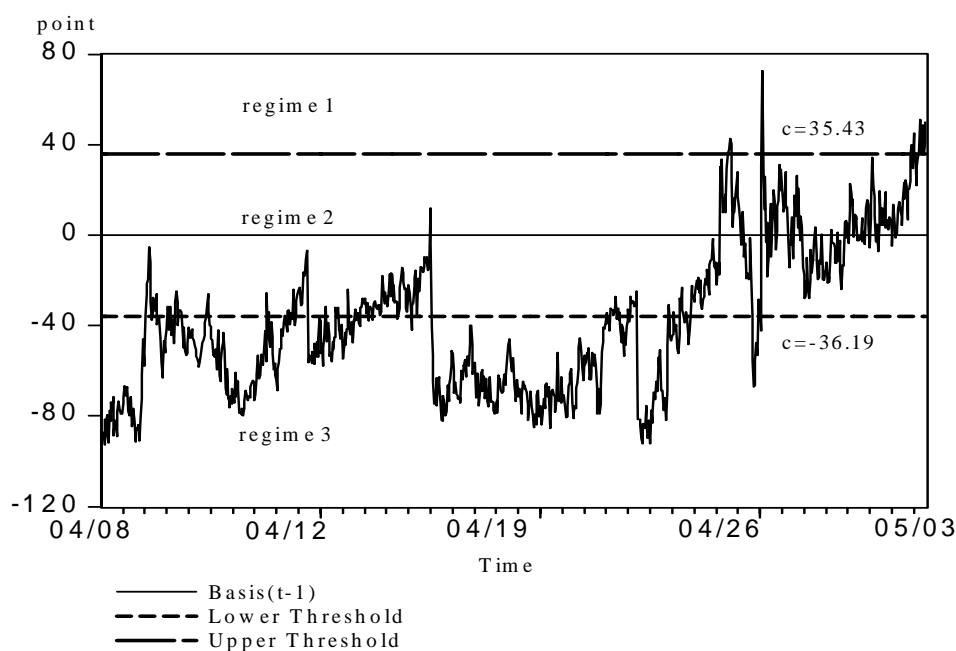


圖 2：門檻值

我們以表 5 顯示不同體制下的台股指數期貨與現貨市場價格發現之因果關係檢定結果，在單體制和體制二無套利區間下的基差變動，並不影響期貨與現貨的價格，表示此區間套利功能不顯著，其結果如同我們先前所預期；體制一和體制三則隱含基差的改變會影響現貨的價格且二者呈現正相關，表示存在套利機會，套利功能顯著；也就是如果正價差擴大時，投資人可以買進模擬大盤的股票組合，使現貨市場價格上升，同時放空約相同金額之期貨合約口數，導致期貨價格下跌；相反的，若逆價差擴大時，套利者將放空現貨，同時買進期貨，等待價差縮小甚至出現正價差時，反向回補現貨並平倉期貨部位。表 5 中我們知道基差與期貨的關係為負相關，但未發現基差對期貨有顯著的影響，可能原因為臺灣期貨市場，屬於新興市場，相較其他成熟市場

² 直接交易成本： $6200 \times (0.003 + 0.01425\%) + 6200 \times (0.025\% + 200 / 6200 \times 200) = 30$

其交易成本高且交易限制多(例如：課徵期交稅、交易部位限制等)，詳見 Huang, Kuo, & Shyu (1998)，導致基差的變動對期貨市場較不敏感。上述結論與 Dwyer, Locke, and Yu(1996)不同，該文以基差單一方程式並利用 grid search 法估計 S&P 期貨與現貨指數套利的不同體制，並進一步分析基差對期貨與現貨價格的影響，實證顯示，不論在何種體制下，套利功能均顯著。但理論上，如果基差在體制二內，由於基差小於交易成本，將不存在套利空間，也就是基差不會影響現貨與期貨的價格，套利功能不應顯著。

另一方面，在價格發現功能上，單體制及體制二均存在顯著的雙向回饋機制 (bi-direction feedback)，表示期貨與現貨兩市場間互相影響，資訊的傳遞速度相當接近，使得期貨市場不易成為主導價格發現的市場；體制一和體制三顯示期貨市場價格領先現貨價格，期貨市場較能有效率地反映市場資訊，存在價格發現功能。綜合以上證據，我們考慮期貨與現貨價格交互動態關係之雙變量模型，更能彰顯期貨與現貨在套利區間與無套利區間的價格發現與套利過程之動態關係。

表 5 台股指數期貨與現貨市場之因果關係檢定

	單體制		體制一		體制二		體制三	
b_{t-1}	Δs_t	Δf_t	Δs_t	Δf_t	Δs_t	Δf_t	Δs_t	Δf_t
	0.410 (0.427)	-0.470 (0.443)	0.0009 (0.10*)	-0.0007 (0.443)	-0.630 (0.724)	-1.368 (0.564)	0.0004 (0.081*)	-0.0002 (0.560)
Δf_{t-1}	Δs_t		Δs_t		Δs_t		Δs_t	
	127.655 (0.000***)		12.512 (0.000***)		71.812 (0.000***)		51.170 (0.000***)	
Δs_{t-1}	Δf_t		Δf_t		Δf_t		Δf_t	
	19.963 (0.003***)		-1.077 (0.299)		20.329 (0.002***)		1.020 (0.301)	

說明：1. 括號中之值為 p 值，檢定統計量為 χ^2 統計量

2. *** 表示在 1% 顯著水準下為顯著的估計值，* 則表示在 10% 顯著水準下為顯著的估計值。

6 結論

本研究利用 Tsay(1998)所建議之檢定方法，重新檢定台股指數期貨與現貨市場五分鐘日內資料是否存在非線性關係，一但可棄卻線性 VAR 或 VECM 的假設後，接著，再利用 Tsay(1998)所建議的多變量門檻迴歸模型(MVTAR)的估計方式，估計門檻水準值。並進一步分析在不同體制下基差對股價指數期貨與現貨的影響及股價指數期貨是否存在價格發現功能。實證結果如下：

- (1) 經由非線性檢定，本文樣本資料呈現非線性的門檻效果，表示考慮交易成本後，股價指數期貨與現貨價格間存在體制一、三的套利區間與體制二非套利區

間。

- (2) 單體制和雙體制下的體制二其套利功能不顯著，表示基差改變不影響期貨與現貨的價格，一如先前預期；而雙體制下的體制一和體制三則存在套利機會，套利功能顯著，隱含基差的變動會影響現貨的價格，但並未發現基差對期貨有顯著的影響，本文推測可能是台灣期貨市場受到市場結構如市場衝擊成本及法人機構持有部位限制等導致長期均衡調整較不顯著。
- (3) 在價格發現功能上，單體制及雙體制下的體制二、三均存在雙向的回饋機制 (bi-direction feedback)，表示期貨與現貨兩市場互相影響，資訊的傳遞速度相當接近，使得期貨不易成為主導價格發現的市場；雙體制下的體制一和體制三期貨市場價格領先現貨價格，期貨市場較能有效率地反映市場資訊，而有價格發現功能。

綜合以上證據，我們考慮不同體制下期貨與現貨價格交互動態關係之雙變量非線性模型，較傳統線性單體制模型更能彰顯期貨與現貨市場在套利區間與無套利區間的價格發現與套利過程之動態關係。

參考文獻

- 莊忠柱(2000),「股價指數期貨與現貨的波動性外溢：臺灣的實證」，《證券市場發展季刊》，12，111-139。
- 周雨田、李志宏和巫春洲 (2002),「台灣期貨對現貨市場的資訊傳遞效果」，《中國財務學刊》，10，1-22。
- Balke, N. S. and Fomby, T. B. (1997), "Threshold Cointegration," *International Economic Review*, 8,627-645.
- Brenner, R. J. and K. F. Kroner(1995),"Arbitrage, cointegration, and testing the unbiasedness hypothesis in financial markets" *Journal of Quantitative and Financial Analysis*, 30, 23-42.
- Brooks and Garrett(2002), "Can We Explain the Dynamics of the UK FTSE 100 Stock and Stock Index Futures Market?" *Applied Financial Economics*,12(1),25-31.
- Board, J. and Sutcliffe, C.(1996), "The Dual Listing of Stock Index Futures:Arbitrage, Spread Arbitrage, and Currency Risk," *Journal of Futures Markets*,16(1),29-54.
- Chan, K. S. and Tong, H.(1990), "On likelihood ratio tests for threshold autogression," *J. Roy. Statist. Soc.Ser. B*52,469-476.
- Chou, R. K., Lee Jie-Haun (2002), "The Relative Efficiencies of Price Execution Between the Singapore Exchange and The Taiwan futures Exchange," *Journal of Futures Markets*, 22(2), 173-196.
- Chuang, C. C. (2000), "The Volatility Spillovers between Stock Index Futures and Spot Markets: An Empirical Analysis of Taiwan," *Quarterly Journal of Security Market*, 12, 111-139.

- De Jong, F. and M. W. M. Donders(1998), “ Intraday Lead-Lag Relationships between Futures-Options, and Stock Markets,” *European Finance Review*, Vol.1, 337-359.
- De Jong, F. and Nijman, T. (1997).”High frequency analysis of lead-lag relationships between financial markets,” *Journal of Empirical Finance*, 4(2-3), 259-277.
- Dwyer, G. P., Jr. P. Locke and W. Yu(1996), “ Index Arbitrage and Nonlinear Dynamics Between the S&P500 Futures and Cash,” *The Review of Financial Studies*,9, 301-332.
- Ebrahim, S. K., and Morgan, I. G. (2000). “High frequency relationships between the S&P 500 index, futures and depository receipts” Queen’s University.
- Engle, R. F., & Granger, C. W. (1987), “Co-integration and error correction : Representation estimation and testing,” *Econometrics*, 55,251-276.
- Fleming, J., Ostdiek, B., & Whaley, R. E. (1996), “ Trading costs and the relative rates of price discovery in stock, futures, and options markets,” *Journal of Futures Markets*, 16(4), 353-387.
- Ghosh, A. (1993),”Cointegration and error correction models:intertemporal causality between index and futures prices”, *Journal of Futures Markets*, 13, 193-198.
- Granger, C. and P.Newbold(1974), “ Spurious Regressions in Econometrics,” *Journal of Econometrics*, 2, 111-120.
- Hasbrouck, J. (1995), “ One security, many markets: determining the contributions of price discovery,” *Journal of Finance* 50, 1175-1199.
- Hensen, B (1996), “Inference when a nuisance parameter is not identified under the null hypothesis,” *Econometrica*, 64,413-430.
- Hensen, B (1997), ”Inference in TAR model.” *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* 2,1-14.
- Holden, C. W. (1995), “Index Arbitrage as Cross-Sectional Market Making, ”*Journal of Futures Markets*,15(4),423-455.
- Huang, Y. C., & Shyu, D. (1998), “An evaluation Taiwan stock index, *Review of Securities and Futures Markets*, ” 9, 1-27.
- Huang, Y. C., Kuo, C. J. & Shyu, D. (1998), “ The market efficient and arbitrage opportunities of Taiwan stock index futures traded at SIMEX,” *Review of Securities and Futures Markets*, 10, 1-29.
- Mackinlay , A. C.,and K. Ramaswamy,(1988), “ Index-Futures Arbitrage and the Behavior of Stock Index Prices,” *Review of Financial Studies*,1, 137-158.
- Monoyios, M. and Sarno, L (2002), “Mean Reversion in Stock Index Futures Markets: A Nonlinear Analysis,” *Journal of Futures Markets*, 22(4), 285-314(2002)
- Najand, M. and K. Yung(1991), “A GARCH examination of the relationship between volume and price variability in futures markets,” *Journal of Futures Markets*,11(5),347-370.
- Shen, C. H., & Chiang, T. C. (1999), “Retrieving the banishing liquidity effect-A threshold autoregressive model,” *Journal of Economics and Business*, 51(3), 257-277

- Tong, H., (1978), On a threshold model, in C.H. Chen(ed.), *Pattern Recognition and Signal Processing*, Amsterdam : sijnhoff & Noordhoff,101-141.
- Tsay, R.S. (1989), “Testing and modeling threshold autoregressive processes,” *Journal of the American Statistical Association*, 84,231-240.
- Tsay, R S. (1998), “ Testing and modeling multivariate threshold models,” *Journal of the American Statistical Association*, 93,1188-1202.
- Wahab, M. and M. Lashgari(1993),”price dynamics and error correction in stock index and stock index futures markets: A cointegration approach”, *Journal of Futures Markets*, 13, 711-742.
- Wang, G., & Yau, J. (2000), “Trading volume, bid-ask spread, and price volatility in futures markets,” *Journal of Futures Markets*, 20,943-970.
- Yadav, P. K., P. F. Pope, and K. Paudyal, (1994), “Threshold Autoregressive Modeling in Finance: The Price Differences of Equivalent Assets,”*Mathematical Finance*, 4,205-221.
- Yadav, R., & Pope, P.(1990), “Stock index futures arbitrage :International evidence,”*Journal of Futures Markets*,10,573-603.

**The nonlinear relationship between Spot and Futures Market
for Taiwan Intraday Stock Index**

Wan-Chen Po

Kao Yuan Institute of Technology
Department of International Trades,
and
Department of Economics,
National Chung-Cheng University

This paper uses 5-minute intraday data and employs the concept of threshold cointegration developed by Balke and Fomby (1997) to re-examine the arbitrage behavior and the function of price discovery in Taiwan stock and futures markets under different levels of transaction costs. The main purpose of this paper is to investigate the nonlinear relationship between the Taiwan futures and cash indexes. We use the methodology of threshold cointegration to analyze the effects of bid-ask spread on the futures and cash indexes and explore the function of price discovery in the futures market under different arbitrage bounds. Applying multivariate threshold autoregressive model (MVTAR) introduced by Tsay (1998) to investigate the dynamic relationship between the Taiwan stock index futures and cash indexes is the major contribution of this paper. We find that the bivariate model that allows for dynamic interrelationship between futures and cash prices is better than the traditional one in revealing both the price discovery of futures and cash indexes and arbitrage behavior within and outside the arbitrage bounds.

Keywords: Indexes futures ; Price discovery ; Arbitrage ; Threshold cointegration ; Multivariate threshold autoregressive model