投資型保單之定價－附有保證本金

Valuation of Equity-Linked Insurance Contract with minimum Guarantee

蔡明憲*（Ming-Shann Tsai）

謝瑞展**（ Jui-Chan Hsieh）

國立暨南國際大學財務金融學系

（Department of Banking and Finance, National Chi Nan University)

投資型保單之定價－附有保證本金

Valuation of Equity-Linked Insurance Contract with minimum Guarantee

蔡明憲*(Ming-Shann Tsai)

謝瑞展**(Jui-Chan Hsieh)

摘要

投資型保單給付的保險金，受投資標的資產之影響而決定價值多寡，本文針對附有保證本金的投資型保單定價。在投資型保單的定價上，價格決定需同時考量生死風險及投資組合風險，其定價較傳統壽險定價複雜。有別於一般精算觀念，本研究從財務經濟理論的觀點，以人的生命力隨機序列走勢來決定死亡和生存機率，並分析保險費用之死亡保險金及滿期生贈金，即本文將具不確定性的保險金報償與生命力機率密度函數結合而成投資型保單定價模型。此外，本文亦顯示模型的比較靜態分析結果。

關鍵字:保證本金;死亡保險金;滿期生贈金

Key word：guarantee；benefit of mortality；benefit of expiration

Abstract

With characteristics of minimum guarantee and uncertain benefit, the value of equity-linked life insurance contract depended upon the performance of a reference portfolio. This article provides the insurance contract valuation from the perspective of financial economics. Based on the process of the force of life, as used in Tsai, Shyu and Liao(2000), the benefit of mortality and benefit of expiration can be decided. We also compare the premium of equity-linked life insurance contract with traditional premium, such like Tsai, Shyu and Liao(2000) and Brennan and Schwartz(1976). The comparative analysis of contract value is also made in this paper.

*國立暨南國際大學財務金融學系，助理教授，南投縣埔里鎮大學路一號，

Assistant Professor, Department of Banking and Finance, National Chi Nan University, Puli, Nantou, Taiwan, R.O.C.

**國立暨南國際大學財務金融學系，研究生，南投縣埔里鎮大學路一號，

Graduate Student, Department of Banking and Finance, National Chi Nan University, Puli, Nantou, Taiwan, R.O.C.

投資型保單之定價－附有保證本金

1 前言

環顧眼前金融市場，面臨利率走低趨勢，一方面保險公司利差損的風險增加；另一方面投資人亦更需慎選理財工具以達到投資效益。因此，兼具投資與保險特性的投資型保單，在民國八十九年開放銷售後，逐漸受到重視。從保費收入來看，2002 年投資型保單總保費收入約新台幣 82 億元，而 2003 年第一季已達 73 億元。此外，投資型商品在台灣之佔有率，從 2002 年上半年約 2 到 3%，到 2003 年一月 7%，二月 13.6%，三月 15.6%的表現可見，投資型保單在保險商品中已占有舉足輕重之地位，並且仍具成長趨勢，因此，其保險費用之定價更顯得重要，此遂引起本文研究之動機。

早在 1970 年代，在權益連結壽險商品定價上，Brennan and Schwartz (1976)將 Black and Scholes (1973)定價模型運用在保險給付的不確定性上，其針對附有最低價值保證的投資連結壽險商品，求出合理的保費，另外，也可決定保險公司的最佳投資策略。而 Persson and Aase (1997)利用無套利機會觀念針對人壽保險附有最小保證報酬保單定價，其從財務經濟理論中無套利機會觀點，推導出幾種不同保證報酬形式的封閉解，同時，也決定附加費用之價格。Bacinello (2003)針對壽險分紅保單定價，文中最大特色在於保單中附有一解約選擇權，保戶如同買進一美式賣權，因為保戶可以隨時用解約現金價值將保單賣回給保險公司，在假設利率為 CRR 過程 Cox, Ross and Rubinstein (1979)下，將保單價格拆解成三部分: 基本合

約、分紅選擇權和解約選擇權，在基本合約和分紅選擇權方面皆可以得到封閉解。上述文獻在對保費定價時，其死亡和生存機率皆是由生死經驗表求得。蔡明憲、徐守德和廖四郎（2000)對死亡及生存機率的求算有不同的看法，其文從效用函數觀點出發，將財務經濟理論和保險訂價結合，在 Arrow- Debreu 經濟體系下，考慮個人重視身故後家人的生活的程度差異，會有不同的效用函數，並且假設存在一個生命力為零的界限，則當生命力走勢碰觸到此一吸收界限，視同生命終了，且不再恢復，進而決定保險費率價格。

投資型商品比傳統人壽保險多擁有了看漲資產價值的權利，具保證本金設計的保險契約，仍不失原本壽險之保障功能，另一方面，在投資型保單中，一般大眾可以藉此衡量自身風險愛好程度而建構合適的投資組合，其價格決定需同時考量生死風險及投資組合風險，因此其定價較傳統壽險定價複雜。本文與蔡明憲、徐守德與廖四郎文中保險費用比較，差異之處在於本文考慮保戶在每一個時點執行保險合約，所獲保險金報償皆為一不固定的選擇權價值；而應用生命力走勢決定死亡機率則與 Brennan and Schwartz 以生命表作基準不同，數值結果發現本文投資型保單總保費皆高於蔡明憲、徐守德與廖四郎及 Brennan and Schwartz 文中所得之保費。

在求得投資型保單的理論價格後，將可提供要保人比較所繳交保險費用是否適當，此外亦可分析影響保費之因素，在比較靜態分析中，本文發現在考慮了投資組合報酬率變異數之後，結果顯示投資組合報酬率變異數越大，保費就越高。

此外，本文認為生命力變異數越大會使生命力走勢波動度更大，而提高了生命的不確定性，因此，生命力變異數和保險費用為正向相關，尤其死亡保費隨投保年齡上升而增加的幅度愈見明顯。

本文架構將組織如下：下一部分為模型的介紹，第三節包含生命力過程的描述，以決定生存機率和死亡機率，進一步可知保費定價模型的推論。第四節針對現有文獻保險費率的決定作了簡單的比較。第五節考慮了保本率以及參與率。最後是模型的數值分析結果與結論，其中將根據男性、女性和兩性九十一年簡易生命表去求取躉繳型投資型契約保險的費用組成。

2 模型架構

金融市場涵蓋範圍廣大，保險為其中之一，其完備與否對促進社會福利健全具十分的重要性。此外，保險亦可於投保人身故後，提供一份維持家人生活水準的保障，進而增加自身效用。因此，理性消費者願意付出保險費用購買保險，而對於生命不確定性風險趨避程度越大，所願意付出的保費越高。雖然個人身故後留給家人的消費水準，本身無法享受，但在個人重視身故後家人的保障情形下，效用函數對死後留給家人消費水準作一階偏微分會大於零，而且偏微分值會隨著重視程度增加而越大，該論點可由蔡明憲、徐守德和廖四郎文章得知。

一般而言，保險費用價格的組成分為死亡保險金和滿期生贈金兩部分，死亡保險金的給付上取決於人的生命力走勢是否在契約期間[1]內碰觸到死亡界限，即是

[1] 契約期間為保費運用於投資起始日到契約遞延期間屆滿日，此處忽略了保單生效日到投資起始日的作業時間。而在此期間保戶不幸身故，保險公司將會返還全額保費。

生命力為零的界限；而滿期保險金的實現則是契約到期時，生命力走勢都尚未碰觸死亡界限。因此考慮個人效用函數對保費定價的影響之後，必須描述生命力序列隨機過程，方能決定個人在投保期間生存和死亡機率密度函數，最終可得到保費定價模型。

傳統壽險保險金皆為保險公司和保戶事先約定一固定值，當要保人身故或契約期滿即代表著契約終止，保險公司需給付保險金。而本文所要探討的投資型保單，其保險給付條件仍然與傳統壽險相同，不同的是，死亡給付和生贈金的多寡是根據保戶所選擇的投資標的績效決定，因而投資型保單擁有保障和投資兩大特色，而其保險金額給付的不確定性即說明了投資的特性。

在大多數保單中，繳納保費後至投資起始日期間，保戶所支付的保費在扣除相關費用後，例如投資組合管理費、附加費用和死亡成本等，剩餘金額將先以四大行庫[2]局活期存款平均年利率為依據，加計利息後投入到所選定之期初投資組合。本文假設保險相關費用為零，並假設投入金額為 $y(0)$， $y(0)$也代表保費運用於投資標的的起始價值，即為保單價值準備金。因此死亡給付和生贈金都決定於投資績效表現，若在契約期間內不幸身故，保單價值即為死亡給付金額，換言之，保戶將會承擔大部分的投資風險，但是保險公司通常會承諾一最低保證價值，本文令之為保單起始價值 $y(0)$[3]，根據 Brennan and Schwartz 提到所要規避的資產變

[2] 四大行庫是指台灣銀行、中央信託局、第一銀行與合作金庫。

[3] 起始價值亦可不假設為 $y(0)$，但因國內投資型保單在附有保證本金設計下，保證本金通常即為期初投入金額，故本文亦令之為 $y(0)$。

動風險，投資標的 y 可能為一投資組合，此一投資組合在實際投資型保單中可能包含基金、債券或是參與大盤指數報酬率，此處投資標的 y 為實際金額的概念，因此 y 的變動表示如下：

$$\frac{dy}{y} = udt + \sigma dz \tag{1}$$

其中，u 為投資組合預期瞬間報酬率，σ 為投資組合瞬間標準差，dz 為投資組合標準布朗運動變動量。

投資型保單定價與傳統壽險定價不同之處在於不論死亡給付或生贈金都不再是一固定值，保戶在每個時點的報酬(payoff)必須由投資標的價值 y 來決定，而 y 的變動過程符合幾何布朗運動(Geometric Brownian Motion)，在保險公司提供一最低價值保證 $y(0)$ 情形下，保戶如同擁有一個選擇權加上最低價值保證 $y(0)$，期初投資價值在決定後即為一固定值，保戶所獲得的死亡給付會是保險金額或保單起始價值兩者較大者，此保單價值是由投資績效所決定，在契約期間內死亡給付可表示如下：

$$B(t) = \max[y(0), y(t)] = [y(t) - y(0)]^{+} + y(0) \tag{2}$$

其中：

$B(t)$：為 t 時點不幸身故之死亡給付，且 $0 < t < T$。

$y(0)$：為投資起始日的投資組合價值。

$y(t)$：為 t 時點投資組合價值。

另外，在生贈金(以 $B(T)$)領取部分，事實上，和死亡給付為相同概念，不同

處在於時點的差異，生贈金為契約期間屆滿日的保單帳戶價值，本文假設保戶一次全數領回保險金，因此，若契約期間內及屆滿當日生命力皆未碰觸到界限 0，則生贈金表現方式如同死亡給付，表達成下式：

$$B(T) = \max[y(0), y(T)] = [y(T) - y(0)]^{+} + y(0) \tag{3}$$

因此依 Black and Scholes 的定價理論可得死亡時或期滿可領取之保險金取現值後為：

$$B_{pv}(t) = E_Q\left[e^{-rt}B(t)\right]$$

$$= y(0)N(d_1) - y(0)e^{-rt}N(d_2) + y(0)\, e^{-rt}$$

$$= y(0)\left[N(d_1) - e^{-rt}N(d_2) + e^{-rt}\right] \tag{4}$$

其中：

$E_Q[\cdot]$：表示在風險中立機率(risk-neutral probability)下的期望值。

$B_{pv}(t)$：在 t 期所得到保險金額的現值(present value)，且 $0 < t \le T$，當 $t = T$ 時，即為生贈金現值 $B_{pv}(T)$。

$d_1 = \dfrac{(r + 0.5\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$，當 $0 < t \le T$，文後以 d_1^* 表示 d_1 在 T 時點的值。

$d_2 = \dfrac{(r - 0.5\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$，當 $0 < t \le T$，文後以 d_2^* 表示 d_2 在 T 時點的值。

$N(\cdot)$：為常態累積機率密度函數。

執行保險合約與否取決於生命力過程 S_t 是否碰觸界限零，若生命力 S_t 在投保期間皆大於零，且期滿日生命力 S_T 也大於零的情形下，因此可以得到生贈金 $B(T)$ 的報酬；另一部分，死亡保險金給付，發生在投期間身故，生命力 S_t 在 t 時點碰觸界限零，受

益人得到$B(t)$的保險金額，因此根據上述效用函數極大化原則，應繳保費可表達成：

$$D_0 = E_Q\left[e^{-rT} \times B(T) I_{\left\{m_t^{S_t} > 0, S_T > 0\right\}} + e^{-rt} \times B(t) I_{\{S_\tau \le 0\}} \middle| \Omega_0\right] \quad (5)$$

其中：

m_t^{St}：為生命力過程的最小值，也可表達成$\min S_t$，且$0 < t < T$。

S_T：為保單契約到期日T的生命力狀態。

S_τ：為τ時點的生命力狀態，其中τ為契約期間內生命力第一次經過界限(first passage time)的時點，而且$0 < \tau < T$，τ為死亡的時點。

$I_{\{\Omega\}}$:為指示函數(indicator function)，表示當事件在Ω集合時，其值為1。

綜合上述，契約期間內之死亡給付和契約期間屆滿之生贈金在投資型保單的設計之下，對於保戶而言如同買進一投資組合的選擇權，每一個時點執行合約所得到的報酬將會因保單價值而異，保險金給付是不確定的，此選擇權是根據保戶自身的生命力決定是否執行合約，當生命力碰觸到界限0時，則執行合約。因此，在投資標的與生命力走勢為獨立的情形之下，可知在風險中立時，期初的保險費用為：

$$D_0 = \int_0^\infty E_Q\left[e^{-rT} B(T)\right] f\left(S_T, T; S_0\right) dS_T + \int_0^T E_Q\left[e^{-rt} B(t)\right] g\left(t; S_0\right) dt \quad (6)$$

其中：

S_0：表示投保時的生命力水準。

$f\left(S_T, T; S_0\right)$：投保後超過契約期間屆滿日T仍未死亡的生命力機率密度函數。

$g\left(t; S_0\right)$：在投資起始日到契約期間屆滿日T之間死亡的生命力機率密度函數。

由上述保費定價模式可得知死亡給付和滿期生贈金在投資型保單中都不再是固定值，等式右邊期望值內第一項代表保戶獲得生贈金之期望現值，而第二項為死亡理賠之期望現值，總合起來，未來期望報酬折現即為保戶現在應付的保險費用，則若知

道 $f(S_T,T;S_0)$ 和 $g(t;S_0)$ 的機率分配，以及隨著時點而異的死亡給付和滿期保險金，就可以求出投資型保單的保費均衡解。

3 生命力之探討

蔡明憲、徐守德和廖四郎在人壽保險定價一文中，提出人的生命力服從具有吸收性質的算術布朗(Arithmetic Brownian Motion)隨機過程，吸收性質在此為當生命力碰觸到界限 0 的時候，將不會再回復到 0 之上，生命力好像是被界限 0 給吸收的情形。根據常理，人的生命力平均而言是隨著時間遞減，因此將生命力的變動表示如下：

$$dS = u_s dt + \sigma_s dZ_t$$

$$= -dt + \sigma_s dZ_t \tag{7}$$

其中

dS ：在此指的是生命力過程的變動。

σ_s ：生命力的變異數。

dZ_t ：生命力隨機過程的變動量。

現今醫學科技發達，國人平均餘命已逐年增加，但生命力歷程中仍存在不可控制之因素，如天災、意外事故，而由 dZ_t 可以解釋生命過程中存在隨機因子的影響，而 σ_s 表示個人生命力波動度，個人從事危害自身健康的行為，例如抽煙習慣、熬夜，會使 σ_s 增加而使生命力為 0 的機率增加，但為了簡化模型，讓每個人的 σ_s 為相同，即本文將 S 視為存在吸收界限的隨機過程，S_0 為生命力期初水準，生命力趨勢平均數 u_s 為 -1，變異數為 σ_s。

在目前的保險市場中，一般壽險商品定價中的死亡機率仍取決於生死經驗表，唯本文認為只是每個人在沒有意外發生的前提下，死亡機率跟個人生命力狀況應該有所

關聯，若能針對個別投保人的生命力狀況去作分析而決定死亡機率，將會更符合實際情形，因此本節將利用生命力的狀態來決定契約期間的死亡機率和生命力機率密度函數，由第(7)式可得：

$$S_t = S_0 - t + \sigma_s Z_t \tag{8}$$

生命力變動過程中，若假設吸收界限 X 為 0，因此將 X 以 0 帶入，可以得到生命力在契約期間屆滿時，皆未碰觸到吸收界限的累積機率，換言之，也就是受保人在期初第 0 期時投保，到時間 T 契約期間屆滿日仍存活的累積機率可以表示如下：

$$P(S_T > 0) = \int_0^{\infty} f(S_T, T; S_0) dS = N\left(\frac{S_0 - T}{\sigma_s \sqrt{T}}\right) - \exp\left(\frac{2S_0}{\sigma_s{}^2}\right) N\left(\frac{-S_0 - T}{\sigma_s \sqrt{T}}\right) \tag{9}$$

在不同臨界值 X 和契約期限 T 的情形下，生命力碰觸到界限的累積機率為：

$$1 - F(X, T; S_0) = P(S_T \le X) = 1 - P \tag{10}$$

假設界限為 0 的情形下，第一次碰觸界限的累積機率分配 $G(\cdot)$ 可以表達為：

$$G(t; S_0) = 1 - F(0^+, t; S_0) \tag{11}$$

由(9)式和(11)式可知生命力過程在契約期間皆未碰觸界限的累積機率為：

$$G(t; S_0) = \int_0^T g(S_0, t) dt = N\left(\frac{-S_0 + t}{\sigma_s \sqrt{t}}\right) + \exp\left(\frac{2S_0}{\sigma_s{}^2}\right) N\left(\frac{-S_0 - t}{\sigma_s \sqrt{t}}\right) \tag{12}$$

而生命在契約期間歷程中的死亡機率為：

$$g(t; S_0) = \frac{\partial G}{\partial t} = S_0 \left(\sigma_s{}^2 t^3\right)^{-\frac{1}{2}} n\left(\frac{S_0 - t}{\sigma_s \sqrt{t}}\right) \tag{13}$$

在得知生命力機率密度函數及死亡機率，並考慮投資型保單不確定性的報償之後，由(4)與(6)式，保費 D_0 可寫成：

$$D_0=\int_0^{\infty} y(0)\left[N\left(d_1^*\right)-e^{-rT}N\left(d_2^*\right)+e^{-rT}\right]f\left(S_T,T;S_0\right)dS$$

$$+\int_0^T y(0)\left[N\left(d_1\right)-e^{-rt}N\left(d_2\right)+e^{-rt}\right]g\left(t;S_0\right)dt \tag{14}$$

在等式右邊第一項積分是生贈金部分，對生命力 S 作積分後，因為生贈金報酬裡頭的函數和生命力過程無關，因此可將生贈金報酬提出來，並由(9)和(13)式整理而得：

$$D_0=y(0)\left[N\left(d_1^*\right)-e^{-rT}N\left(d_2^*\right)+e^{-rT}\right]\left\{N\left(\frac{S_0-T}{\sigma_s\sqrt{T}}\right)-\exp\left(\frac{2S_0}{\sigma_s^2}\right)N\left(\frac{-S_0-T}{\sigma_s\sqrt{T}}\right)\right\}$$

$$+\int_0^T y(0)\left[N\left(d_1\right)-e^{-rt}N\left(d_2\right)+e^{-rt}\right]S_0\left(\sigma_s^2t^3\right)^{-\frac{1}{2}}n\left(\frac{S_0-t}{\sigma_s\sqrt{t}}\right)dt \tag{15}$$

4 本文與文獻上保險費率之比較

第(15)式為本文投資型保單保費之封閉解，在(15)式中，異於傳統壽險之處在於保險金給付隨時間與投資績效而變動，但是以生命力過程決定生死機率之觀念與蔡明憲、徐守德與廖四郎相同，在蔡明憲、徐守德與廖四郎文中保費為：

$$D_0=e^{-rT}R_2\int_0^{\infty} f\left(S_T,T;u\right)dS+R_1\int_0^T e^{-ru}g\left(S;u\right)du \tag{16}$$

其中：

R_1：死亡保險金，為保險人事先承諾之固定值。

R_2：滿期生贈金，為保險人事先承諾之固定值。

此外，本文將選擇權應用到投資型保單保險金不確定性與 Brennan and Schwartz 相同，因此，從買賣權平價理論可知，其死亡給付與生贈金現值和本文一致，唯差異在於 Brennan and Schwartz 文中利用生死表求算生死機率，其躉繳型保費模型為：

$$D_0=y(0)+\sum_{t=1}^{T}\alpha(0,t)p\left(y(0),t\right) \tag{17}$$

其中：

$\alpha(0,t)$:受保人於第 0 期投保，第 t 期死亡的機率。

$p(y(0),t)=y(0)e^{-rt}N(-d_2)-y(0)N(-d_1)$，其為保險公司提供 $y(0)$ 最低保證價值情形下的賣權價值。

文後將分別列出本文決定之投資型保單費用、Brennan and Schwartz 決定之投資型保單保費以及蔡明憲、徐守德與廖四郎決定之傳統壽險費率的多寡差異，以提供分析與比較。

5 考慮保本率與參與率的投資型保單

在保險市場中，投資型商品因為具有保本的性質，通常在保險公司的設計下會與某一大盤指數具有連動性，可能是在投資起始日到契約到期日期間，每一段期間上漲比率加總，然後保戶享有參與投資標的物上漲的權利，通常為一比率，而這比率即為所謂的參與率。除此之外，保險公司也會負擔部份投資風險，承諾一保本率，讓期初投入金額不至於血本無歸。因此，將死亡給付和生贈金以具有保本率和參與率的形式表達如下：

$$\hat{B}(t)=y(0)[max(\rho_1,1+\rho_2\times\delta)]，0<t\le T \tag{18a}$$

則死亡給付與生贈金的現值可表示成：

$$\hat{B}_{pv}(t)=E_Q\left[e^{-rt}\hat{B}(t)\right]$$

$$=y(0)\left[\rho_2N(d_1)-e^{-rt}(\rho_2+\rho_1-1)N(d_2)+\rho_1e^{-rt}\right] \tag{18b}$$

其中當 $t=T$ 時即表示為生贈金

ρ_1：保險公司承諾的保本率。

ρ_2：保戶參與大盤指數上漲指數的參與率。

δ：為投資標的物成長報酬率。

因此，加入了保本率與參與率的保險價值為：

$$D_0 = y(0)\left[\rho_2 N\left(d_1^*\right) - e^{-rT}\left(\rho_2 + \rho_1 - 1\right)N\left(d_2^*\right) + \rho_1 e^{-rT}\right] \times L$$

$$+\int_0^T y(0)\left[\rho_2 N\left(d_1\right) - e^{-rt}\left(\rho_2 + \rho_1 - 1\right)N\left(d_2\right) + \rho_1 e^{-rt}\right] \times K dt \qquad (19)$$

其中：

$$L：N\left(\frac{S_0 - T}{\sigma_s \sqrt{T}}\right) - \exp\left(\frac{2S_0}{\sigma_s{}^2}\right)N\left(\frac{-S_0 - T}{\sigma_s \sqrt{T}}\right)$$

$$K：S_0\left(\sigma_s{}^2 t^3\right)^{-\frac{1}{2}} n\left(\frac{S_0 - t}{\sigma_s \sqrt{t}}\right)$$

回顧本文第(15)式，即為保本率假設為 100%，且 100%參與投資標的物的報酬成長率，事實上，第(19)式為第(15)式的一般式。

6 數值分析

在作數值分析比較之前，必須先假設環境變數，我們假設期初投資十萬元新台幣，無風險利率為 1.41%[4]，投資組合報酬率變異數為 20%，而投保年齡就決定了期初生命力 S_0，例如：根據 91 年台閩地區兩性平均餘命為 75.87 歲，因此若 35 歲投保，投保時的生命力即為 40.87。而生命力變異數可由生命力累積密度函數，以 91 年台閩地區簡易生命表的死亡人數來求得死亡機率，進而求算生命力變異數，例如：根據 91 年扣除特定死因簡易生命表，兩性平均餘命為 75.87 年，35 歲生存數 l_{35}=97462，而 55 歲生存數 l_{55}=91436，因此，由第(9)式可求得生命力變異數為 2.733。另外，在此處不考慮到期時因投資外國標的物，而可能產生的匯兌風險。根據上述給定的參數，投保人在契約期間若不幸身故，可以獲得死亡理賠，另外一種情形，投保人於契約到

[4] 本文以四大行庫之一年期活期存款平均年利率為無風險利率。

期日仍存活可獲得滿期保險金，死亡理賠和滿期保險金皆為保單價值和期初投資金額較大者，換言之，都具有保證本金最低水準，如此的一份投資型保單合約，由表一中可知，若 35 歲投保，契約期間為 20 年，生命力變異數為 2.733，則可得躉繳總保費為 122,913 元新台幣，包括死亡保費 10,911 元，滿期保險金 112,002 元。

表一亦列出蔡明憲、徐守德與廖四郎以及 Brennan and Schwartz 的保險費用，本文與前者差異之處在於保戶在每一個時點執行保險合約，所獲保險金報償皆為一不固定的選擇權價值，在蔡明憲、徐守德與廖四郎文中之生贈金和死亡給付皆假設為十萬元，其餘參數與本文一致；而在 Brennan and Schwartz 文中的參數亦與本文相同，唯其生死機率由生命表中求得。數值結果顯示本文之保險費用皆高於蔡明憲、徐守德與廖四郎文中所求保費，原因在於投資型保單具有投資及最低保證功能，且投資型商品比傳統人壽保險多擁有了看漲資產價值的權利，具保證本金設計的保險契約，仍不失原本壽險之保障作用，因此本文所求的保險費用較高。由表一數值結果可清楚得知兩種合約的價值差異。而本文應用生命力走勢決定死亡機率則與後者以生命表作基準不同。以投資連結壽險商品而言，本文保險費用亦明顯高於 Brennan and Schwartz。

在本文模型中，有幾個環境變數會影響保費的多寡，如投保年齡多寡、利率的變化、投資期間長短、投資標的變異數、生命力變異數以及期初投入金額。因此，本文將比較靜態分析結果列於表二、表三及表四，而表五可以看出男性與女性在生命力變異數與保險費用的區別。

由表二可知投資型保單的保費和利率呈現負相關，並可看出當利率相對較低時，保費對於利率的敏感度相對較大，投保人可藉由模型的試算，了解保費的收取是否合理，由增減保額的方式調整保費。此外，期初投入金額越高，保險費用也越高。

表三是在不同投保年齡下，投資組合報酬率變異數與保險費用的關係，其中顯示

投資組合報酬率變異數與保費成正相關，但是投保人可根據自身的風險趨避程度，而選擇不同風險程度的投資組合，如此一來，可使保費針對不同風險區避程度投保人作區分，使保險費率定價更精確合理。

表四為保單契約期間、投保年齡、生命力變異數和保險費用的關係，其中投保契約期間和保費成正相關，長期而言，生命力是向下的趨勢，因此，契約期間愈長，碰觸到死亡界限的機率會相對較大，而且在生命力變異數較大之時愈明顯。而另一方面，死亡保費增加的幅度大於滿期保險金減少的幅度，使得躉繳總保費隨著契約期間增加而上升。此外，由表四及表五皆可知生命力變異數方面和保險費用成正比，這代表著生命力的波動幅度愈大，碰觸到死亡界限的機率也相對較大，產生意外的機率相對較高，因此，針對較高生命力變異數而收取較高的保費是合理的。另外，投保年齡越高，投資型保單的保費就越高，原因在於投資型保單合約仍具有人壽保險的保障功能，死亡保費部份隨投保年齡上升而增加，增加的幅度大於滿期保險金減少的幅度，而使得總保費與投保年齡成正相關。可解釋愈年輕，生命力愈旺盛，生命力在合理契約期間內為零的機率愈低，對於保險公司而言，保險金給付為公司負債，因此，年輕人投保會得到死亡保險金的機率相對會低於中老年人投保，這也說明了為何死亡保費和投保年齡正向變動，而滿期保險金隨投保年齡增加而減少的原因

表五為男性與女性在生命力變異數與保險費用之間的關係，可看出男性由於平均壽命較短，因此，保險費用隨著生命力變異數增加而提高的情形比女性明顯，而且隨著投保年齡增加，保險費用的差異程度越大。

7 結論

本文試圖將財務理論應用於保險定價上，在保單具保證本金設計之下，投保人不論在契約期間內身亡或是活過了契約到期日，都可領到一筆具有最低保證的保險金，

在台灣，近年才開放此種投資型保單，而本文針對此類合約提供了一合理定價模型，並且與精算的觀點作一比較。傳統上，精算觀點是以眾人平均數去決定死亡機率，利用大數法則來描述生命力分配，進而決定保險費用，然而，該做法畢竟無法針對每個人作保費的區隔，本文透過每個人不同的生命力變異數，可以求算出不同的保險費用。透過不同環境變數的比較靜態分析，本文更可發現參數與保險費用的互相影響關係。未來研究若能針對生命變異數σ_s作更深入的探討，讓每個人可以針對性別、年齡、身體健康檢查各項數據或是其他會影響生命力的變數，研究其相互影響關係，進而有一套合理決定生命力變異數的模型，則可以更精準的求算每個人所應收取的保險費用，真實反應個人的生命風險。

附表

表一 本文與蔡明憲、徐守德與廖四郎(2000)及 Brennan and Schwartz(1976)保險費用比較

		本文 $(\sigma_s,\sigma,r,S_0,T,y)$			蔡明憲、徐守德與廖四郎 2000 $(\sigma_s,R_1,R_2,r,S_0,T,)$			Brennan and Schwartz1976 (σ,r,T,y)
投保年齡(S_0)	契約期間(T)	死亡保費	生贈金	總保費	死亡保費	生贈金	總保費	總保費
25 歲	10 年	1729	115958	117687	912	85955	86867	100153
25 歲	20 年	5424	115714	121138	2411	73109	75520	100565
35 歲	10 年	3468	114740	118208	1837	85052	86889	100314
35 歲	20 年	10911	112002	122913	4860	70763	75623	101145
45 歲	10 年	7030	112241	119271	3737	83200	86937	100638
45 歲	20 年	23843	103255	127098	10622	65237	75859	102546

說明:本表係根據九一年台閩地區兩性簡易生命表求得生命力變異數σ_s，從上至下為: 5.146 、3.381、4.354、2.733、3.416 和 1.939。本文與 Brennan and Schwartz 之期初投入金額y為十萬元新台幣，投資組合報酬率變異數$\sigma = 0.2$。蔡明憲、徐守德與廖四郎人壽保險之死亡給付R_1與生贈金R_2皆假設為十萬元。利率$r = 0.0141$。

表二 利率、期初投入金額與保險費用之關係

投保年齡	期初生命力	變數值	死亡保費	滿期保險金	總保費
35	40.87	r =0.01	32656	101297	133953
35	40.87	r =0.02	24204	94629	118832
35	40.87	r =0.03	17856	90057	107913
35	40.87	r =0.04	17697	87024	104723
35	40.87	y =100000	24204	94629	118832
35	40.87	y =200000	48408	189257	237665
35	40.87	y =300000	72611	283886	356497

說明:環境變數假設$\sigma_s = 4$、$S_0 = 40.87$、$\sigma = 0.2$和$T = 20$,而表中保費幣值為新台幣。投資型保單的保費和利率呈現負相關,並可看出當利率相對較低時,保費對於利率的敏感度相對較大,此外,期初投入金額越高,保險費用也越高。

表三 在不同投保年齡下，投資組合報酬率變異數和保險費用的關係

投保年齡	期初生命力	投資組合變異數	死亡保費	滿期保險金	總保費
25	50.87	0.1	6370	99387	105757
25	50.87	0.2	11231	111781	123012
25	50.87	0.3	11414	123767	135181
25	50.87	0.4	11415	134261	145677
35	40.87	0.1	17707	87373	105080
35	40.87	0.2	31090	98269	129359
35	40.87	0.3	31931	108805	140737
35	40.87	0.4	31942	118032	149974

說明:環境變數設定如下: $y = 100{,}000$，$\sigma_s = 4$，$r = 0.0141$，$T = 20$。投資組合報酬率變異數與保費成正相關，投保人可根據自身的風險趨避程度，而選擇不同風險程度的投資組合。

表四　保單契約期間、投保年齡、生命力變異數和保險費用的關係

保單契約期間	投保年齡	期初生命力	生命力變異數	死亡保費	滿期保險金	總保費
10 年	25	50.87	4	177	117041	117218
10 年	25	50.87	5	1401	116187	117589
10 年	25	50.87	6	4491	114012	118504
10 年	35	40.87	4	2038	115744	117782
10 年	35	40.87	5	7078	112188	119266
10 年	35	40.87	6	14417	106923	121340
10 年	45	30.87	4	13073	107941	121014
10 年	45	30.87	5	24714	99472	124186
10 年	45	30.87	6	35810	91099	126906
15 年	25	50.87	4	2885	116749	119634
15 年	25	50.87	5	9009	112573	121582
15 年	25	50.87	6	17341	106820	124161
15 年	35	40.87	4	12768	110014	122783
15 年	35	40.87	5	24593	101814	126407
15 年	35	40.87	6	36143	93621	129764
15 年	45	30.87	4	38834	91928	130762
15 年	45	30.87	5	52891	81698	134589
15 年	45	30.87	6	63726	73383	137109
20 年	25	50.87	4	11231	111781	123012
20 年	25	50.87	5	22578	104053	126631
20 年	25	50.87	6	34063	96139	130202
20 年	35	40.87	4	31090	98269	129359
20 年	35	40.87	5	45509	88272	133781
20 年	35	40.87	6	57335	79847	137182
20 年	45	30.87	4	65675	74328	140003
20 年	45	30.87	5	77121	65805	142926
20 年	45	30.87	6	85298	59238	144536

說明:本表是根據台閩地區 91 年度兩性簡易生命表編製而成，可以看出契約期間、投保年齡和生命力變異數之間的關係。其中契約期間和生命力變異數皆與保費成正相關。其餘環境變數如下: $r = 0.0141$，$y = 100{,}000$，$\sigma = 0.2$。

表五 男性與女性在生命力變異數與保險費用之間關係的比較

		男性			女性		
投保年齡	生命力變異數	死亡保費	滿期保險金	總保費	死亡保費	滿期保險金	總保費
25	4	15111	109149	124260	7770	114126	121896
25	5	27654	100583	128237	17575	107464	125039
25	6	39571	92324	131895	28327	100091	128418
35	4	38898	92920	131818	23419	103502	126921
35	5	53224	82888	136112	37386	93895	131281
35	6	64481	74727	139208	49504	85385	134889
45	4	76623	66554	143177	53691	82707	136398
45	5	86143	59096	145239	66809	73271	140080
45	6	92741	53351	146092	76527	65897	142424

說明:本表是根據九十一年台閩地區男性和女性簡易生命表平均餘命所求得，男性扣除特殊死因之平均餘命為 73.22;女性扣除特殊死因之平均餘命為 78.94。另外，利率 $r = 0.0141$、期初投入金額 $y = 100{,}000$ 元新台幣、投資組合報酬率變異數 $\sigma = 0.2$ 以及保單契約期間 $T = 20$ 年。

參考文獻

李家泉 (2000), 實用壽險數理, 華泰文化事業中心, 第十一版.

蔡明憲、徐守德與廖四郎 (2000), 人壽保險費率的分析-從選擇權理論觀點,《風險管理學報》, 25:2, 1-24.

Aase, K. and S.-A. Persson (1997), Valuation of Minimum Guaranteed Return Embedded in Life Insurance Products, *Journal of Risk and Insurance*, 4, 599-617.

Bacinello, Anna R., (2003), Fair Valuation of a Guaranteed Life Insurance Participating Contract Embedding a Surrender Option, *The Journal of Risk and Insurance*, 70, 461-487.

Black, F. and M. Scholes, (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economics*, 81, 637-659.

Brennen, Michael. J. and Eduardo. S. Schwartz, (1976), The Pricing of Equity-Linked Life Insurance Policy with an Asset Value Guarantee, *Journal of Financial Economics*, 3, 195-213.

Brennen, Michael. J. and Eduardo. S. Schwartz, (1976), Alternative Investment Strategies for the Issues of Equity-Linked Life Insurance Policies with an Asset Value Guarantee, *Journal of Business*, 52, 63-93.

Cox, J. C., S. A. Ross, and M. Rubinstein, (1979), Option Pricing: A Simplified Approach, *Journal of Financial Economics*, 7, 229-263.

Cummins, J, David. (1988), Risk-Based Premiums for Insurance Guaranty Funds, *The Journal of Finance*, 4, 823-838

Grosen. A. and P. L. Jorgensen, (1997), Valuation of Early Exercisable Interest Rate Guarantees, *The Journal of Risk and Insurance,* 64, 481-503.

Huang, Chi F. and Robert. H. Litzenberger, (1988), *Foundations for Financial Economics,* Practice Hall, Engelewood Cliffs, New Jersey.

Ingersoll, J. E., (1987), *Theory of Financial Decision Making*, Rowman-Littlefield.

Kim, In J., (1990), The Analytic Valuation of American Options, *The Review of Financial Studies*, 3, 547-572

Marek, M. and M. Rutkowski, (1997), *Martingale Methods in Financial Modelling*.Springer.

Merton, Robert C., (1973), The Theory of Rational Option Pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 141-183.